

УДК 681.3

*Е. А. Куимов, С. М. Поляков***МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ТОЧЕНИИ**

На качество поверхности детали в процессе ее обработки оказывают колебания от постоянно меняющейся во времени силы резания. Сила резания в свою очередь зависит от множества факторов, таких, например, как неравномерность припуска на обработку, погрешности формы и размеров заготовки, неоднородность верхнего слоя по химическому и структурному составу и т.д. Весь комплекс исходных параметров сложно учесть в полном объеме. Однако, создание математических моделей механической обработки материалов позволяют с достаточной точностью прогнозировать качество обработанной поверхности. Математическая модель динамической технологической системы металлорежущего станка с обратными связями позволяет определять комплекс параметров автоколебаний системы с целью дальнейшей компенсации их негативных последствий на точность и качество обрабатываемой поверхности.

*Ключевые слова:* станок металлорежущий, сила резания, подача, виброустойчивость, автоколебания.

Важнейшими требованиями, которым должен удовлетворять любой металлорежущий станок являются обеспечение требуемой точности обработки и качества обработанной поверхности при высокой производительности. Этим обусловлена основная тенденция современного станкостроения – повышение скоростей формообразующих движений. Например, скорости резания современных токарных станков достигают величин 20–30 м/с и выше, благодаря повышению характеристик формообразующих приводов подач станков с ЧПУ и систем управления значительно расширился диапазон возможных величин подач. В результате, для выполнения требований точности и качества обработки при высокой производительности главной становится проблема повышения

жёсткости, виброустойчивости станков, улучшения динамических характеристик технологической обрабатывающей системы в целом.

Процесс резания всегда выполняется в течении определенного промежутка времени и потому должен обязательно рассматриваться с учётом динамических явлений. Данные выполненных исследований [1–6] и практика машиностроительных производств показывают, что погрешности обработки, вызванные упругими деформациями технологической системы, доминируют в общем балансе погрешности. Особенно большая доля переменных во времени деформаций, которые не всегда возможно, а во многих случаях просто невозможно компенсировать простой размерной поднастройкой технологической цепи. С погрешностями обработки, которые зависят от деформаций технологической системы, тесно связаны такие проблемы, как статические и динамические параметры и характеристики технологической системы, допустимые и оптимальные режимы резания, оптимальная геометрия инструмента, допуск на обработку, нормирование жёсткости и тому подобное.

В то же время при экспериментальных исследованиях статических и динамических деформаций и погрешностей обработки при прерывистом и непрерывном резании установлено, что все параметры режима резания оказывают значительное влияние на точность обработки [3]. Это влияние проявляется не только в количественных изменениях силы резания, но и в изменении её динамического действия, а также динамических реакций самой технологической обрабатывающей системы, то есть в изменениях качественной картины процессов, которые протекают в технологической системе при резании. Однако, влияние режима резания рассматривается только при прерывистом резании, где обнаружено значительное влияние скорости резания на динамические погрешности, устойчивость процесса резания.

Для получения качественной поверхности детали в процессе резания необходимо обеспечить постоянное движение заготовки и инструмента по теоретически рассчитанной траектории. Однако на практике во время резания воз-

никают разные динамические явления, которые существенно влияют как на процесс геометрического формообразования, так и на физическое течение самого процесса обработки. Возникающие в процессе резания вибрации технологической системы существенно снижают производительность обработки, стойкость инструмента, отрицательно влияют на качество обработанной поверхности: снижается точность и увеличивается шероховатость.

Наибольшее влияние на устойчивость процесса резания имеют автоколебания, которые характеризуются как незатухающие колебания вследствие изменения силы резания в технологической системе. Причин возникновения автоколебаний несколько (изменение сил трения, демпфирование, процессы наростообразования, появление стружки надлома, обработка по следу и т.п.), но важным является то, что эти колебания поддерживаются за счёт энергии, которая вносится и распределяется самой технологической системой. Таким образом, объяснить и математически обосновать это явление можно только при представлении технологической системы как замкнутой динамической системой с обратными связями.

Математическая модель процесса точения должна строиться с учетом замкнутости технологической системы, отображением наиболее важных обратных связей. Если в качестве входных величин принять параметры процесса резания: заданную глубину  $H_3$ , подачу  $S_3$  и скорость резания, а в качестве выходных величин – составляющие  $P_x$ ,  $P_y$  и  $P_z$  силы резания, то процесс резания может быть представлен функциональной схемой на рисунке 1.

Эквивалентная упругая система (ЭУС) представлена блоками, которые отображают ее реакцию на составляющие силы резания по осям координат. Поэтому реакция ЭУС в виде упругой деформации также представлена по осям координат составляющими  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  и  $\delta_z$  соответственно. Скорость изменения составляющей деформации  $\dot{\delta}_x$  направлена вдоль оси  $X$  и поэтому влияет на фактическую подачу:

$$S_{\phi} = S_3 - \frac{d\delta_x}{dt} \quad (1)$$

Аналогично, скорость изменения составляющей деформации ЭУС<sub>z</sub> влияет на фактическую скорость резания:

$$V_{\phi} = V_3 - \frac{d\delta_x}{dt} \quad (2)$$

Деформация ЭУС<sub>y</sub> оказывает непосредственное влияние на фактическую глубину резания, а влияние деформации ЭУС<sub>z</sub> может быть определено по геометрической схеме на рисунке 2.

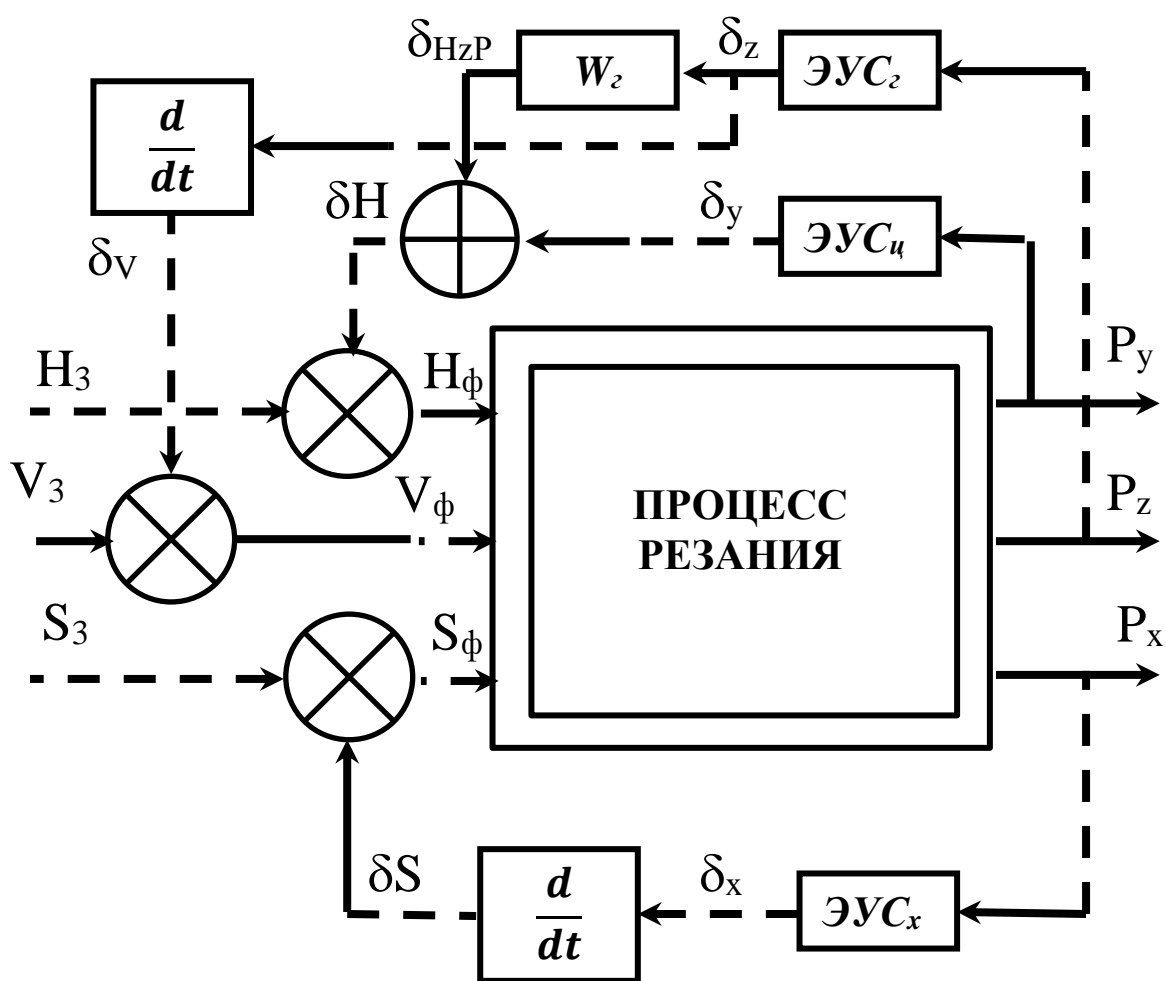


Рис. 1. Функциональная схема процесса резания

Из геометрических соотношений на рисунке 2 имеем:

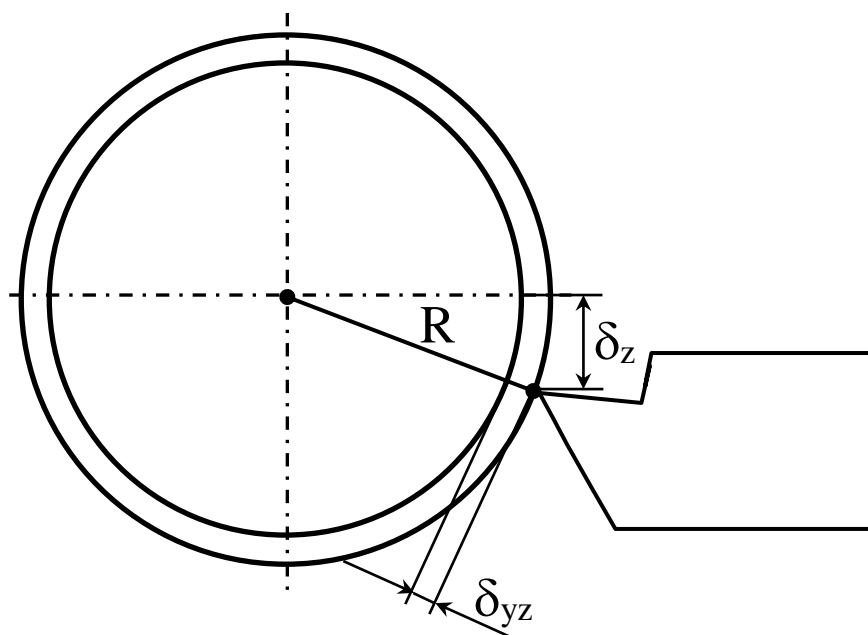


Рис. 2. Схема влияния деформации  $z$  на  $H_\phi$

$$\delta_{yz} = \sqrt{R^2 + \delta_z^2} - R. \quad (3)$$

Таким образом, влияние деформации всей ЭУС на фактическую глубину резания отображается зависимостью:

$$H_\phi = H_3 - (\delta_y + \sqrt{R^2 - \delta_z^2} - R). \quad (4)$$

Процесс резания может быть представлен с помощью известных из теории резания зависимостей:

$$P_z = C_{Pz} H_\phi^{x_{pz}} S^{y_{pz}} V^n k, \quad (5)$$

где  $C_{Pz}$ ,  $k$  — эмпирические коэффициенты;  $x_{pz}$ ,  $y_{pz}$ ,  $n$  — показатели степени.

Воспользовавшись известным соотношением  $P_{xy} = 0,6P_z$  и геометрическим расположением составляющих силы резания [5], получаем зависимости для расчёта составляющих  $P_y$  и  $P_x$  силы резания:

$$P_y = \sqrt{\frac{P_{xy}^2}{1 + tg^2(\varphi + \eta)}} \quad (6)$$

$$P_y = P_y \cdot tg(\varphi + \eta), \quad (7)$$

где  $\varphi$  – главный угол в плане резца;  $\eta$  – угол схода стружки.

ЭУС в первом приближении может быть представлена одномассовой системой, которая имеет три степени подвижности.

По каждой координате связь массы  $m$  с основой представлена приведённой жёсткостью  $c$  и коэффициентом вязкого трения  $\lambda$ , то есть трения, когда сила трения пропорциональна скорости относительного движения. В этом случае движение системы по каждой координате описывается тремя дифференциальными уравнениями, каждое второго порядка:

$$\begin{cases} \frac{d^2\delta_x}{dt^2} m + \lambda_x \frac{d\delta_x}{dt} + c_x \delta_x = P_x; \\ \frac{d^2\delta_y}{dt^2} m + \lambda_y \frac{d\delta_y}{dt} + c_y \delta_y = P_y; \\ \frac{d^2\delta_z}{dt^2} m + \lambda_z \frac{d\delta_z}{dt} + c_z \delta_z = P_z; \end{cases} \quad (8)$$

Из приведённых выше зависимостей (1)-(8) может быть составлена математическая модель процесса резания в замкнутой упругой технологической системы, которая полностью отвечает функциональной схеме на рисунке 1. Учитывая, что полученная модель является существенно нелинейной, шестого порядка, моделирование может быть реализовано только численными методами.

Для удобства использования известных численных методов интегрирования дифференциальных нелинейных уравнений (например, метода Рунге-Кутты четвёртого порядка) необходимо представить систему (8) с помощью переменных состояния.

Примем следующие переменные состояния динамической модели:

$$x_1 = \delta_x, \quad x_2 = s\delta_x, \quad x_3 = \delta_y, \quad x_4 = s\delta_y, \quad x_5 = \delta_z, \quad x_6 = s\delta_z,$$

где  $s = d/dt$ .

Тогда система (8) может быть представлена в матричной форме, которая является наиболее приемлемой для использования численных методов:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_x/m & -\lambda_x/m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_y/m & -\lambda_y/m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_z/m & -\lambda_z/m \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m \end{pmatrix} \quad (9)$$

С помощью приведённой выше математической модели можно проводить анализ и оценивать влияние любых параметров технологической системы, приведённых в исходных данных, на её динамическое качество и характеристики. Математическая модель прикладной программы построена по алгоритму, обобщённая схема которого представлена на рисунке 3.



Рис. 3. Обобщённый алгоритм моделирования

Копия экрана монитора во время функционирования программы [7] представлена на рисунке 4. На левой части интерфейса организовано введение исходных параметров системы и задание времени интегрирования, внизу расположены кнопки управления. На правой части зарезервировано место для вывода результатов моделирования в графической форме. Реакция системы на внезапное увеличение заданной глубины резания представлена тремя графиками переходных характеристик по соответствующим осям координат: линии 1, 2 и 3 – деформации технологической системы по осям X, Y и Z соответственно. Кроме того, представлена траектория движения вершины резца (линия 4), которая отображает реакцию на это возмущение в поперечном сечении технологической системы. Выводится также результат изменения диаметра обработанной детали (ожидаемая погрешность) в режиме установившегося течения.

Отрицательные значения по координате траектории перемещения вершины резца зарезервированы для течения резцами с главными углами в плане большими  $90^\circ$ . В этом случае резец «втягивается» в деталь, погрешность обработки меняет свой знак, что и отображается на интерфейсе.

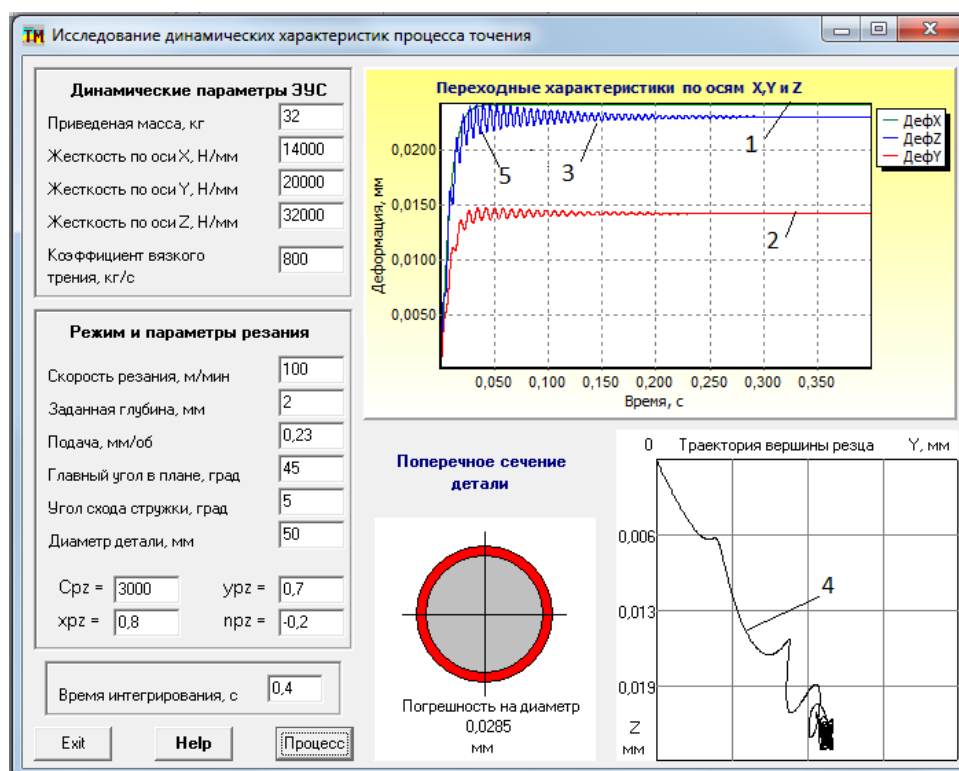


Рис. 4. Главный интерфейс программы



Адекватность любой модели должна быть проверена на практике. Для созданной модели адекватность условно можно рассматривать отдельно по качественным и количественным показателям. Если модель адекватна с точки зрения отображения качества процесса, это означает, что она в целом не имеет противоречий известным из практики зависимостям и характеристикам. По такому критерию созданная модель полностью адекватна – она, верно, реагирует на изменение любых исходных данных, представленных на интерфейсе.

Кроме того, при моделировании многочисленных технологических систем с помощью разработанной программы было установлено, что наибольшие колебания динамической системы происходят по координате  $Z$ , а наименьшие – по координате  $X$ . Это объясняется тем, что скорость перемещения вершины резца вследствие колебания в направлении оси  $Z$ , влияет на скорость резания, что в свою очередь влияет на силу резания и величину амплитуды колебаний.

Так, движение вершины резца в положительном направлении оси  $Z$  приводит к мгновенному уменьшению скорости резания, что (при отрицательном показателе степени в зависимости силы резания от скорости) приводит к увеличению силы резания и увеличению деформации технологической системы. Таким образом, получается положительная обратная связь, которая дестабилизирует систему. Напротив, скорость колебаний по координате  $X$  влияет на фактическую величину продольной подачи таким образом, что в системе организуется отрицательная обратная связь, которая демпфирует колебания. Например, при увеличении силы резания (составляющей  $P_x$ ) скорость деформации технологической системы в направлении оси  $X$  вызовет мгновенное уменьшение фактической подачи, что, в свою очередь, приводит к уменьшению силы резания и амплитуды колебаний соответственно.

Во время проверки адекватности модели по количественным показателям, то есть на соответствие численных значений выходных характеристик, её постоянные коэффициенты должны корректироваться как по характеристикам статических измерений (например, жёсткость, масса, диаметр обработки и

т. п.), так и по динамическим характеристикам. Во время динамических испытаний реального процесса течения необходимо определить коэффициент вязкого трения технологической системы, который вообще не может быть найден теоретическими методами.

Разработанная программа может применяться при проектировании процессов течения с целью улучшения их динамических характеристик, для определения оптимальных параметров и динамических компенсаторов колебаний. Она является базовой для изучения возможностей улучшения динамических свойств упругой технологической системы за счёт введения устройств, которые автоматически компенсируют погрешность обработки от упругих деформаций.

### Список литературы

1. Кудинов В. А. Динамика станков. – М. : Машиностроение, 1967. – 359 с.
2. Базров Б. М. Технологические основы проектирования самоподнастраивающихся станков. – М. : Машиностроение, 1978. – 216 с.
3. Петраков Ю. В., Драчёв О. И. Автоматическое управление процессами резания : учеб. пособие. – Старый Оскол : ТНТ, 2012. – 408 с.
4. Куимов Е. А., Поляков С. М. Исследование динамических качеств технологической системы по переходным процессам [Электронный ресурс] // ОБЩЕСТВО, НАУКА, ИННОВАЦИИ (НПК – 2017) : Всерос. ежегод. науч.-практ. конф. : сб. материалов / Вят. гос. ун-т. – Киров, 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
5. Куимов Е. А., Поляков С. М. Технологическая наследственность при обработке деталей резанием на токарных станках [Электронный ресурс] // ОБЩЕСТВО, НАУКА, ИННОВАЦИИ (НПК – 2017) : Всерос. ежегод. науч.-практ. конф. : сб. материалов / Вят. гос. ун-т. – Киров, 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
6. Петраков Ю. В., Драчёв О. И. Автоматическое управление процессами резания : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – Старый Оскол : ТНТ, 2011. – 407 с. : ил + 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Библиогр.: с. 407.
7. Петраков Ю. В., Драчёв О. И. Моделирование процессов резания : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по направлению подготовки 150400 – «Тех-

нологические машины и оборудование». – Старый Оскол : ТНТ, 2011. – 239 с. : ил + 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Библиогр.: с. 239.

**КУИМОВ Евгений Александрович** – кандидат технических наук, заведующий кафедрой технологии машиностроения, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: [kuimov@vyatsu.ru](mailto:kuimov@vyatsu.ru)

**ПОЛЯКОВ Сергей Михайлович** – кандидат технических наук, доцент кафедры материаловедения и основ конструирования, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: [polyakov@vyaysu.ru](mailto:polyakov@vyaysu.ru)