

УДК 512

В. И. Варанкина

О НОВОЙ КНИГЕ ПО ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ АЛГЕБРЕ

Статья представляет собой аналитическую информацию (рецензию) о новой книге по функциональной алгебре. В декабре 2016 года вышла в свет коллективная двухтомная монография «Элементы функциональной алгебры» под редакцией профессора Е. М. Вечтомова с грифом Вятского государственного университета (ВятГУ). Авторами монографии являются члены научной алгебраической школы ВятГУ «Функциональная алгебра и теория полуколец», преподаватели кафедры фундаментальной и компьютерной математики доктор физико-математических наук, профессор Е. М. Вечтомов и молодые кандидаты физико-математических наук, доценты Е. Н. Лубягина, В. В. Сидоров и Д. В. Чупраков. В книге подытожены результаты 20-летнего развития теории полуколец непрерывных числовых функций, а также изложены результаты последних трех лет исследований. Полученные результаты принадлежат членам упомянутой научной школы. Монография написана в соответствии с проектной частью государственного задания Минобрнауки РФ «Функциональная алгебра и полукольца», проект № 1.1375.2014/К (2014–2016), издана за счет средств проекта.

Ключевые слова: функциональная алгебра, монография, научная школа, исследование, полукольцо непрерывных функций.

Монография «Элементы функциональной алгебры» [8; 9] является очередной книгой в серии изданий коллектива научной алгебраической школы [1] ВятГУ «Функциональная алгебра и теория полуколец» [4–6; 10; 12–14], содержащих функционально-алгебраический материал.

Кратко охарактеризуем содержание монографии. Она состоит из введения, 8 глав, разбитых на 42 параграфа, заключения, списка литературы из 187 источников и предметного указателя. В том 1 объемом 384 страницы вошли первые три главы (15 параграфов), том 2 объемом 316 страниц включает главы

5–8 (27 параграфов). Для удобства читателей в обоих томах дублируются оглавление, список литературы и предметный указатель.

Следует отметить, что текст набран в системе LaTeX, монография хорошо оформлена, оба ее тома имеют цветную обложку и твердый переплет. Монография отпечатана в полиграфическом цехе ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС» тиражом 500 экземпляров.

Во введении впервые в научной литературе дано развернутое определение-описание функциональной алгебры как раздела современной математики. Функциональная алгебра – это направление в математике, математическая дисциплина, находящаяся на стыке абстрактной алгебры, топологической алгебры, общей топологии, теории функций действительного переменного, функционального анализа, теории пучков. Сам термин «функциональная алгебра» был введен руководителем научной школы Е. М. Вечтомовым в 1994 году.

Показано, что функциональная алгебра имеет два основных направления исследований:

1) изучение различных алгебр $A(X)$ непрерывных функций над топологическими пространствами X : их конгруэнции, гомоморфизмы, подалгебры, вопросы определяемости и двойственности, и т. п. [3; 4; 6; 8–12];

2) изучение абстрактных алгебраических структур A методом их функциональных представлений в соответствующих производных алгебрах $A(X)$: пучки алгебр, алгебры сечений, пучковые представления и функциональные характеристики свойств алгебр A [5; 13; 14].

В данной монографии рассматривается первое направление, где в качестве $A(X)$ выступают:

- кольцо $C(X)$ всех непрерывных действительных функций на топологических пространствах X ;
- полукольцо $C^+(X)$ непрерывных неотрицательных функций;
- полуполе $U(X)$ непрерывных положительных функций;
- полукольцо $C(X, [0, 1])$ непрерывных $[0, 1]$ -значных функций;

- полукольцо $C^\infty(X)$ непрерывных $(0, \infty]$ -значных функций;
- частичное полукольцо непрерывных $[0, \infty]$ -значных функций на X ;
- полукольцо $CP(X)$ непрерывных частичных действительныхзначных функций.

Глава 1 «Полукольца» носит предварительный характер: вводятся необходимые понятия и факты теории полуколец, адаптированные к содержанию книги.

В главе 2 «Кольца непрерывных действительныхзначных функций» содержится фрагмент теории колец $C(X)$, используемый в теории полуколец непрерывных числовых функций.

Главы 3 и 4 – центральные главы монографии. Подробно изучаются полукольца $C^+(X)$ и полуполя $U(X)$ на тихоновских пространствах X , как с обычным сложением, так и с тах-сложением функций.

В главе 5 собран материал о полукольцах непрерывных функций со значениями в компактном полукольце $[0, 1]$ – единичном числовом отрезке, рассматриваемом со сложением тах, обычными умножением и топологией.

В главах 6–8 изложены результаты, полученные в последние три года в рамках выполнения проектной части госзадания Минобрнауки РФ. В этих главах введены новые объекты функциональной алгебры и положено начало их изучения.

В главе 6 впервые проведено исследование полуколец $C^\infty(X)$ со значениями в расширенном числовом луче $(0, \infty]$ без нуля 0 , но с поглощающим элементом «бесконечность» ∞ .

Глава 7 посвящена построению основ теории частичных полуколец непрерывных $[0, \infty]$ -значных функций.

В главе 8 начато изучение полуколец $CP(X)$ непрерывных частичных действительныхзначных функций.

Специально отметим, что в главах 3–8 исследование полуколец непрерывных функций на топологических пространствах X со значениями в различных топологических полукольцах ведется по единой схеме: общие структурные свойства, идеалы, конгруэнции, подалгебры, их решетки, определяемость, двойственность, полукольцевая характеристика топологических свойств пространств X .

В пункте «Заключение» сформулированы общие задачи для дальнейших исследований в области теории полуколец непрерывных функций.

В целом монография «Элементы функциональной алгебры» подытоживает развитие теории полуколец непрерывных функций с момента ее возникновения в 1994 году по настоящее время. Изложенные результаты принадлежат членам коллектива научной школы В. И. Варанкиной, Е. М. Вечтомову, Е. Н. Лубягиной, М. Н. Подлевских, И. А. Семёновой, В. В. Сидорову, Д. В. Чупракову, Н. В. Шалагиновой, Д. В. Широкову. Основные результаты далеко не тривиальны. Они дают ответы на поставленные ранее конкретные задачи, решение которых потребовало от авторов разработки новых методов и модификации известных методов исследования колец $C(X)$ непрерывных функций.

Заметим, что систематическое изучение полуколец непрерывных числовых функций начато в работе [3], см. также обзорные статьи [2; 7; 11].

Полученные в этом направлении оригинальные результаты (подавляющее большинство которых вошло в данную монографию) в совокупности представляют собой уже состоявшуюся математическую теорию – теорию полуколец непрерывных функций как неотъемлемую часть функциональной алгебры. Эта теория, зародившись в недрах классической теории колец $C(X)$, продолжает, расширяет и развивает теорию колец непрерывных функций.

Достижения и проблемы, отраженные в монографии «Элементы функциональной алгебры», открывают широкие перспективы для дальнейших исследований колец, полуколец и полуполей непрерывных функций.

Список литературы

1. Варанкина В. И., Вечтомов Е. М. Научная алгебраическая школа // Герценка: Вятские записки. 2009. № 15. С. 199–207.
2. Варанкина В. И., Вечтомов Е. М. Функциональная алгебра и полукольца: результаты исследований 2016 года / Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2017. Вып. 19. С. 36–53.
3. Варанкина В. И., Вечтомов Е. М., Семёнова И. А. Полукольца непрерывных неотрицательных функций: делимость, идеалы, конгруэнции // Фундаментальная и прикладная математика. 1998. Т. 4. Вып. 2. С. 293–310.
4. Вечтомов Е. М. Кольца непрерывных функций на топологических пространствах. Избранные темы: учебное пособие. – М.: Изд-во МПГУ, 1992. 120 с.
5. Вечтомов Е. М. Функциональные представления колец: монография. – М.: Изд-во МПГУ, 1993. 190 с.
6. Вечтомов Е. М. Введение в полукольца: научное издание. – Киров: Изд-во ВГПУ, 2000. 44 с.
7. Вечтомов Е. М. Результаты деятельности научной алгебраической школы Вятского государственного университета «Функциональная алгебра и теория полуколец в 2014–2016 годы / Advance sciences. 2017. № 1.
8. Вечтомов Е. М., Лубягина Е. Н., Сидоров В. В., Чупраков Д. В. Элементы функциональной алгебры: монография: в 2 т. Т. 1 / [под ред. Е. М. Вечтомова]. – Киров: ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС», 2016. 384 с.
9. Вечтомов Е. М., Лубягина Е. Н., Сидоров В. В., Чупраков Д. В. Элементы функциональной алгебры: монография: в 2 т. Т. 2 / [под ред. Е. М. Вечтомова]. – Киров: ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС», 2016. 316 с.
10. Вечтомов Е. М., Лубягина Е. Н., Чермных В. В. Элементы теории полуколец: монография. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2012. 228 с.
11. Вечтомов Е. М., Михалёв А. В., Сидоров В. В. Полукольца непрерывных функций // Фундаментальная и прикладная математика. 2016. Т. 21. Вып. 2. С. 47–121.
12. Вечтомов Е. М., Сидоров В. В., Чупраков Д. В. Полукольца непрерывных функций: монография. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2011. 312 с.
13. Чермных В. В. Полукольца: учебное пособие. – Киров: Изд-во ВГПУ, 1997. 130 с.
14. Чермных В. В. Функциональные представления полуколец: монография. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2010. 224 с.

ВАРАНКИНА Вера Ивановна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры фундаментальной и компьютерной математики, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: veravarankina@gmail.com