

УДК 537.877

С. Н. Запольских, А. А. Борисов, А. С. Бобров

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИЙ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ НАКОПЛЕНИЕМ МАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

В статье обсуждаются электромагнитные системы с предварительным накоплением магнитной энергии на примере электрических двигателей, представленном в виде абстрагированной технической модели. Энергопреобразование в этих системах осуществляется при постоянном потокоцеплении, что позволяет повысить энергетические характеристики. Рассмотрены особенности и возникающие трудности при составлении математических уравнений для энергий, пригодных для программирования на языке математической системы MathCAD и разработки численных моделей.

Ключевые слова: электромагнитные системы, накопители магнитной энергии, моделирование.

В электрических двигателях с предварительным накоплением магнитной энергии, в которых энергопреобразование происходит при постоянном потокоцеплении, можно получить более высокие энергетические показатели и упростить конструкцию. Постоянное потокоцепление создается следующим образом: при максимальном магнитном сопротивлении между полюсами первичной и вторичной частью подается импульс электрического тока, затем обмотка замыкается накоротко и при перемещении вторичной части накопленная магнитная энергия преобразуется в работу и кинетическую энергию. Для управления и регулирования систем, работающих при постоянном потокоцеплении, необходимо применение датчиков: датчиков положения вторичной части и датчиков индукции магнитного поля. Что бы обеспечить такой режим работы и управление требуется быстродействующая и мощная коммутирующая

техника, которая в настоящее время уже существует. Кроме того, необходимы современные микропроцессорные системы управления, которые теперь от применения для информационных целей бурно внедряются в технику, медицину, особенно в сварочное производство, где, например, необходимо проведение сварочной горелки по сварному шву сложной формы в пространстве при одновременном изменении тепловложения, скорости сварки и других параметров. Микропроцессорные системы управления используются, также, для управления инверторными сварочными источниками питания и позволяют отслеживать и управлять переносом каждой капли металла. Таким образом, появились все условия для разработки и исследования электромагнитных систем с предварительным накоплением магнитной энергии, преобразующих энергию при постоянном потокоцеплении.

Большой интерес вызывает исследование энергетических процессов, происходящих в таких двигателях, так как знание их закономерностей позволит оптимизировать конструкцию при проектировании подобных двигателей и поможет при разработке соответствующих систем управления. Методы и результаты исследований могут быть использованы также и в учебных целях.

Для исследования двигателей с предварительным накоплением магнитной энергии были разработаны математические и численные модели. За основу программ численных моделей взяты уравнения механики и электромагнетизма, учитывающие активное сопротивление обмотки, нелинейность кривых намагничивания сердечников, магнитные потоки рассеяния и ряд других факторов, влияющих на работу двигателя.

В систему уравнений были включены уравнения для энергий, записанных в виде дифференциальных уравнений, что позволило получить более детальную информацию о самом процессе преобразования энергий.

Конструктивная и эквивалентная схема электрической и магнитной цепи приведена на рис. 1.

Уравнение электрической цепи может быть записано в виде (рис. 1, б):

$$iR = U(x) - \frac{d\Psi}{dt}, \quad (1)$$

где $U(x)$ – напряжение на зажимах обмотки; i – электрический ток в обмотке; $\Psi = w\Phi$ – потокосцепление; Φ – магнитный поток; w – число витков обмотки; R – активное сопротивление обмотки.

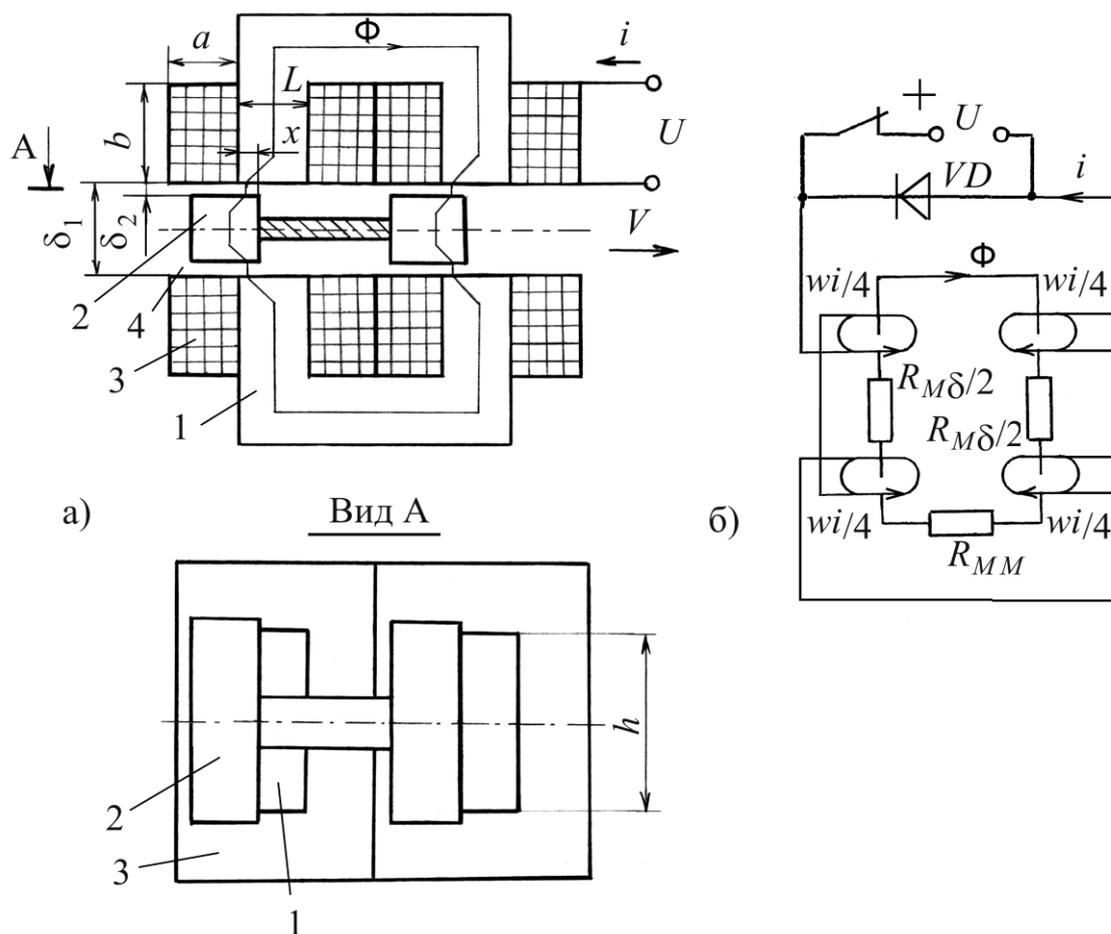


Рис. 1. Конструктивная схема и эквивалентная схема электрической и магнитной цепи численных моделей двигателя: 1 – первичная часть; 2 – вторичная часть; 3 – обмотка; 4 – рабочий зазор

Уравнение магнитной цепи может быть записано как (рис. 1, б):

$$R_M(x, \Phi)\Phi = (R_{M\delta}(x) + R_{MM}(\Phi))\Phi = wi, \quad (2)$$

где $R_M(x, \Phi)$ – полное магнитное сопротивление; $R_{M\delta}(x)$ – магнитное сопротивление рабочих зазоров; $R_{MM}(\Phi)$ – магнитное сопротивление сердечников магнитопровода.

Умножив левую и правую части уравнения (1) на idt получим уравнение баланса энергий:

$$U(x)idt = i^2 R dt + id\Psi \quad (3)$$

В этом уравнении

$$dW_E = U(x)idt \quad (4)$$

дифференциал работы источника питания.

$$dW_{Dg} = Ri^2 dt \quad (5)$$

является дифференциалом тепловых потерь в проводах.

Полная работа, совершаемая источником питания, и тепловые потери в проводах получают интегрированием:

$$W_E = \int_0^t U(x)idt, \quad (6)$$

$$W_{Dg} = R \int_0^t i^2 dt \quad (7)$$

Энергия $id\Psi = wid\Phi$ в (3) связана с изменением магнитного потока, в которую входит энергия магнитного поля, за счет которой совершается механическая работа электромагнитной силы $F_M(x, \Phi)$:

$$id\Psi = dW_M + \delta W_A = dW_M + F_M(x, \Phi)dx \quad (8)$$

Энергия магнитного поля определяется известными выражениями:

$$W_M = \frac{1}{2} \int_V BH dV = \frac{1}{2} i\Psi,$$

где B и H – индукция и напряжённость магнитного поля в объеме V .

Для бесконечно малых величин магнитная энергия запишется:

Физико-математические науки

$$dW_M = \frac{1}{2}d(i\Psi) = \frac{1}{2}id\Psi + \frac{1}{2}\Psi di \quad (9)$$

Из (8) и (9) можно найти механическую работу электромагнитной силы:

$$\delta W_{AM} = id\Psi - \frac{1}{2}d(i\Psi) = \frac{1}{2}id\Psi - \frac{1}{2}\Psi di \quad (10)$$

Необходимо отметить, что при выводе формулы для механической работы с помощью уравнения баланса энергий учитывается весь магнитный поток: магнитный поток поля, в который помещен проводник с током и магнитный поток поля, создаваемого самим проводником с током. В учебниках физики рассматривается обычно только часть магнитного потока, то есть только магнитный поток поля, в который помещен проводник с током и формула для механической работы имеет другой вид [2]:

$$\delta W_{AM} = id\Psi_B,$$

где Ψ_B – потокосцепление обмотки во внешнем поле B .

Переходя от потокосцепления к потоку и подставляя в (10) магнитодвижущую силу wi из (2), получим:

$$\delta W_{AM} = \frac{1}{2}R_M(x, \Phi)\Phi d\Phi - \frac{1}{2}\Phi d(R_M(x, \Phi)\Phi) = -\frac{1}{2}\Phi^2 dR_M(x, \Phi) \quad (11)$$

Работа электромагнитной силы за время t будет равна:

$$W_{AM} = -\frac{1}{2} \int_{R_{M0}}^{R_M} \Phi^2 dR_M,$$

где R_{M0} и R_M – магнитные сопротивления в начальный момент времени и текущее его значение.

Работа электромагнитной силы для энергопреобразования с постоянным потокосцеплением при перемещении вторичной части из начального положения, когда магнитное сопротивление магнитной цепи максимальное, в положении с более малым магнитным сопротивлением определяется изменением магнитного сопротивления:

$$W_{AM} = \frac{1}{2} \Phi^2 (R_{M0} - R_M)$$

Учитывая, что магнитное сопротивление магнитной цепи складывается из магнитного сопротивления рабочих зазоров и сердечника магнитопровода из (11) получим:

$$\delta W_{AM} = -\frac{1}{2} \Phi^2 dR_M(x, \Phi) = -\frac{1}{2} \Phi^2 dR_{M\delta}(x) - \frac{1}{2} \Phi^2 dR_{MM}(\Phi) \quad (12)$$

Электромагнитная сила будет равна:

$$F_M(x, \Phi) = \frac{\delta W_{AM}}{dx} = -\frac{1}{2} \Phi^2 \frac{dR_{M\delta}(x)}{dx} - \frac{1}{2} \Phi^2 \frac{dR_{MM}(\Phi)}{dx} \quad (13)$$

Механическая работа электромагнитной силы согласно (13) может быть записана:

$$W_{AM} = \int_0^x F_M(x, \Phi) dx = -\frac{1}{2} \int_{R_{M0}}^{R_M} \Phi^2 dR_M = -\frac{1}{2} \int_{R_{M\delta 0}}^{R_{M\delta}} \Phi^2 dR_{M\delta} - \frac{1}{2} \int_{R_{MM0}}^{R_{MM}} \Phi^2 dR_{MM} \quad (14)$$

где $R_{M\delta 0}$ и R_{MM0} – магнитное сопротивление в воздушном зазоре и сердечников в начале движения вторичной части.

Механическая работа магнитной силы зависят от изменения магнитного сопротивления воздушного зазора, которое изменяется в результате движения вторичной части. Кроме того, механическая работа зависит и от изменения магнитного сопротивления сердечников, хотя ни какого перемещения в них не происходит. Это объясняется тем, что в результате изменения магнитного сопротивления рабочих зазоров меняется и магнитный поток в сердечниках, особенно сильно во время подключения источника питания. Из-за нелинейности кривой намагничивания это и приводит к изменению магнитного сопротивления сердечников и за счет этого совершению механической работы. В математических моделях, в которых пренебрегается магнитными свойствами сердечников второе слагаемое в (13) и (14) выпадает.

Учет магнитных свойств сердечников магнитопровода приводит и к другой особенности. В математических моделях и программах численных моделей магнитное сопротивление записано как функция от магнитного потока [1]:

$$R_{MM}(\Phi) = \frac{l_M}{\mu_0 \mu(\Phi) S_M}, \quad (15)$$

В системе уравнений, присутствует производная по координате, в то время как за независимую переменную взято время. При преобразовании к производной по времени в знаменателе выражения для электромагнитной силы (13) появляется скорость:

$$\frac{1}{2} \Phi^2 \frac{dR_{MM}(\Phi)}{dx} = \frac{1}{2} \Phi^2 \frac{dR_{MM}(\Phi)}{d\Phi} \frac{d\Phi}{dx} = \frac{1}{2} \Phi^2 \frac{dR_{MM}(\Phi)}{d\Phi} \frac{d\Phi}{dt} \frac{1}{V}.$$

Это приводит, в свою очередь, к появлению скорости в знаменателе уравнения механики:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m} (F_M(x, \Phi) - F_A(x)). \quad (16)$$

Появление скорости в знаменателе вызывает некоторые трудности в формировании численных моделей и снижает их универсальность, в частности лишает работоспособности программ при остановке или реверсе вторичной части.

Чтобы частично исключить такое затруднение, вместо скорости взята в качестве зависимой переменной кинетическая энергия вторичной части:

$$K = \frac{mV^2}{2} \quad \text{или} \quad V = \frac{dx}{dt} = \pm \left(\frac{2K}{m} \right)^{1/2}. \quad (17)$$

Умножив уравнение (16) на dx :

$$m \frac{dV}{dt} dx = F_M(x, \Phi) dx - F_A(x) dx$$

и проинтегрировав это выражение, получим:

$$K - K_0 = \frac{1}{2} mV^2 - \frac{1}{2} mV_0^2 = \int_0^x F_M(x, \Phi) dx - \int_0^x F_A(x) dx = W_A - \int_0^x F_A(x) dx, \quad (18)$$

где K_0 – начальная кинетическая энергия.

Теперь продифференцировав обе части уравнения по t , получим:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_A}{dt} - \left(\frac{2K}{m}\right)^{1/2} F_A(x) \quad (19)$$

В этом выражении для скорости взят знак плюс, то есть, рассмотрено только одно направление движения.

Подставив выражение для электромагнитной силы (13), получим:

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{1}{2}\Phi^2 \left(\frac{2K}{m}\right)^{1/2} \frac{dR_{M\delta}(x)}{dx} - \frac{1}{2}\Phi^2 \frac{dR_{MM}(\Phi)}{d\Phi} \frac{d\Phi}{dt} - \left(\frac{2K}{m}\right)^{1/2} F_A(x) \quad (20)$$

Таким образом, скорость в знаменателе не появилась. Но как показала работа с такой численной моделью, это не позволяет полностью уйти от трудностей. Когда мы переходим от зависимой переменной скорости к зависимой переменной кинетической энергии, нужно дополнительно в программе учитывать также и знак скорости. В этом случае для обратного движения вторичной части необходимо составлять отдельную программу, а затем решения уравнений, полученные для прямого и обратного движения «сшивать». Возможно, существуют и более рациональные пути для учета расхождений при появлении скорости в знаменателе для электромагнитной силы.

Также нужно быть внимательным при подборе функций противодействующей силы. В двигателях с нулевой начальной скоростью эти функции не должны слишком быстро возрасть с увеличением скорости, в противном случае работа программы останавливается и выдается информация об ошибке.

Связь между электромагнитной силой и внешней противодействующей силой получается следующим образом. Уравнение механики можно записать в виде:

$$m \frac{dV}{dt} = m \frac{dV}{dx} V = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} m V^2 \right) = F_M(x, \Phi) - F_A(x) \quad (21)$$

Интегрируя по x , получим:

$$\int_0^x F_M(x, \Phi) dx = \int_0^x F_A(x) dx + \frac{1}{2} mV^2 - \frac{1}{2} mV_0^2, \quad (22)$$

где V_0 – скорость первичной части в начальном положении.

Уравнение (16) указывает на тот известный факт, что работа, совершаемая электромагнитной силой равна работе против внешних противодействующих движению сил и изменению кинетической энергии вторичной части.

Уравнения для работы источника питания (6), энергия потерь в проводах обмотки, выделяемая в виде тепла (7) и механическая работа электромагнитной силы (14) записаны в интегральном виде. Математическая система MathCAD, которая использовалась для решения системы дифференциальных и нелинейных уравнений механики и электромагнетизма, представляет результаты их решения в виде численных данных. Для того чтобы использовать эти данные в интегральных выражениях для энергий они должны быть предварительно интерполированы. Поэтому уравнения для энергий удобнее представить в дифференциальном виде, включив их в общую систему уравнений механики и электромагнетизма. В этом случае система MathCAD работает гораздо быстрее, чем при вычислении энергий в интегральном виде с предварительной интерполяцией. Хотя уравнения для энергий получаются из основных уравнений механики и электромагнетизма, то есть являются их следствием, математическая система дает такие же результаты.

Дифференциальное уравнение для энергии, отдаваемой источником питания W_E можно записать как

$$\frac{dW_E}{dt} = U(x)i \quad (23)$$

Дифференциальное уравнение для активных потерь в проводах W_{Dg} , должно иметь вид:

$$\frac{dW_{Dg}}{dt} = Ri^2 \quad (24)$$

Дифференциальное уравнение для механической энергии электромагнитной силы W_{AM} имеет вид:

$$\frac{\delta W_{AM}}{dt} = \frac{\delta W_{AM}}{dx} \frac{dx}{dt} = VF_M(x, \Phi) \quad (25)$$

Магнитные потоки, не проходящие по сердечникам, потоки рассеяния, учитывались в соответствии со схемой, изображенной на рис. 2 [1]. Рассмотрены два вида таких потоков: потоки Φ_2 , проходящие вокруг витков обмотки, и боковые потоки Φ_3 , проходящие между боковыми поверхностями сердечника магнитопровода и полюсами вторичной части.

Обмотка представлялась сосредоточенной в виде одного среднего витка. Часть силовых линий магнитного поля, создаваемого обмоткой, проходит за пределами сердечника магнитопровода по «воздуху» и не учувствуют в создании электромагнитной силы.

Магнитное сопротивление таких магнитных потоков определялось по формуле:

$$R_{M2} = \frac{a + b}{\mu_0 a (L + h + a)} \quad (26)$$

Боковые магнитные потоки образуются между боковыми поверхностями сердечника магнитопровода и полюсами вторичной части. Такие магнитные потоки тоже проходят за пределами сердечников магнитопровода, но, скорее всего, могут быть рабочими. Магнитное сопротивление таких потоков определялось по формуле:

$$R_{M3} = \frac{\pi}{4\mu_0 h} \quad (27)$$

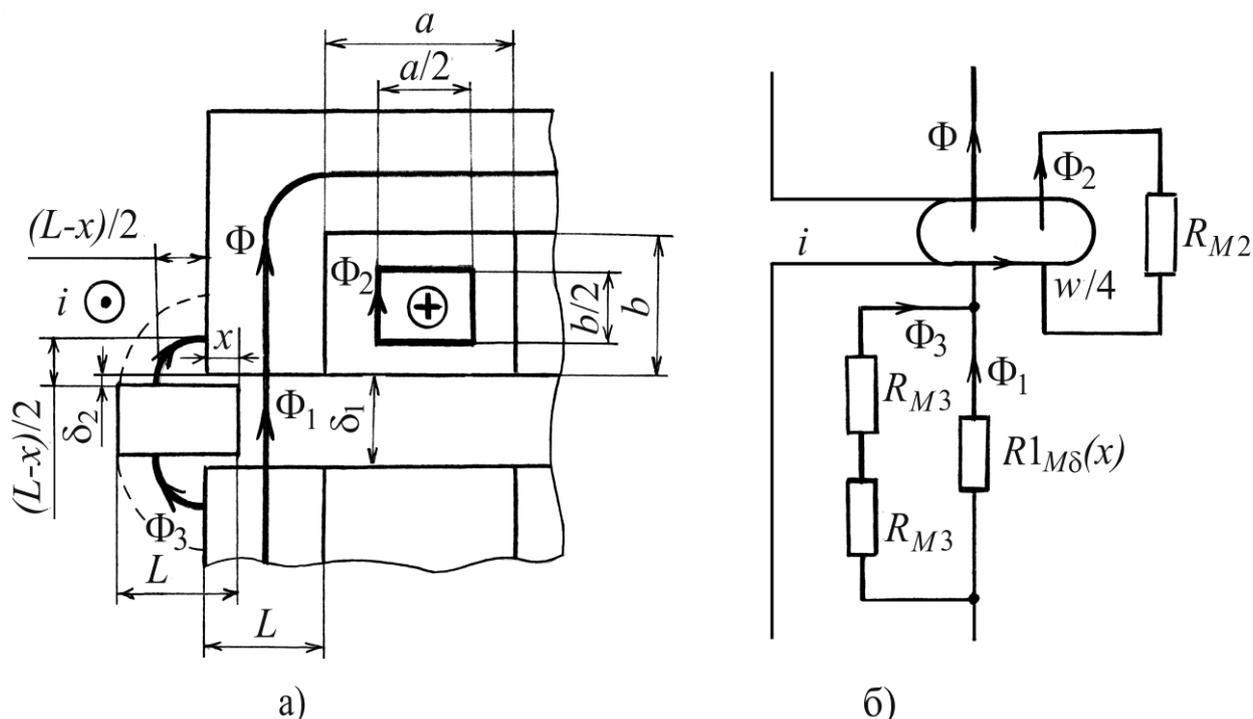


Рис. 2. Магнитные потоки: а) – потоки рассеяния (б) – их эквивалентная схема

Необходимо заметить, что эту формулу можно применять для случая, когда между боковыми частями подвижных полюсов помещен электропроводящий металл, экранирующий магнитные потоки с внутренних поверхностей. В его отсутствие между внутренними боковыми поверхностями подвижных полюсов тоже возникают магнитные потоки, и магнитное сопротивление уменьшается уже в два раза:

$$R_{M3} = \frac{\pi}{8\mu_0 h} \quad (28)$$

Вначале программы численных моделей были разработаны без учета магнитных потоков рассеяния. Магнитные потоки рассеяния вносят вклад в энергию магнитного поля, и теперь уравнения математических моделей и программы численных моделей дополняются уравнениями, учитывающими такое влияние потоков рассеяния [1].

Таким образом, рассмотрены физические принципы преобразования энергий в двигателях с предварительным накоплением магнитной энергии, в

которых преобразование накопленной магнитной энергии в механическую работу и кинетическую энергию осуществляется при постоянном потокосцеплении. Уточнен ряд формул и рассмотрены особенности составления математических моделей. Рассмотренные уравнения используются с помощью математических пакетов программ MathCAD для разработки численных моделей. Уравнения энергий используются не в интегральной форме, а в виде дифференциальных уравнений, которые включены в общую систему уравнений механики и электромагнетизма. Это позволяет исключить интерполяцию численных данных решения системы уравнений, и, тем самым упростить и ускорить работу программ численных моделей.

Список литературы

1. *Запольских С. Н.* Импульсные системы с индуктивными накопителями энергии. – Киров : ПРИП ФГБОУ ВПО «ВятГУ», 2012. 121 с.
2. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М. : Наука, 1967. – 616 с.

ЗАПОЛЬСКИХ Сергей Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной физики, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: zapose@mail.ru

БОРИСОВ Александр Анатольевич – инженер проблемной лаборатории ММВВС, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: vgu-sopromat@mail.ru

БОБРОВ Александр Сергеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной физики, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: etf_dekanat@vyatsu.ru