

Вятский государственный университет

# **Advanced science**

Н а у ч н ы й   ж у р н а л

**№ 1(12)**

Киров  
2019

ББК 74.48я52

A22

**Главный редактор**

Е. М. Вечтомов, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ,  
ORCID: 0000-0002-3490-2956

**Заместитель главного редактора**

Д. Е. Прозоров, доктор технических наук, доцент, профессор, ВятГУ, ORCID: 0000-0002-3577-8838

**Ответственный секретарь**

Е. Н. Лубягина, кандидат физико-математических наук, доцент, ВятГУ, ORCID: 0000-0001-5071-6208

**Состав редакционной коллегии:**

А. В. Алешкин, доктор технических наук, профессор, директор, ФГБНУ «ФАНЦ Северо-Востока» (г. Киров)

В. И. Варанкина, кандидат физико-математических наук, доцент, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0003-4166-1182

И. В. Губин, кандидат технических наук, доцент, директор, Политехнический институт, ВятГУ (г. Киров)

В. И. Джиган, доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, Московский исследовательский центр ООО «Техкомпания Хуавэй» (г. Москва)

С. И. Калинин, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров)

И. Б. Кожухов, доктор физико-математических наук, профессор, Национальный исследовательский университет «МИЭТ» (г. Москва)

Е. В. Котельников, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

А. А. Красных, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

А. А. Махнев, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заведующий отделом, Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН (г. Екатеринбург)

Н. Н. Непейвода, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт программных систем РАН (г. Переславль-Залесский)

В. П. Одинец, доктор физико-математических наук, профессор, Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина (г. Сыктывкар)

С. М. Окулов, доктор педагогических наук, кандидат технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров)

Е. П. Петров, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров),  
ORCID: 0000-0002-0336-1341

В. В. Сидоров, кандидат физико-математических наук, доцент, научный сотрудник, ВятГУ (г. Киров)

Д. А. Страбыкин, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

И. В. Флегентов, доктор технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0002-6569-5654

А. Г. Хлебов, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

А. В. Частиков, доктор технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0002-1998-7787

В. В. Черепанов, доктор технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0002-5244-7061

В. В. Чермных, доктор физико-математических наук, доцент, профессор, ВятГУ (г. Киров)

Д. В. Чупраков, кандидат физико-математических наук, доцент, ВятГУ (г. Киров)

А. В. Шатров, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

**Научный журнал «Advanced science»**

**как средство массовой информации зарегистрирован в Роскомнадзоре  
(Свидетельство о регистрации СМИ Эл № ФС 77-67556 от 31 октября 2016 г.)**

Учредитель журнала ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет»

Адрес издателя: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,  
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)

Адрес редакции: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,  
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)

Редактор **М. О. Корякина**

Компьютерная верстка **Л. А. Кислицына**

Редактор выпускающий **А. И. Чернышова**

Ответственный за выпуск **И. В. Смольняк**

Цена свободная

© Вятский государственный университет (ВятГУ), 2019

---

---

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

## МАТЕМАТИКА

- Вечтомов Е. М., Шувалов К. И.* Построение конечных топологических пространств .....5  
*Лубягина Е. Н., Панкратова Л. В., Широков Д. В.* Интегративный подход в преподавании курса общей алгебры бакалаврам педагогического образования ..... 15

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

- Вычегжанин С. В., Котельников Е. В., Разова Е. В.* Исследование методов выбора оптимального количества признаков для решения задачи определения точки зрения автора текста ..... 19  
*Шатров А. В., Пащенко Д. Э.* Сравнение классических регрессионных моделей с моделями, построенными с помощью продвинутых методов машинного обучения ... 24

## ФИЗИКА

- Кантор П. Я., Маринин Е. А., Маринина Н. И.* Динамика концентрации углерода в поверхностном слое стали при насыщении углеродом из газовой фазы в результате воздействия лазерного излучения ..... 29

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

- Курбатова Е. Е.* Обзор методов обнаружения теней на спутниковых изображениях ..... 34

## ЭНЕРГЕТИКА

- Вихарев А. П.* Оценка эффективности применения высокотемпературных проводов для воздушных линий электропередачи ..... 44  
*Татарина Н. В., Якимова А. А.* Оценка влияния состояния системы регенерации на показатели эффективности работы ТЭЦ ..... 48

## ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

- Новиков А. В., Новоселова О. А., Хорошина Е. Н.* О продлении срока эксплуатации высоковольтного оборудования ..... 53

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

- Апатов Ю. Л., Лысков В. Л., Апатов К. Ю.* Конструкторско-технологическое оснащение промышленных роботов в виде вакуумных захватных устройств с регулируемыми характеристиками ..... 57

---

<i>Мелюков В. В., Максимов А. Е., Грачев С. П. Условия применения метода моментов при оптимизации процесса кристаллизации металла сварного шва.....</i>	<i>62</i>
<i>Леготин А. Б. Исследование влияния обмоточных данных на характеристики асинхронного двигателя-вентилятора.....</i>	<i>66</i>
<i>Сергеева А. В., Скворцов А. И., Елькина К. М. Изменение низкоамплитудного внутреннего трения в зависимости от химического состава и температуры старения сплавов системы цинк-алюминий .....</i>	<i>69</i>
<i>Фокин А. А., Тарасова О. И., Юркин Ю. В. Влияние концентрации карбоната кальция на механические свойства полимерных материалов на основе бутилкаучука.....</i>	<i>73</i>

## Построение конечных топологических пространств\*

Е. М. Вечтомов<sup>1</sup>, К. И. Шувалов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: vecht@mail.ru

<sup>2</sup>магистрант направления подготовки «Математика и компьютерные науки», кафедра фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: callmered@yandex.ru

**Аннотация.** Данная статья, носящая математико-методический характер, посвящена решению задачи построения всех, с точностью до гомеоморфизма, пятиэлементных топологических пространств, а также нахождению и подсчету топологизаций пятиэлементного множества. Применяется порядковый подход, при котором  $n$ -элементные  $T_0$ -пространства получаются из  $n$ -элементных упорядоченных множеств. Далее  $n$ -элементные не  $T_0$ -пространства строятся склеиванием точек, исходя из  $m$ -элементных упорядоченных множеств по всем натуральным  $m < n$ .

**Ключевые слова:** упорядоченное множество, порядковый идеал,  $T_0$ -топология, конечное топологическое пространство, топологизация.

### Введение

В дидактике математики мы выделяем *структурную* (теоретическую) и *задачную* (практическую) составляющие процесса обучения математике. В основе структурного подхода лежит понятие *математической структуры* как множества с заданным набором отношений между его элементами. Бурбаки выделили три фундаментальных вида математических структур: *алгебраический*, *порядковый* и *топологический* [3]. Методике изучения этих типов математических структур посвящены наши работы [4; 6; 15]. Хорошо известны также структуры с мерой и инцидентностные структуры [10, главы 5 и 6]. Отметим, что вопросы методологии математики обсуждаются в [11].

Теоретический материал хорошо усваивается при самостоятельном решении разнообразных задач и упражнений. В этом заключается задачный подход в обучении математике. Выявление структурной основы в задачной ситуации служит важным общим методом решения задач [8; 9].

В классе конечных объектов существуют естественные взаимосвязи между указанными типами структур: алгебраическим (дистрибутивные решетки), порядковым (упорядоченные множества) и топологическим ( $T_0$ -пространства) [5, параграф 12; 10, параграф 7.1]. Мы используем эти связи в качестве метода построения конечных топологических пространств на основе диаграмм Хассе конечных упорядоченных множеств (теорема 2.1). Данный материал излагается магистрантам-математикам Вятского государственного университета [7].

Заметим, что  $T_0$ -пространства введены в математику А. Н. Колмогоровым. Они встречаются и применяются – как простые спектры коммутативных колец – в коммутативной алгебре и алгебраической геометрии [1; 17]. Известно топологическое представление Стоуна дистрибутивных решеток на их простых спектрах [16, с. 137]; имеет место также соответствующее функциональное представление [13, теорема 4.4].

Задача нахождения топологических пространств, имеющих не более четырех элементов, рассматривалась нами ранее [10, с. 189–192; 12].

Общепринятую порядковую и топологическую терминологию можно найти в книгах [2; 16; 18].

Статья примыкает к нашим предыдущим работам [13; 14].

### Предварительные сведения

Напомним исходные понятия. Начнем с определений, связанных с порядковой структурой, поскольку основой построения конечных топологических пространств служит у нас порядковый подход. Затем введем необходимые топологические понятия.

---

\* Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ «Полукольца и их связи», проект № 1.5879.2017/8.9.

© Вечтомов Е. М., Шувалов К. И., 2019

Рефлексивное, транзитивное, антисимметричное бинарное отношение на непустом множестве  $X$  называется *отношением порядка*, или просто *порядком* на  $X$ , и обозначается  $\leq$ . Для любых  $x, y, z \in X$  имеем:

- 1)  $x \leq x$  (*рефлексивность*);
- 2)  $x \leq y \leq z \Rightarrow x \leq z$  (*транзитивность*, транзитом через  $y$ );
- 3)  $x \leq y \leq x \Rightarrow x = y$  (*антисимметричность*).

Упорядоченное множество  $\langle X, \leq \rangle$  – это непустое множество  $X$  с заданным на нем порядком  $\leq$ .

Пусть дано некоторое упорядоченное множество  $\langle X, \leq \rangle$ . Элементы  $a, b \in X$  называются *сравнимыми*, если  $a \leq b$  или  $b \leq a$ , и *несравнимыми* в противном случае. Отметим, что обозначения  $<$ ,  $\geq$  и  $>$  имеют обычный смысл.

Упорядоченное множество  $\langle X, \geq \rangle$  называется *двойственным* к упорядоченному множеству  $\langle X, \leq \rangle$ , при этом  $\langle X, \leq \rangle$  двойственно к  $\langle X, \geq \rangle$ . Имеет место *принцип двойственности* в теории упорядоченных множеств: если утверждение, сформулированное в терминах отношения порядка, верно для всех упорядоченных множеств, то верно и *двойственное утверждение*, получаемое из исходного утверждения взаимной заменой отношений  $\leq$  и  $\geq$ . Подобным образом определяются и двойственные понятия. Упорядоченное множество называется *самодвойственным*, если оно изоморфно двойственному ему упорядоченному множеству.

Упорядоченное множество называется:

*линейно упорядоченным*, или *цепью*, если любые два его элемента сравнимы;  
*антицепью*, если любые два его различных элемента несравнимые.

Элемент  $a \in X$  называется:

*наибольшим*, если  $x \leq a$  для всех элементов  $x \in X$ ;  
*максимальным*, когда в  $X$  нет элементов  $x > a$ .

Двойственным образом вводятся понятия *наименьшего* и *минимального* элементов упорядоченного множества.

Элемент  $x \in X$  называется *верхней гранью* множества  $Y \subseteq X$ , если  $y \leq x$  для любого  $y \in Y$ . Если множество всех верхних граней множества  $Y$  непусто и имеет наименьший элемент  $s$ , то  $s$  называется *точной верхней гранью* множества  $Y$  и обозначается  $s = \sup Y$ . Двойственным образом определяются понятия *нижней грани* множества  $Y$  и *точной нижней грани*  $\inf Y$ .

Подмножество  $Y$  упорядоченного множества  $\langle X, \leq \rangle$  называется *его порядковым идеалом* (или  *$\leq$ -идеалом*), если

$$\forall x \in X \forall y \in Y (x \leq y \Rightarrow x \in Y).$$

Пустое множество и само множество  $X$  – порядковые идеалы. Объединение и пересечение любого непустого множества порядковых идеалов упорядоченного множества суть порядковые идеалы. Порядковый идеал вида

$$[x] = \{y \in X: y \leq x\}, x \in X$$

называется *главным порядковым идеалом* в  $X$ . Любой непустой порядковый идеал упорядоченного множества  $X$  является объединением содержащихся в нем главных порядковых идеалов.

Отображение  $f: X \rightarrow Y$  упорядоченного множества  $\langle X, \leq \rangle$  в упорядоченное множество  $\langle Y, \leq \rangle$  называется:

*изотонным*, когда  $\forall x_1, x_2 \in X (x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2))$ ;

(*порядковым*) *изоморфизмом*, когда  $f$  взаимно однозначно и взаимно изотонно, то есть  $f$  и  $f^{-1}$  – изотонные отображения.

Упорядоченное множество, в котором каждое двухэлементное множество обладает точной верхней гранью, называется *верхней полурешеткой*. Поскольку  $\sup\{a\} = a$  в любом упорядоченном множестве, то любые элементы  $a$  и  $b$  произвольной верхней полурешетки имеют  $\sup\{a, b\}$ . Легко видеть, что в верхней полурешетке всякое конечное непустое подмножество имеет точную верхнюю грань. Двойственным образом определяется понятие *нижней полурешетки*. Упорядоченное множество, являющееся верхней полурешеткой и нижней полурешеткой одновременно, называется *решеткой*. Любая конечная решетка обладает наибольшим и наименьшим элементами, обозначаемыми 1 и 0 соответственно. Это порядковое определение решетки. Двойственное к решетке упорядоченное множество также будет решеткой.

Дадим алгебраическое определение решетки. Алгебраическая структура  $\langle L, +, \cdot \rangle$  с двумя бинарными операциями сложения  $+$  и умножения  $\cdot$  называется *решеткой*, если  $\langle L, + \rangle$  и  $\langle L, \cdot \rangle$  – идемпотентные коммутативные полугруппы и выполняются законы (тождества) поглощения  $x + xy = x, x(x + y) = x$ .

Мы видим, что алгебраически решетки задаются четырьмя парами взаимодвойственных аксиом-тождеств. Решетка называется *дистрибутивной*, если в ней выполняется тождество

$x(y+z)=xy+xz$ . Класс всех решеток и класс дистрибутивных решеток являются многообразиями. Дистрибутивными решетками являются все цепи и булеаны  $\langle B(X), \cup, \cap \rangle$ , где  $B(X)$  есть множество всех подмножеств произвольного множества  $X$ .

Порядковое и алгебраическое определения решетки равносильны. Если  $\langle L, \leq \rangle$  – решетка в порядковом смысле, то, положив

$$x+y=\sup\{x, y\} \text{ и } xy=\inf\{x, y\} \text{ для любых } x, y \in L, \quad (I)$$

получим решетку  $\langle L, +, \cdot \rangle$  в алгебраическом смысле. Обратное, если  $\langle L, +, \cdot \rangle$  – решетка в алгебраическом смысле, то, положив

$$x \leq y \Leftrightarrow x+y=y \text{ (эквивалентно, } xy=x) \text{ для всех } x, y \in L, \quad (II)$$

будем иметь решетку  $\langle L, \leq \rangle$  в порядковом смысле. Переходы (I) и (II) взаимно обратны. Поэтому под *решеткой* можно понимать алгебраическую систему  $\langle L, +, \cdot, \leq \rangle$  с двумя идемпотентными коммутативно-ассоциативными операциями  $+$  и  $\cdot$ , связанными законами поглощения, и отношением порядка  $\leq$ , удовлетворяющими соотношениям (I) и (II). Заметим, что неравенства в решетках можно почленно складывать и умножать.

Два упорядоченных множества (две решетки) называются *изоморфными*, если существует изоморфизм одного (одной) из них на другое (другую).

Наименьший элемент  $a$  решетки  $L$  называется *неразложимым* (в сумму), если для любых  $x, y \in L$  из  $a=x+y$  следует  $a=x$  или  $a=y$ .

Порядковый изоморфизм  $f: X \rightarrow Y$  решеток  $X$  и  $Y$  сохраняет решеточные операции сложения и умножения, то есть  $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$  и  $f(x_1x_2)=f(x_1)f(x_2)$  для любых  $x_1, x_2 \in X$ . Отображение  $f: X \rightarrow Y$  решетки  $X$  в решетку  $Y$ , сохраняющее решеточные операции, называется *гомоморфизмом* решеток. Отметим, что взаимно однозначный гомоморфизм  $f$  решеток является их изоморфизмом, то есть обратное отображение  $f^{-1}$  также будет гомоморфизмом. Изотонное отображение решеток не обязательно будет гомоморфизмом. Кроме того, отображение  $X \rightarrow Y$  решетки  $X$  в решетку  $Y$ , сохраняющее одну из операций  $+$  или  $\cdot$ , может не сохранять другую операцию, но всегда будет изотонным.

Элемент  $b \in X$  *покрывает* элемент  $a \in X$ , если  $a < b$  и  $a \leq x \leq b$  влечет  $x=a$  или  $x=b$  для любого  $x \in X$ .

Конечное упорядоченное множество  $\langle X, \leq \rangle$  удобно представить диаграммой Хассе. Элементы множества  $X$  изображаются точками «вертикальной» плоскости. Если элемент  $a$  покрыт элементом  $b$ , то соединяем точку  $a$  с точкой  $b$  отрезком, идущим вверх. При этом получается граф, называемый *диаграммой Хассе* конечного упорядоченного множества  $X$ . Исходный порядок на  $X$  полностью восстанавливается по диаграмме Хассе:  $x \leq y \Leftrightarrow y=x$  или от точки  $x$  к точке  $y$  можно пройти, двигаясь вверх по графу. Последнее означает существование цепи  $x=x_0 < x_1 < \dots < x_n=y$  последовательных покрытий  $x_k < x_{k+1}$ ,  $k=0, 1, \dots, n-1$  ( $n \in \mathbf{N}$ ).

Диаграмму Хассе любого конечного упорядоченного множества  $X$  можно построить, исходя из минимальных элементов. Берем в  $X$  множество  $X_1$  всех минимальных элементов и изображаем их точками, расположенными горизонтально (это первый уровень). Затем в упорядоченном множестве  $X \setminus X_1$  снова рассматриваем множество  $X_2$  всевозможных минимальных элементов, помещая их на второй горизонтальный уровень над первым. Далее повторяем процедуру: берем упорядоченное множество  $X \setminus (X_1 \cup X_2)$  и т. д. Упорядоченное множество  $X$  разбивается на уровни  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , являющиеся антицепями. Элемент  $a \in X$  находится на  $k$ -м уровне ( $2 \leq k \leq n$ ) тогда и только тогда, когда начинающиеся с  $a$  убывающие цепи в  $X$  имеют наибольшее число элементов, равное  $k$ . Элементы последнего уровня  $X_n$  максимальны, но в  $X$  могут быть и другие максимальные элементы.

*Топологией* на непустом множестве  $X$  называется множество  $\tau$  подмножеств в  $X$ , содержащее пустое множество  $\emptyset$  и само множество  $X$  и замкнутое относительно произвольных объединений и конечных пересечений, то есть:

- (1)  $\emptyset, X \in \tau$ ;
- (2)  $(I \neq \emptyset \& (\forall i \in I A_i \in \tau)) \Rightarrow \cup \{A_i; i \in I\} \in \tau$ ;
- (3)  $A, B \in \tau \Rightarrow A \cap B \in \tau$ .

Топология  $\tau$  на  $X$  называется  *$T_0$ -топологией*, если для любых различных элементов  $x, y \in X$  существует множество  $U \in \tau$ , содержащее ровно один из этих элементов: либо  $x \in U, y \notin U$ , либо  $y \in U, x \notin U$ .

Топология  $\tau$  на  $X$  относительно бинарных операций объединения и пересечения множеств является дистрибутивной решеткой с пустым множеством в качестве наименьшего элемента и самого множества  $X$  в качестве наибольшего элемента. Хорошо известно [16, с. 90], что всякая неодноэлементная конечная дистрибутивная решетка  $L$  изоморфна решетке  $J(X)$  всех порядковых идеалов упорядоченного множества  $X$  неразложимых элементов из  $L$  с индуцированным порядком, причем  $J(X)$  будет  $T_0$ -топологией на  $X$ . Тем самым конечные неодноэлементные дистрибутивные решетки исчерпываются, с точностью до изоморфизма,  $T_0$ -топологиями на конечных множествах  $X$ .

Топологическое пространство  $\langle X, \tau \rangle$  – это непустое множество  $X$  с заданной на нем топологией  $\tau$ . Множества  $U \in \tau$  называются *открытыми множествами* топологического пространства  $\langle X, \tau \rangle$ , а их дополнения  $X \setminus U$  – *замкнутыми множествами*. Элементы топологического пространства называют его *точками*.

Топологическое пространство  $\langle X, \tau \rangle$  называется:

*дискретным*, если  $\tau = \mathcal{B}(X)$ , то есть все подмножества в  $X$  открыты;

*антидискретным*, если  $\tau = \{\emptyset, X\}$ ;

*$T_0$ -пространством*, когда  $\tau$  есть  $T_0$ -топология;

*симметрическим*, когда топология  $\tau$  замкнута относительно всевозможных (бесконечных) пересечений.

Дискретные пространства, антидискретные пространства и конечные топологические пространства являются симметрическими пространствами.

Образование  $f: X \rightarrow Y$  топологического пространства  $\langle X, \tau \rangle$  в топологическое пространство  $\langle Y, \sigma \rangle$  называется:

*непрерывным*, если  $V \in \sigma$  влечет  $f^{-1}(V) \in \tau$ , то есть прообразы относительно  $f$  открытых множеств в  $Y$  будут открытыми множествами в  $X$ ;

*гомеоморфизмом*, если  $f$  взаимно однозначно и взаимно непрерывно, то есть  $f$  и  $f^{-1}$  суть непрерывные отображения.

Топологические пространства  $X$  и  $Y$  *гомеоморфны*, если существует гомеоморфизм  $X \rightarrow Y$ .

*Базой* топологического пространства  $X$  называется такое множество  $S$  его открытых множеств, что любое открытое множество пространства  $X$  является объединением некоторых множеств из  $S$ , а *предбазой* пространства  $X$  называется всякое множество его открытых подмножеств, конечные пересечения которых образуют базу в нем.

### Построение конечных $T_0$ -пространств

Пусть дано конечное топологическое пространство  $X$  с  $T_0$ -топологией  $\tau$ .

Для произвольной точки  $x \in X$  обозначим через  $U_x \in \tau$  наименьшее открытое множество, содержащее  $x$ . Поскольку  $\langle X, \tau \rangle$  является  $T_0$ -пространством, то  $U_x \neq U_y$  для различных точек  $x$  и  $y$  из  $X$ .

Каждое  $U_x, x \in X$ , будет *неразложимым открытым множеством* пространства  $\langle X, \tau \rangle$  – неразложимым элементом дистрибутивной решетки  $\tau$ : при любых  $A, B \in \tau$  равенство  $A \cup B = U_x$  влечет  $A = U_x$  или  $B = U_x$ . Возьмем произвольное непустое неразложимое множество  $U = \{y, \dots, z\} \in \tau$ . Имеем  $U = U_y \cup \dots \cup U_z$ . Откуда  $U = U_x$  для некоторой точки  $x \in X$ .

Зададим на множестве  $X$  отношение порядка  $\leq$ , положив:

$$x \leq y \Leftrightarrow U_x \subseteq U_y \text{ для любых } x, y \in X.$$

Получаем упорядоченное множество  $\langle X, \leq \rangle$ , в котором главными порядковыми идеалами будут в точности множества  $U_x$  по всем элементам  $x \in X$ . Действительно,  $[x] = \{z \in X: z \leq x\} = \{z \in X: U_z \subseteq U_x\} = U_x$  для всех  $x \in X$ .

Рассмотрим теперь произвольное конечное упорядоченное множество  $\langle X, \leq \rangle$ . Его порядковые идеалы образуют  $T_0$ -топологию  $\tau$  на множестве  $X$ . При этом неразложимыми открытыми множествами служат главные порядковые идеалы  $[x], x \in X$ .

Таким образом, нами доказано следующее утверждение:

**Теорема 1.** Для каждого конечного множества  $X$  между  $T_0$ -топологиями  $\tau$  на  $X$  и отношениями порядка  $\leq$  на  $X$  существует естественное взаимно однозначное соответствие, при котором для любых  $x, y \in X$

1)  $U_x \subseteq U_y \Leftrightarrow x \leq y$ ;

2)  $U_x = [x]$ ;

3) *открытыми множествами  $U_x$  исчерпываются все неразложимые элементы дистрибутивной решетки  $\tau$*

Из этой теоремы непосредственно выводится несколько следствий.

**Следствие 1.** Любое конечное  $T_0$ -пространство  $\langle X, \tau \rangle$  однозначно, с точностью до гомеоморфизма, определяется как множество всех неразложимых элементов дистрибутивной решетки  $\tau$  с порядковыми идеалами в качестве открытых множеств.

**Следствие 2.** Для любого натурального числа  $n$  число всех попарно негомеоморфных  $n$ -элементных  $T_0$ -пространств совпадает с числом всевозможных попарно неизоморфных  $n$ -элементных упорядоченных множеств.

**Следствие 3.** Число всех  $T_0$ -топологизаций произвольного конечного множества равно числу его упорядочений.

На основании сказанного все, с точностью до гомеоморфизма,  $n$ -элементные  $T_0$ -пространства можно построить, исходя из диаграмм Хассе  $n$ -элементных упорядоченных множеств.

Именно, берем диаграмму Хассе конечного упорядоченного множества  $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . Выписываем все его порядковые идеалы. Они образуют  $T_0$ -топологию  $\tau$  на множестве  $X$ . Относительно операций объединения и пересечения (и отношения включения)  $\tau$  является дистрибутивной решеткой всех открытых множеств  $T_0$ -пространства  $\langle X, \tau \rangle$ . Множества  $U_x=\{x\}, x \in X$  образуют наименьшую базу  $\beta$  топологии  $\tau$ . Для наглядности на диаграмме Эйлера-Венна изображаем множество  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  и его подмножества  $U_x, x \in X$ . Ради удобства можно нарисовать (обвести замкнутой кривой) только те множества из базы  $\beta$ , которые составляют некоторую предбазу  $\delta$  топологии  $\tau$  (в случае существования  $\delta \subset \beta$ ).

В [10, с. 190, 192] приведены все 24  $n$ -элементные  $T_0$ -пространства при  $n \leq 4$ , соответствующие 24 упорядоченным множествам, имеющим не более четырех элементов [10, с. 123].

Известно [2, с. 15], что с точностью до изоморфизма существует ровно 63 пятиэлементных упорядоченных множества. Поэтому имеется, с точностью до гомеоморфизма, ровно 63 пятиэлементных  $T_0$ -пространств.

В качестве примера рассмотрим упорядоченное множество  $X=\{a, b, c, d, e\}$ , заданное покрытиями  $a < c, a < d, d < e, b < e$ . Соответствующая  $T_0$ -топология  $\tau$  на  $X$  составлена из порядковых идеалов:  $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, d, e\}, X$ . База  $\beta$  содержит открытые множества  $\{a\}, \{b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, b, d, e\}$ , последние четыре из которых образуют предбазу  $\delta$ . На рисунке 1 изобразим диаграмму Хассе упорядоченного множества  $\langle X, \leq \rangle$  и диаграмму Эйлера-Венна  $T_0$ -пространства  $\langle X, \tau \rangle$  с выделенными множествами предбазы  $\delta$ .

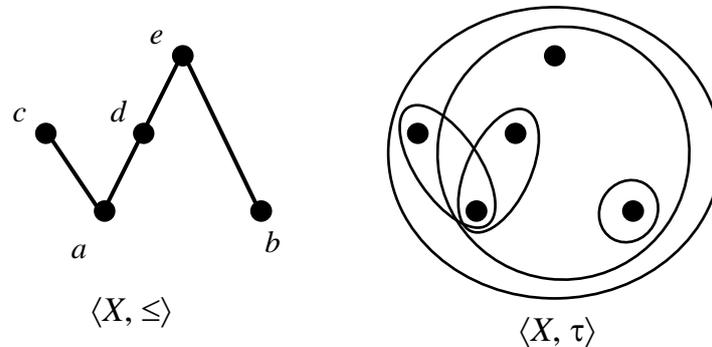


Рис. 1

На следующем рисунке нарисована диаграмма Хассе дистрибутивной решетки  $\langle \tau, \subseteq \rangle$  с отмеченными неразложимыми элементами  $a, b, ac, ad, abde$ . Очевидно, что упорядоченное множество  $\langle \{a, b, ac, ad, abde\}, \subseteq \rangle$  изоморфно исходному упорядоченному множеству  $\langle \{a, b, c, d, e\}, \leq \rangle$ .

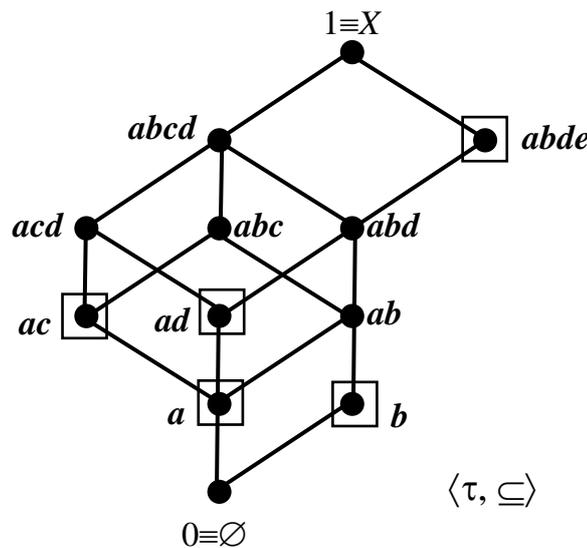


Рис. 2

### Нахождение пятиэлементных не $T_0$ -пространств

Рассмотрим на произвольном топологическом пространстве  $\langle X, \tau \rangle$  бинарное отношение  $\sim$  «неотделимости» точек  $x, y \in X$ :

$$x \sim y \text{ означает } \forall U \in \tau (x \in U \Leftrightarrow y \in U).$$

Легко видеть, что  $\sim$  есть отношение эквивалентности на множестве  $X$ . Поэтому пространство  $X$  разбивается на попарно непересекающиеся непустые классы  $[x]_{\sim} = \{y \in X : y \sim x\}$ ,  $x \in X$ , топологически неотделимых точек. Любое открытое множество  $U \in \tau$  вместе с каждой своей точкой  $x$  содержит и весь класс  $[x]_{\sim}$ . Следовательно, множества  $U/\sim = \{[x]_{\sim} : x \in U\}$ ,  $U \in \tau$ , являются подмножествами фактор-множества  $X/\sim = \{[x]_{\sim} : x \in X\}$  и образуют  $T_0$ -топологию  $\tau/\sim = \{U/\sim : U \in \tau\}$  на  $X/\sim$ . В результате получаем  $T_0$ -пространство  $\langle X/\sim, \tau/\sim \rangle$ . Топологии  $\tau$  и  $\tau/\sim$  изоморфны, как решетки.

Возьмем конечное топологическое пространство  $\langle X, \tau \rangle$ , содержащее  $n$  элементов. Обозначим через  $k$  число классов эквивалентности  $[x]_{\sim}$ ,  $x \in X$ , пространства  $X$  по эквивалентности  $\sim$ . Натуральное число  $k$  равно числу различных множеств  $U_x$  по всем точкам  $x \in X$ , а также числу замыканий одноэлементных подмножеств пространства  $X$ . Равенство  $k=n$  эквивалентно тому, что  $X$  является  $T_0$ -пространством. Топологическое пространство  $\langle X, \tau \rangle$  получается из  $k$ -элементного  $T_0$ -пространства  $\langle X/\sim, \tau/\sim \rangle$  добавлением  $n-k$  точек к различным элементам  $[x]_{\sim} \in X/\sim$ .

Пусть  $X$  – пятиэлементное множество с заданной на нем топологией  $\tau$ , не являющейся  $T_0$ -топологией. Тогда  $k \leq 4$ .

При  $k=1$  имеем только антидискретное пространство  $\langle X, \tau \rangle$ .

При  $k=2$  исходим из двух двухэлементных  $T_0$ -пространств (дискретного и связного двоеточия) и добавляем к имеющимся двум точкам три новые точки. При разбиении пятиэлементного множества на два класса возможны случаи  $5=1+4$  и  $5=2+3$ . В первом случае мы не трогаем одну точку, а вторую «раздуваем» до четырехэлементного множества. Во втором случае к одной из точек добавляем одну точку, а к другой – две точки.

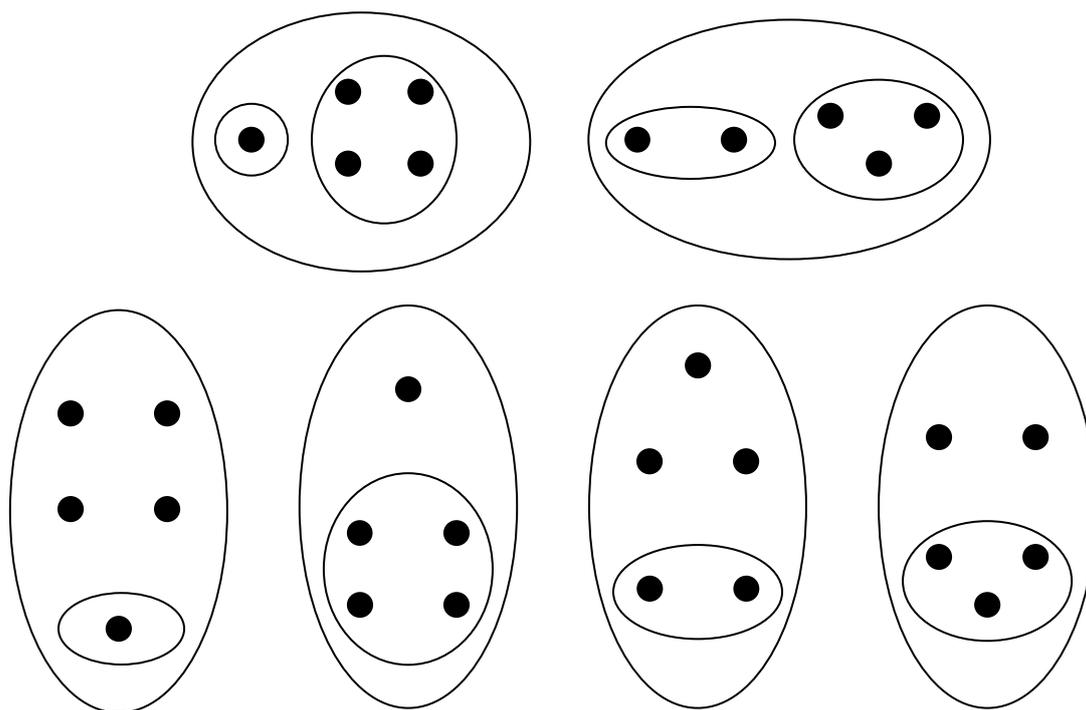


Рис. 3

На рисунке 3 изображены два пятиэлементных топологических пространства, полученных из дискретного двухэлементного пространства и четыре пятиэлементные топологические пространства, основанные на связном двоеточии. Итак, при  $k=2$  получаем, с точностью до гомеоморфизма, 6 пятиэлементных топологических пространств.

Пусть  $k=3$ . Возможны случаи  $5=1+2+2$  и  $5=1+1+3$ , которые равноценны по числу соответствующих топологических пространств. Поэтому достаточно рассмотреть первый случай. Для каждого из пяти трехэлементных упорядоченных множеств найдем все пятиэлементные топологические пространства с тремя классами неотделимых точек, содержащими  $1+2+2$  точки.

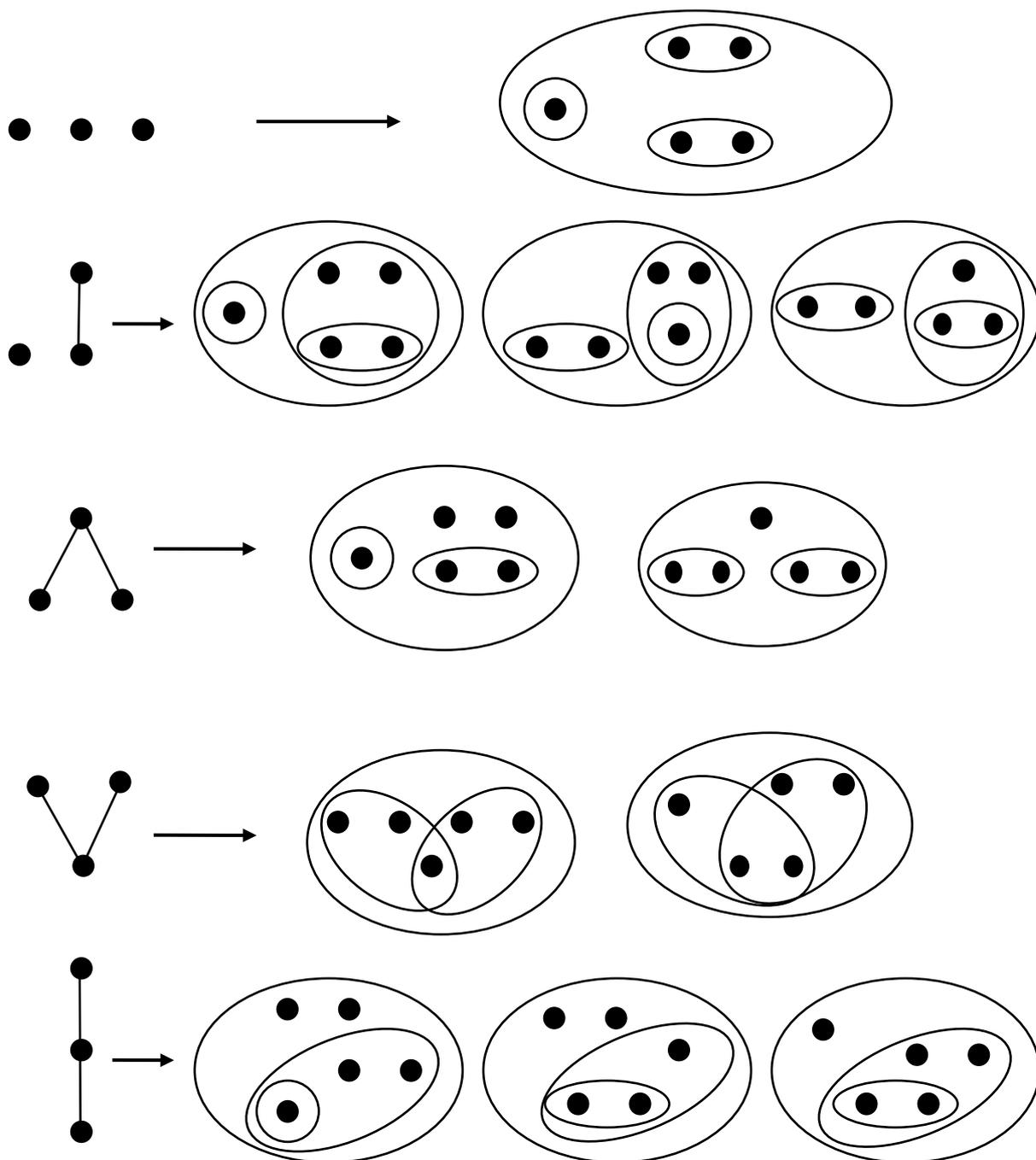


Рис. 4

Получили 11 топологических пространств. Следовательно, с точностью до гомеоморфизма, существует 22 пятиэлементных топологических пространства с  $k=3$  классами неотделимых точек.

Исследуем ситуацию  $k=4$ . Имеем  $5=1+1+1+2$ . В данном случае все пятиэлементные топологические пространства получаются «удвоением» одной из точек четырехэлементных  $T_0$ -пространств. Для нахождения таких пространств изобразим диаграммы Хассе всех 16 четырехэлементных упорядоченных множеств, поставив под каждой из них число соответствующих пятиэлементных пространств с  $k=4$  классами неотделимых точек; сами пространства рисовать не будем (это делается точно так же, как на рисунке 4). Получим, с точностью до гомеоморфизма, 47 пятиэлементных топологических пространства с  $k=4$  классами неотделимых точек.

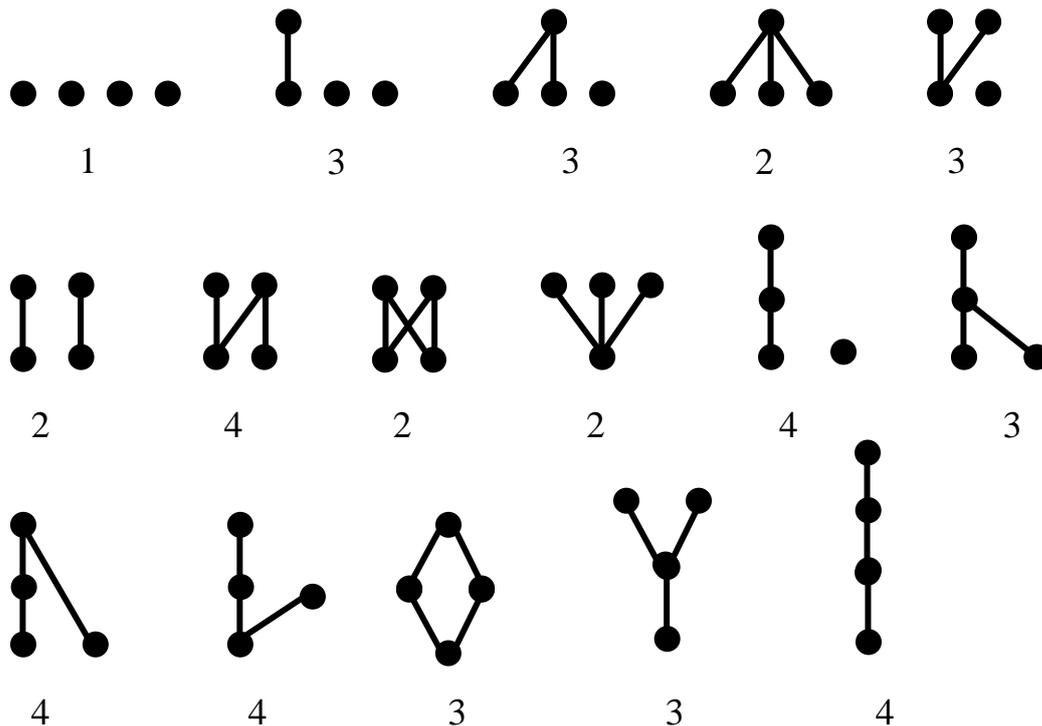


Рис. 5

В результате имеем, с точностью до гомеоморфизма, ровно 76 пятиэлементных не  $T_0$  топологических пространств.

**Число топологизаций пятиэлементного множества**

Рассмотрим пятиэлементное множество  $X=\{a, b, c, d, e\}$ . По следствию 3 число  $T_0$ -топологий на множестве  $X$  равно 4231 – числу его упорядочений [2, с. 15]. Далее будем подсчитывать количество не  $T_0$ -топологий  $\tau$  на пятиэлементном множестве  $X$ .

Снова при  $k=1$  получаем антидискретную топологию.

При  $k=2$  топологизации подсчитываем на основе рисунка 3 – их число равно  $5+10+5+5+10+10=45$ .

При  $k=3$  для нахождения числа топологизаций используем рисунок 4 – получаем  $2(5+30+30+30+30+15+15+30+30+30+30)=550$  топологизаций.

Наконец, при  $k=4$  на основе рисунка 5 имеем

$10+120+120+40+120+120+240+60+40+120+240+240+120+120+240+240=2190$  топологизаций.

Суммируя сказанное, находим общее число топологизаций пятиэлементного множества:  $4231+1+45+550+2190=7017$ .

**Упражнения**

1. Рефлексивное транзитивное бинарное отношение  $\rho$  на непустом множестве  $X$  называется отношением *предпорядка* (*предпорядком*, квазипорядком) на  $X$ , а пара  $\langle X, \rho \rangle$  – *предупорядоченным множеством*. Введем на предупорядоченном множестве  $\langle X, \rho \rangle$  бинарное отношение  $\approx$  формулой:  $x \approx y \Leftrightarrow (x \rho y \ \& \ y \rho x)$  для всех  $x, y \in X$ . Отношение  $\approx$  является эквивалентностью на  $X$ . На фактор-множестве  $X/\approx$  зададим бинарное отношение  $\leq$  правилом:  $[x]_{\approx} \leq [y]_{\approx} \Leftrightarrow x \rho y$  для любых  $x, y \in X$ . Докажите, что  $\langle X/\approx, \leq \rangle$  – упорядоченное множество.

2. Покажите, что множество  $\tau$  всевозможных  $\rho$ -идеалов любого предупорядоченного множества  $\langle X, \rho \rangle$  образует топологию на множестве  $X$ , такую, что  $\langle X, \tau \rangle$  оказывается симметрическим пространством.

3. На симметрическом пространстве  $\langle X, \tau \rangle$  определим бинарное отношение  $\rho$ , положив  $x \rho y \Leftrightarrow \forall U \in \tau (y \in U \Rightarrow x \in U)$  при  $x, y \in X$ . Проверьте, что  $\rho$  будет предпорядком на множестве  $X$ .

4. Убедитесь, что переходы  $\rho \rightarrow \tau$  и  $\tau \rightarrow \rho$  из упражнений 2 и 3 устанавливают взаимно однозначное соответствие между классом всех предупорядоченных множеств  $\langle X, \rho \rangle$  и классом всех симметрических пространств  $\langle X, \tau \rangle$ .

5. Покажите, что при переходах  $\rho \rightarrow \tau$  и  $\tau \rightarrow \rho$  упорядоченным множествам соответствуют симметрические  $T_0$ -пространства, и наоборот.

6. Пусть  $\langle X, \tau \rangle$  – произвольное симметрическое пространство. Тогда множество  $\sigma$  всех замкнутых множеств этого пространства также будет топологией на множестве  $X$ . Как связаны решетки  $\sigma$  и  $\tau$ ?

7. Пусть  $f: X_1 \rightarrow X_2$  – отображение множеств,  $\rho_i$  – предпорядок на  $X_i$  и  $\tau_i$  – соответствующая симметрическая топология на  $X_i$  при  $i=1, 2$ . Докажите, что  $f$  сохраняет предпорядок, то есть  $a \rho_1 b \Rightarrow f(a) \rho_2 f(b)$  для любых  $a, b \in X_1$ , тогда и только тогда, когда  $f: \langle X_1, \tau_1 \rangle \rightarrow \langle X_2, \tau_2 \rangle$  – непрерывное отображение симметрических пространств.

8. Докажите, что категория всех конечных  $T_0$ -пространств с непрерывными отображениями в качестве морфизмов эквивалентна категории всевозможных конечных упорядоченных множеств и их изотонных отображений.

9. Покажите, что категория всех конечных  $T_0$ -пространств и их непрерывных отображений антиэквивалентна категории всевозможных конечных неоднородных дистрибутивных решеток и их гомоморфизмов, сохраняющих 0 и 1. См. [10, с. 239].

10. Постройте все 24 диаграммы Хассе  $n$ -элементных упорядоченных множеств при  $n \leq 4$  (см. [10, с. 123]).

11. Проверьте, что с точностью до гомеоморфизма существуют: 1 одноэлементное топологическое пространство, 3 двухэлементных топологических пространства, 9 трехэлементных топологических пространств, 33 четырехэлементных топологических пространства (см. [10, с. 190–192]).

12. Сколько существует топологизаций  $n$ -элементного множества для  $n=1, 2, 3, 4$ ? См. [10, с. 190–192].

13. Изобразите диаграммы Хассе всех 63 попарно неизоморфных пятиэлементных упорядоченных множеств.

14. Нарисуйте 63 диаграммы Эйлера–Венна попарно негомеоморфных пятиэлементных  $T_0$ -пространств. Отметьте только множества из предбаз  $T_0$ -топологий.

15. Проверьте, что число  $T_0$ -топологизаций пятиэлементного множества равно 4231.

### Список литературы

1. Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру / пер. с англ. М.: Мир, 1972. 160 с.
2. Биркгоф Г. Теория решеток / пер. с англ. М.: Наука, 1984. 568 с.
3. Бурбаки Н. Архитектура математики // В книге: Бурбаки Н. Очерки по истории математики / пер. с франц. М.: ИЛ, 1963. С. 245–259.
4. Варанкина В. И., Вечтомов Е. М., Лубягина Е. Н. Изучение топологической структуры // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. 2014. № 2. С. 86–93.
5. Вечтомов Е. М. Теория решеток: учебно-методическая разработка спецкурса. Киров: Кировский государственный педагогический институт, 1995. 40 с.
6. Вечтомов Е. М. Изучение порядковой структуры // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. 2010. № 2(1). С. 111–120.
7. Вечтомов Е. М. Курс «Упорядоченные множества и решетки» для магистрантов-математиков // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2011. Вып. 13. С. 169–186.
8. Вечтомов Е. М. О нестандартных математических задачах // Материалы докладов IV Всероссийской научно-практической конференции «Настоящее и будущее физико-математического образования». Киров: Старая Вятка, 2015. С. 77–80.
9. Вечтомов Е. М. Выявление структуры как общий метод решения математических задач // Материалы XXXIV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики. Калуга, М., 2015. С. 265–267.
10. Вечтомов Е. М. Математика: основные математические структуры: учебное пособие для академического бакалавриата. 2-е изд. М.: Юрайт, 2018. 296 с.
11. Вечтомов Е. М. Философия математики: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры. 2-е изд. М.: Юрайт, 2018. 317 с.
12. Вечтомов Е. М., Пуртова С. А. Мини-топологии // Информатика. Математика. Язык. Вып. 5. Киров: ВятГГУ, 2008. С. 161–167.
13. Вечтомов Е. М., Тулунов С. Н. Представления конечных дистрибутивных решеток // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2019. Вып. 21. С. 113–132.
14. Вечтомов Е. М., Тулунов С. Н., Шувалов К. И. Изучение дистрибутивных решеток // VI Всероссийская научно-практическая конференция «Преподавание математики и информатики в школах и вузах: проблемы содержания, технологии и методики». Глазов: ГГПИ имени В. Г. Короленко, 2018. С. 28–35.
15. Вечтомов Е. М., Чермных В. В. Изучение алгебраической структуры // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. 2012. № 1(3). С. 41–48.
16. Гретцер Г. Общая теория решеток / пер. с англ. М.: Мир, 1982. 456 с.
17. Хартсхорн Р. Алгебраическая геометрия / пер. с англ. М.: Мир, 1981. 600 с.
18. Энгелькинг Р. Общая топология / пер. с англ. М.: Мир, 1986. 752 с.

## Construction of finite topological spaces

E. M. Vechtomov<sup>1</sup>, K. I. Shuvalov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> doctor of physical and mathematical sciences, professor, head of the Department of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail:vecht@mail.ru

<sup>2</sup> master student in direction "Mathematics and computer science", Department of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: callmered@yandex.ru

**Abstract.** This article, which is of mathematical and methodological nature, is devoted to the problem of constructing all five-element topological spaces, accurate to homeomorphism, as well as to finding and counting topologizations of the five-element set. An ordinal approach is applied, in which  $n$ -element  $T_0$ -spaces are obtained from  $n$ -element ordered sets. Next,  $n$ -element non- $T_0$ -spaces are constructed by gluing the points based on  $m$ -element ordered sets over all natural  $m < n$ .

**Keywords:** ordered set, ordinal ideal,  $T_0$ -topology, finite topological space, topologization.

### References

1. At'ya M., Mc Donal'd I. *Vvedenie v kommutativnuyu algebru* [Introduction to commutative algebra] / transl. from Eng. M. Mir. 1972. 160 p.
2. Birkgof G. *Teoriya reshetok* [Theory of gratings] / transl. from Eng. M. Nauka. 1984. 568 p.
3. Bourbaki N. *Arhitektura matematiki* [The architecture of mathematics] // In the book: *Bourbaki N. Ocherki po istorii matematiki* [Essays on the history of mathematics] / translated from the French. M. IL. 1963. Pp. 245–259.
4. Varankina V. I., Vechtomov E. M., Lubyagina E. N. *Izuchenie topologicheskoy struktury* [The study of the topological structure] // *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta* – Herald of Vyatka State Humanities University. 2014, No. 2, pp. 86–93.
5. Vechtomov E. M. *Teoriya reshetok: uchebno-metodicheskaya razrabotka spetskursa* [Lattice theory: educational and methodical development of the special course]. Kirov. Kirov State Pedagogical Institute. 1995. 40 p.
6. Vechtomov E. M. *Izuchenie poryadkovoy struktury* [Study of sequence structure] // *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta* - Herald of Vyatka State Humanities University. 2010, No. 2(1), pp. 111–120.
7. Vechtomov E. M. *Kurs «Uporyadochennye mnozhestva i reshetki» dlya magistrantov-matematikov* [Course "Ordered sets and lattices" for graduate mathematicians] // *Matematicheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vyatskogo regiona* – Mathematical herald of pedagogical universities and universities of the Volga-Vyatka region. 2011. Issue. 13. Pp. 169–186.
8. Vechtomov E. M. *O nestandartnyh matematicheskikh zadachah* [On non-standard mathematical problems] // *Materialy dokladov IV Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Nastoyashchee i budushchee fiziko-matematicheskogo obrazovaniya»* – Proceedings of the IV all-Russian scientific and practical conference "Present and future of physical and mathematical education". Kirov. Staraya Vyatka. 2015. Pp. 77–80.
9. Vechtomov E. M. *Vyyavlenie struktury kak obshchij metod resheniya matematicheskikh zadach* [Identification of the structure as a general method of solving mathematical problems] // *Materialy XXXIV Mezhdunarodnogo nauchnogo seminaru prepodavatelej matematiki i informatiki* – Proceedings of the XXXIV International scientific seminar of teachers of mathematics and informatics. Kaluga, Moscow. 2015. Pp. 265–267.
10. Vechtomov E. M. *Matematika: osnovnye matematicheskie struktury: uchebnoe posobie dlya akademicheskogo bakalavriata* [Mathematics: basic mathematical structures: textbook for academic undergraduate. 2d publ.] M. Yurayt. 2018. 296 p.
11. Vechtomov E. M. *Filosofiya matematiki: uchebnoe posobie dlya bakalavriata i magistratury* [Philosophy of mathematics: textbook for bachelor's and master's degrees. 2d publ.] M. Yurayt. 2018. 317 p.
12. Vechtomov E. M., Purtova S. A. *Mini-topologii*. Informatika. Matematika. Yazyk. [Mini-topology. Informatics. Mathematics. Language].
13. Vechtomov E. M., Tulupov S. N. *Predstavleniya konechnykh distributivnykh reshetok* [Representations of finite distributive lattices] // *Matematicheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vyatskogo regiona* – Mathematical herald of pedagogical universities and universities of the Volga-Vyatka region. 2019. Issue 21. Pp. 113–132.
14. Vechtomov E. M., Tulupov S. N., Shuvalov K. I. *Izuchenie distributivnykh reshetok* [Study of distributive lattices] // *VIVserossiyskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Prepodavanie matematiki i informatiki v shkole i vuzah: problemy sodержaniya, tehnologii i metodiki»* – All-Russia scientific-practical conference "Teaching mathematics and informatics in schools and universities: problems of content, technology and methods." Glazov. GSPI named after V. G. Korolenko. 2018. Pp. 28–35.
15. Vechtomov E. M., Chermnyh V. V. *Izuchenie algebraicheskoy struktury* [Study of algebraic structure] // *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta* – Herald of Vyatka State Humanitarian University. 2012, No. 1(3), pp. 41–48.
16. Grettser G. *Obshchaya teoriya reshetok* [General theory of lattices] / transl. from Eng. M. Mir. 1982. 456 p.
17. Hartshorne R. *Algebraicheskaya geometriya* [Algebraic geometry] / transl. from Eng. M. Mir. 1981. 600 p.
18. Engelking R. *Obshchaya topologiya* [General topology] / transl. from Eng. M. Mir. 1986. 752 p.

## Интегративный подход в преподавании курса общей алгебры бакалаврам педагогического образования

Е. Н. Лубягина<sup>1</sup>, Л. В. Панкратова<sup>2</sup>, Д. В. Широков<sup>3</sup>

<sup>1</sup>кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: shishkina.en@mail.ru  
ORCID: 0000-0001-5071-6208.

<sup>2</sup>кандидат педагогических наук, доцент кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: pankratovalarisa19@rambler.ru

<sup>3</sup>кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: dimshirokov79@mail.ru

**Аннотация.** В статье анализируется проблема изучения общей (абстрактной) алгебры бакалаврами педагогического образования, будущими учителями математики и информатики. Поскольку предстоящая им профессиональная деятельность связана с обучением школьников, проведен поиск путей сближения общей алгебры со школьной математикой. В процессе решения данной задачи исследованы возможности внедрения интегративного подхода в обучение студентов.

Осмысление возможностей интегративного подхода в практике преподавания общей алгебры будущим учителям математики и информатики представляет полноценную исследовательскую научно-методическую задачу. На очередном этапе внедрения интегративного подхода в изучение абстрактной алгебры предстоит продумать методы и формы работы со студентами, возможности компьютерной поддержки занятий и самостоятельной деятельности обучающихся, способы контроля усвоения материала и мониторинга эффективности выбранной методики обучения. Предполагается и далее работать над ее решением.

**Ключевые слова:** абстрактная алгебра, интегративный подход, методика обучения, педагогическое образование.

Курс алгебры является одним из ключевых компонентов в цикле математических дисциплин направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, профили «Математика», «Информатика» (уровень бакалавриата). Его изучение в рамках учебного плана продолжается четыре семестра и предусматривает освоение нескольких разделов: вводного курса алгебры, линейной алгебры, общей алгебры, алгебры многочленов. Отметим, что именно раздел общей алгебры отличается наибольшей степенью абстрактности и, по мнению многих обучающихся, полной изолированностью от школьной математики. Подобные мнения нередки, что подтверждают даже зарубежные исследователи. К примеру, в предисловии к [8] авторы отмечают: «Многие студенты начинают любить математику. Некоторым это нравится настолько, что они даже хотят учить ее. Однако когда они достигают продвинутых математических разделов (таких как абстрактная алгебра), они оказываются сбитыми с толку и разочарованными. В их учебниках рассказывается о странных математических вещах, о которых они никогда не слышали, которые имеют бессмысленные свойства».

Заметим однако, что именно изучение общей алгебры способно приблизить студентов к пониманию современных научных идей, сформировать их представления об актуальных направлениях математических исследований, многообразии приложений алгебраических теорий. Обозначенное противоречие между необходимостью целостного понимания будущими учителями математических структур с одной стороны и усвоением математического содержания как профессиональной основы обучения школьников с другой делает курс общей алгебры важным объектом методико-педагогического исследования.

Предложения по сближению университетского курса общей алгебры со школьной математикой неоднократно высказывались как отечественными, так и зарубежными педагогами и математиками. В данной связи нельзя не вспомнить классический труд Ф. Клейна «Элементарная математика с точки зрения высшей». Позиция Ф. Клейна активно поддерживалась и поддерживается О. А. Ивановым, А. Н. Колмогоровым, А. Б. Скопенковым, Г. Г. Хамовым и др. При этом процесс конвергенции предлагается осуществлять различными путями, в числе которых: пересмотр содержания школьного математического образования, внедрение элементов абстрактной алгебры во внеурочную деятельность учащихся, выявление и демонстрация обучающимся внутриспредметных и межпредметных связей общей алгебры и т. д. Анализ обозначенных направлений с учетом особенностей будущей профессиональной деятельности бакалавров педагогического образования позволил предположить эффективность применения интегративного подхода в изучении ими курса общей алгебры.

Аргументируем сказанное.

1. Стремление к глобальному характеру мышления и овладению универсальными знаниями и способами действий сегодня делает интеграцию доминирующим фактором образования, а интегративный подход – одной из ведущих форм взаимодействия фундаментальной и прикладной науки, вуза и школы, традиционных и экспериментальных технологий обучения.

2. Интегративный подход к отбору содержания курса общей алгебры и методики его преподавания нацеливает на иное понимание формата данной дисциплины. В нем следует ассоциировать изложение понятий, идей и утверждений элементарной (школьной и внешкольной) математики с общими математическими понятиями, идеями и утверждениями, которые известны студентам по базовым университетским математическим курсам.

3. Считаю необходимым в освоении общей алгебры будущими учителями математики и информатики сделать упор на решение школьных и «околошкольных» математических задач, задач кружкового и олимпиадного характера, поскольку данный шаг обеспечит содержательное единство курса, позволит произвести обобщающее повторение базовых математических понятий и утверждений, а также продемонстрировать частные методики работы с отдельными задачами.

Анализ исследований по внедрению интегративного подхода и интегративных курсов в высшее образование выявил следующее. Е. А. Перминов в [6] подчеркивает фундаментальную роль элементов современной алгебры в профильном обучении будущих учителей математики и предлагает использовать специализированные курсы в их вариативной методической подготовке. Однако автор не рассматривает детали содержательного наполнения таких курсов. С. Н. Дворяткина (см. [2]) обращается к алгебраическим структурам при проектировании интегративного курса по формированию компетенций в постановке профессиональных задач и их математическом решении для студентов-бакалавров. Но будущих учителей математики автор не рассматривает в качестве слушателей данного курса, он ориентирован на такие направления подготовки, как «Психология», «Юриспруденция», «Социальная работа», «Менеджмент». Достаточно подробная методика реализации интегративного подхода изложена в [3], однако авторы разработали ее для курса математического анализа вуза. Отметим здесь же, что проблемы преподавания студентам абстрактной алгебры исследовались Е. М. Вечтомовым (см., например, [1]).

Таким образом, реализация принципов интегративного подхода для бакалавров педагогического образования (профили «Математика», «Информатика») при изучении ими курса общей алгебры представляет актуальную научно-методическую задачу.

В процессе решения данной задачи содержание курса общей алгебры для будущих учителей математики и информатики было пересмотрено. Выявлены возможности внедрения интегративного подхода в практику преподавания, произведен отбор теоретического и задачного материала, обеспечивающего реализацию принципов интегративного подхода. Сделан ряд важных, на наш взгляд, выводов.

1. *Необходимость соотнесения фактов школьной математики и понятий абстрактной алгебры.* Ассоциируем, к примеру, изучаемые в школе основные числовые множества с понятиями полугруппы, группы, кольца и поля. Первая полугруппа, с которой встречаются школьники (не зная самого термина «полугруппа»), – это аддитивная полугруппа натуральных чисел. Следующей будет мультипликативная полугруппа натуральных чисел, далее – аддитивные и мультипликативные полугруппы целых, рациональных и действительных чисел. Кроме того, школьники работают с полугруппами натуральных чисел относительно операций НОД, НОК,  $\min$  и  $\max$ , а также с их булеанами относительно операций пересечения и объединения. Подчеркнем, что исходные понятия теории полугрупп просты для усвоения: для задания полугруппы достаточно указать множество и задать на нем бинарную операцию, удовлетворяющую требованию ассоциативности. Конечную полугруппу можно восстановить по множеству ее элементов и табличному заданию операции (таблице Кэли). Важным объектом изучения в рамках школьного курса математики является множество целых чисел  $\mathbf{Z}$ , которое относительно сложения и умножения образует кольцо. Множества  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{C}$  представляют примеры полей. Знание студентами аксиоматики поля (полугруппы, группы, кольца) обеспечит глубину понимания свойств основных числовых множеств.

Учащиеся профильных школ и классов при изучении геометрии (см., например, [7]) знакомятся с группами симметрий куба, правильного тетраэдра, икосаэдра, а также с теоремой о числе элементов группы симметрий правильного многогранника. Знание аксиом группы отрабатывается при обосновании факта, что группой будет множество всех преобразований (движений) пространства.

Нетривиальные примеры, позволяющие работать со старшеклассниками и студентами-математиками над определениями абстрактной алгебры, можно найти в архивных номерах журнала «Математика в школе». Автор [5], к примеру, определяет операции сложения и умножения точек

параболы, что дает возможность рассматривать это множество как группу, кольцо или поле. В [5] подчеркивается, что изучение подобной тематики будет «полезно учащимся, так как покажет им возможность выполнения различных операций над объектами иной природы, чем числа». Несмотря на то что цитируемая работа опубликована около полувека назад, она и сегодня может стать интересной находкой в контексте организации внеурочной деятельности школьников по математике и даже послужить отправной точкой проекта или исследовательской работы обучающихся.

Важную роль в курсе общей алгебры играет понятие изоморфизма, позволяющее объединять внешне различные алгебраические структуры в классы объектов, не различимых по алгебраическим свойствам. Идея выделения алгебраически значимых свойств объектов является основополагающей в рассматриваемой дисциплине.

2. *Выявление внутрипредметных и межпредметных связей общей алгебры.* Общая алгебра тесно связана с другими алгебраическими разделами. Например, теория делимости в целостных кольцах есть абстрактное обобщение теории делимости целых чисел. Частным же случаем теории делимости является теория делимости многочленов, в которой, в свою очередь, используются свойства евклидовости и факториальности, изучаемые в курсе абстрактной алгебры. Другим примером может служить линейная алгебра, доставляющая целый пласт частных примеров аддитивных групп: геометрических векторов, матриц одной размерности, линейных операторов и др.

При изучении групп студенты узнают, что теория групп позволила решить такие труднейшие математические задачи, как вопрос разрешимости уравнений в радикалах и возможность построения циркулем и линейкой (другие методы столетиями не давали результатов). Здесь иллюстрируется идея сопоставления геометрической конфигурации соответствующего алгебраического объекта, по алгебраическим свойствам которого можно судить о геометрических свойствах конфигурации (см. [4]).

К понятию полугруппы, проиллюстрированному выше с помощью основных числовых множеств, активно обращаются и различные приложения алгебры (алгебраическая геометрия, компьютерная математика, теория автоматов, теория кодов, математическая лингвистика, математическая биология и пр.). Приведем вопрос, позволяющий нацелить студентов на соответствующие размышления. Известно, что всякая компьютерная программа имеет дело лишь с конечным множеством рациональных чисел, поскольку только такие числа представляются в его памяти. Будет ли множество  $S$  замкнуто относительно каких-либо арифметических операций? Обоснуйте свой ответ (операция незамкнута из-за ограниченности памяти машины).

3. *Выбор задач с элементарной фабулой, сочетающих различные методы решения, в том числе использование фактов общей алгебры.* Хорошим примером станет задача о классификации правильных многогранников, которая сводится к классификации конечных подгрупп движений сферы. Здесь обращение к абстрактной алгебре при решении геометрической задачи мы считаем удачным, поскольку данный шаг позволяет глубже уяснить строение правильных многогранников (понять, что их только пять). Другим примером может служить задача решения уравнений в целых числах. Зачастую с использованием свойств вычетов по модулю подобные уравнения решаются менее громоздко, чем школьными методами.

На очередном этапе внедрения интегративного подхода в изучение абстрактной алгебры предстоит продумать методы и формы работы со студентами, возможности компьютерной поддержки занятий и самостоятельной деятельности обучающихся, способы контроля усвоения материала и мониторинга эффективности выбранной методики обучения. Таким образом, осмысление возможностей интегративного подхода в практике преподавания общей алгебры будущим учителям математики и информатики представляет полноценную исследовательскую научно-методическую задачу. Предполагается и далее работать над ее решением.

### Список литературы

1. *Вечтомов Е. М.* Курс «Современная алгебра» для магистрантов математических профилей // Сб. статей по м-лам Всерос. науч.-практ. конф. преподавателей, аспирантов, магистрантов и учителей. Н. Новгород : НГПУ им. К. Минина, 2013. С. 47–52.
2. *Дворяткина С. Н.* Интегративные курсы как эффективный содержательный и организационный аспект технологии синергетического обучения математике // Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. 2017. № 2(22).
3. *Жохов А. Л., Юнусов А. А., Сайдахметов П. А., Бедебаева М. Е.* Интегративные учебные материалы и задания к первым темам курса «Начала математического анализа» для студентов вуза // Успехи современного естествознания. 2015. № 2. С. 164–168.
4. *Кожухов И. Б., Прокофьев А. А.* Абстрактная алгебра и задачи на построение // Соросовский образовательный журнал. 2001. № 7. С. 117–122.

5. Кузнецова Г. Б. Алгебра точек параболы // Математика в школе. 1974. № 2. С. 74–75.
6. Перминов Е. А. О методологии отражения элементов современной алгебры в содержании математической и методической подготовки будущих учителей // Вестник ВятГУ. 2014. № 8. С. 115–120.
7. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. 11 кл. : учеб. для классов с углуб. и профильным изучением математики общеобразоват. учрежд. М. : Дрофа, 2010. 368 с.
8. Hill J., Thron C. Elementary Abstract Algebra: Examples and Applications. URL: <http://abstractalgebra.altervista.org/aafmt.pdf> (дата обращения 18.03.2019).

## Integrative approach in teaching general algebra to bachelors of pedagogical education

**E. N. Lubyagina<sup>1</sup>, L. V. Pankratova<sup>2</sup>, D. V. Shirokov<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> PhD of physical and mathematical sciences, associate professor of of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. ORCID: 0000-0001-5071-6208. E-mail: shishkina.en@mail.ru

<sup>2</sup> PhD of pedagogical sciences, associate professor of the Department of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: pankratovalaris19@rambler.ru

<sup>3</sup> PhD of physical and mathematical sciences, associate professor of the Department of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: dimshirokov79@mail.ru

**Abstract.** The article analyzes the problem of studying general (abstract) algebra by bachelors of pedagogical education, future teachers of mathematics and Informatics. As the forthcoming professional activity is connected with training of school students, search of ways of rapprochement of the general algebra with school mathematics is carried out. In the process of solving this problem the possibility of implementing an integrative approach to the training of students is investigated.

Understanding the possibilities of an integrative approach in the practice of teaching general algebra to future teachers of mathematics and computer science is a full-fledged research scientific and methodological problem. At the next stage of the implementation of an integrative approach to the study of abstract algebra we are to consider methods and forms of work with students, the possibility of computer support classes and independent activities of students, ways to control the assimilation of the material and monitoring the effectiveness of the chosen teaching methods. It is expected to continue to work on its solution.

**Keywords:** abstract algebra, integrative approach, teaching methods, pedagogical education.

### References

1. Vechtomov E. M. Kurs «Sovremennaya algebra» dlya magistrantov matematicheskikh profilej [Course on "Modern algebra" for students of mathematical profiles] // *Sb. Statej po m-lam Vseros. nauch.-prakt. konf. prepodavatelej, aspirantov, magistrantovi uchitelej* – Coll. articles on materials of all-Russia scient.-pract. conf. of lecturers, post-graduate students, master students and teachers. N. Novgorod. NSPU n.a. K. Minin. 2013. Pp. 47–52.
2. Dvoryatkina S. N. *Integrativnye kursy kak effektivnyj sodержatel'nyj i organizatsionnyj aspekt tehnologii sinergeticheskogo obucheniya matematike* [Integrative courses as an effective content and organizational aspect of the technology of synergetic teaching mathematics] // *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta* – Herald of the Orenburg State Pedagogical University. 2017, № 2 (22).
3. ZHohov A. L., Yunusov A. A., Sajdahmetov P. A., Bedebaeva M. E. *Integrativnye uchebnye materialy i zadaniya k pervym temam kursa «Nachala matematicheskogo analiza» dlya studentov vuza* [Integrative learning materials and tasks for first topics of the course "The beginning of mathematical analysis" for students of school] // *Uspehi sovremennogo estestvoznaniya* – Success of modern science. 2015, No. 2, pp. 164–168.
4. Kozhuhov I. B., Prokofev A. A. *Abstraktnaya algebra i zadachi na postroenie* [Abstract algebra and construction problems]. // *Sorosovskij obrazovatel'nyj zhurnal* – Soros educational journal. 2001, No. 7, pp. 117–122.
5. Kuznetsova G. B. *Algebra toчек parabolы* [Algebra of points of parabola] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 1974, No. 2, pp. 74–75.
6. Perminov E. A. *O metodologii otrazheniya elementov sovremennoj algebrы v sodержanii matematicheskoy i metodicheskoy podgotovki budushchih uchitelej* [On the methodology of reflection of elements of modern algebra in the content of mathematical and methodological training of future teachers]. // *Vestnik VyatGGU* – Herald of VyatSHU. 2014, No. 8, pp. 115–120.
7. Potoskuev E. V., Zvavich L. I. *Geometriya. 11 kl. : ucheb. dlya klassov s uglub. i profil'nyim izucheniem matematiki obshcheobrazovat. uchrezhd.* [Geometry. 11 grade: textbook for classes with advanced and profile study of mathematics of general educational institution]. M. Drofa. 2010. 368 с.
8. Hill J., Thron C. Elementary Abstract Algebra: Examples and Applications. Available at: <http://abstractalgebra.altervista.org/aafmt.pdf> (accessed: 18.03.2019).

---

---

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

---

---

УДК 519.6

DOI 10.25730/VSU.0536.19.003

## Исследование методов выбора оптимального количества признаков для решения задачи определения точки зрения автора текста\*

С. В. Вычегжанин<sup>1</sup>, Е. В. Котельников<sup>2</sup>, Е. В. Разова<sup>3</sup>

<sup>1</sup>аспирант кафедры прикладной математики и информатики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: vychezhhaninsv@gmail.com

<sup>2</sup>кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: kotelnikov.ev@gmail.com

<sup>3</sup>кандидат педагогических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: razova.ev@gmail.com

**Аннотация.** При выполнении процедуры отбора признаков (feature selection) на этапе предварительной обработки данных в машинном обучении возникает проблема выбора количества признаков, которые должны входить в результирующее множество. Существуют различные подходы к выбору количества признаков, позволяющие получить качество, близкое к оптимальному. В настоящей работе исследуются несколько методов выбора оптимального количества признаков для решения задачи определения точки зрения автора текста. Эксперименты проводятся с использованием трех текстовых корпусов, составленных из русскоязычных сообщений пользователей интернет-форумов. По результатам экспериментов наилучшим среди рассмотренных методов оказался метод максимума качества, позволивший сократить количество признаков в среднем на 62,6% от их общего числа, сохранив при этом качество на прежнем уровне.

**Ключевые слова:** определение точки зрения автора текста, методы отбора признаков, оптимальное множество признаков.

### Введение

Каждый год в России наблюдается рост популярности социальных медиа, таких как социальные сети, блоги и микроблоги, форумы и сайты отзывов. По результатам исследований, регулярно проводимых компанией Brand Analytics, в мае 2017 года в социальных сетях было зафиксировано 38 млн активных авторов и 670 млн сгенерированных ими сообщений, а в октябре 2018 года – 46 млн активных авторов и 1,8 млрд сообщений. В этом текстовом массиве содержится ценная информация для маркетологов, социологов, политологов и других специалистов, анализирующих мнения людей. Для обработки такого огромного объема информации требуется создание автоматических средств анализа данных.

В настоящей статье рассматривается задача определения точки зрения автора текстового документа (англ. stance detection). Данная задача состоит в выявлении позиции, которой придерживается автор текста, по отношению к объекту (или объектам) обсуждения [5]. Выделяют два основных класса позиций [7]:

1. «За» – по тексту можно определить, что автор высказывается в поддержку целевого объекта. Например, для целевого объекта *прививки детям* позиция *за* выражена в тексте: «Прививаю. Иммунолог – подруга семьи, так что проблем нет. Опять же, на мой взгляд, если придумали прививки, то не просто так».

2. «Против» – по тексту можно определить, что автор высказывается против целевого объекта. Например, для целевого объекта *ЕГЭ в школе* позиция *против* выражена в тексте: «И ещё утверждают, что ЕГЭ лучше советских экзаменов. Не было в СССРе такого безобразия – НЕ БЫЛО...»

Также в литературе выделяют классы «нейтрально», «невозможность определения точки зрения» и «согласие с предыдущей точкой зрения».

В настоящей статье проводится экспериментальное исследование методов выбора оптимального количества признаков для решения задачи определения точки зрения автора текстового документа.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, государственное задание ВятГУ № 34.2092.2017/4.6.

© Вычегжанин С. В., Котельников Е. В., Разова Е. В., 2019

### Обзор методов выбора оптимального количества признаков

В машинном обучении на этапе предварительной обработки данных с целью удаления нерелевантных признаков осуществляется процедура отбора признаков. Такой подход позволяет сократить размерность пространства признаков и повысить производительность методов машинного обучения.

Методы отбора признаков можно поделить на три категории: методы-фильтры (filters), методы-обертки (wrappers) и встроенные методы (embedded). Методы-фильтры не зависят от алгоритма обучения и используют информацию, полученную из обучающей выборки. Они являются наиболее вычислительно эффективными методами. Методы-обертки взаимодействуют с алгоритмом обучения и могут учитывать зависимости в признаках, но являются вычислительно дорогими. Кроме этого, имеется риск их переобучения. Встроенные методы вычислительно более эффективные, чем методы-обертки, но ограничены конкретными алгоритмами обучения, например, деревьями решений.

При использовании процедуры отбора признаков важным вопросом является выбор количества признаков, которые должны содержаться в результирующем множестве. Для этого применяются эвристические приемы, которые часто позволяют получить решение, близкое к оптимальному. В экспериментальной части настоящей статьи исследуются четыре подхода к определению оптимального количества признаков:

#### 1. Константные значения

Существуют работы, в которых пороговые значения количества признаков принимаются постоянными и составляют фиксированный процент от общего числа признаков [2; 1]. Недостатком данного подхода является то, что он не учитывает влияние обучающих данных на выбор оптимального количества признаков. В настоящей работе пороговые значения приняты равными 10%, 25% и 50% от общего числа признаков.

#### 2. Значение, определяемое функцией от общего числа признаков

В статье [2] в качестве функции, определяющей пороговое значение количества признаков, применяется  $\log_2 N$ .

#### 3. Метод максимума качества (MAX)

В работе [3] предлагается подход с использованием процедуры перекрестной проверки. Пусть  $N$  – общее количество признаков на обучающих данных. Тогда оптимальное число признаков определяется по следующему алгоритму:

1) Выполняется ранжирование всех  $N$  признаков с помощью некоторого метода-фильтра.

2) Строится модель с использованием первых  $k$  признаков и оценивается качество этой модели на тестовом множестве с использованием некоторой метрики качества. Параметр  $k$  изменяется от 1 до  $N$ .

3) Изображается график зависимости качества модели от количества признаков. Количество признаков, соответствующее максимальному качеству, принимается за оптимальное.

#### 4. Отбор признаков, основанный на корреляции (Correlation-based Feature Selection, CFS).

Данный подход, предложенный в работе [4], относится к методам-фильтрам, но является полностью автоматическим, не требующим задания количества признаков, необходимых для отбора. Метод CFS оценивает подмножества признаков, основываясь на гипотезе о том, что хорошее подмножество содержит признаки, сильно коррелируемые с метками классов и слабо коррелируемые друг с другом. Согласно такой гипотезе нерелевантные признаки имеют низкую корреляцию с метками классов и игнорируются алгоритмом.

### Методы и инструменты

Экспериментальное исследование проводилось с использованием языка программирования Python. На этапе предварительной обработки текстов все слова приводились к начальной форме на основе модуля *rustystem3*. Ранжирование слов в текстовых документах осуществлялось с помощью метода-фильтра Индекс Джини (Gini Index, GI), наиболее производительного по результатам исследования [9]. В процессе проведения экспериментов была использована реализация метода GI из библиотеки *scikit-feature*, реализация метода CFS – из библиотеки *Weka*, написанной на языке программирования Java. Для классификации текстов применялся метод опорных векторов (Support Vector Machine), реализованный в библиотеке *scikit-learn* [6]. Для получения объективных оценок использовалась процедура 5-кратной перекрестной проверки (5-fold cross-validation). Качество классификации оценивалось с помощью F1-меры.

Эксперименты проводились на основе трех текстовых корпусов, составленных из русскоязычных сообщений пользователей интернет-форумов. Характеристики корпусов представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Характеристики текстовых корпусов**

Название корпуса	Метка текста	Количество текстов	Общее количество слов	Средняя длина текста, слов	Размер словаря
Прививки детям	за	500	35 326	70	5 100
	против	500	34 167	68	
ЕГЭ в школе	за	600	35 410	59	5 943
	против	800	40 453	51	
Клонирование человека	за	450	18 860	42	4 990
	против	650	27 405	42	

**Результаты экспериментов**

В табл. 2 представлено количество признаков, выбранных в каждом блоке процедуры 5-кратной перекрестной проверки, в табл. 3 – соответствующие значения F1-меры.

Таблица 2

**Количество признаков**

Название корпуса	10%	25%	50%	100%	$\log_2 N$	MAX	CFS
Прививки детям	510	1275	2550	5100	12	3480	49
	510	1275	2550	5100	12	1160	62
	510	1275	2550	5100	12	3970	64
	510	1275	2550	5100	12	850	62
	510	1275	2550	5100	12	3370	59
ЕГЭ в школе	595	1487	2975	5943	12	4020	53
	595	1487	2975	5943	12	3900	104
	595	1487	2975	5943	12	3490	63
	595	1487	2975	5943	12	4650	110
	595	1487	2975	5943	12	5900	54
Клонирование человека	499	1247	2495	4990	12	2920	34
	499	1247	2495	4990	12	2100	91
	499	1247	2495	4990	12	3320	92
	499	1247	2495	4990	12	3180	79
	499	1247	2495	4990	12	3890	84
<b>Среднее значение</b>	<b>535</b>	<b>1336</b>	<b>2673</b>	<b>5345</b>	<b>12</b>	<b>3347</b>	<b>71</b>

Таблица 3

**Значение F1-меры, %**

Название корпуса	10%	25%	50%	100%	$\log_2 N$	MAX	CFS
Прививки детям	78,5	79,0	79,5	78,4	67,5	80,5	72,0
	75,0	72,4	73,0	73,9	69,9	72,4	76,0
	75,9	78,5	78,5	77,0	62,2	76,5	65,5
	79,0	76,5	76,5	78,0	66,8	78,5	71,0
	74,5	77,0	75,5	74,0	66,4	75,5	71,5
ЕГЭ в школе	71,3	72,0	71,6	75,4	63,1	71,6	65,6
	75,0	77,9	78,2	77,1	58,7	77,5	70,2
	74,1	74,4	72,0	73,3	64,2	72,8	71,5
	75,9	73,4	74,4	76,4	62,7	75,0	73,2
	66,0	67,8	68,6	69,4	59,6	69,8	69,3
Клонирование человека	71,5	75,1	74,0	73,5	68,2	74,1	68,0
	72,1	72,5	75,8	75,0	62,5	75,3	72,2
	73,9	75,8	73,5	74,1	64,8	75,4	69,0
	71,2	73,2	72,9	75,8	62,6	74,0	66,2
	71,2	74,9	73,9	75,3	64,9	74,3	63,9
<b>Среднее значение</b>	<b>73,7</b>	<b>74,7</b>	<b>74,5</b>	<b>75,1</b>	<b>64,3</b>	<b>74,9</b>	<b>69,7</b>

На основании результатов из табл. 3 можно сделать вывод, что лучшее качество классификации достигается при использовании 100% признаков. Среди четырех рассмотренных подходов к выбору оптимального количества признаков лучшим оказался метод MAX, который позволил получить близкое к наилучшему качеству при использовании в среднем 62,6% признаков от их общего числа. Применение в качестве порогового значения констант, равных 25% и 50% признаков, незначительно уступает методу MAX по F1-мере на 0,2% и 0,4% соответственно. При этом проверка ста-

статистической значимости результатов с использованием критерия знаковых рангов Уилкоксона (Wilcoxon signed rank test) [8] показала, что результаты для методов 25%, 50% и МАХ статистически незначимо отличаются от результатов для 100% признаков на уровне значимости  $p=0,05$ . Однако для методов 10%,  $\log_2 N$  и CFS отличия статистически значимы. Это объясняется малым количеством выбранных признаков.

### Заключение

Таким образом, при сокращении размерности пространства признаков в проведенном исследовании лучшим из всех методов по F1-мере оказался МАХ. Кроме этого, хорошие результаты дает метод константных значений, который трудно превзойти более сложными методами.

### Список литературы

1. *Bolon-Canedo V., Alonso-Betanzos A.* Recent Advances in Ensembles for Feature Selection. 2018. 205 p.
2. Ensemble feature selection: Homogeneous and heterogeneous approaches / B. Seijo-Pardo et al. // Knowledge-Based Systems. 2017. Vol. 118. P. 124–139.
3. Finding the optimal number of features based on mutual information / P. Chen et al. // Proceedings of EUSFLAT-2017. 2018. Vol. 641. P. 477–486.
4. *Hall M. A.* Correlation-based Feature Selection for Machine Learning: PhD dissertation Department of Computer Science. Waikato University, Hamilton, NZ, 1999. 198 p.
5. Joint Models of Disagreement and Stance in Online Debate / D. Sridhar et al. // Proceedings of the 53rd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics and the 7th International Joint Conference on Natural Language Processing. 2015. P. 116–125.
6. Scikit-learn: Machine Learning in Python / F. Pedregosa et al. // JMLR. 2011. Vol. 12. P. 2825–2830.
7. *Vychezhzhanin S. V., Kotelnikov E. V.* Stance Detection in Russian: a Feature Selection and Machine Learning Based Approach // Supplementary Proceedings of the Sixth International Conference on Analysis of Images, Social Networks and Texts (AIST 2017) July 2017. Vol. 1975. P. 166–179.
8. *Wilcoxon F.* Individual comparisons by ranking methods // Biometrics Bulletin. 1945. Vol. 1, № 6. P. 80–83.
9. *Вычегжанин С. В., Котельников Е. В.* Экспериментальное исследование методов отбора признаков для решения задачи определения точки зрения автора текста // Информатика: проблемы, методология, технологии: материалы XIX Международной научно-методической конференции. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2019.

## Study of methods for selecting the optimal number of features to solve the stance detection task

**S. V. Vychezhzhanin<sup>1</sup>, E. V. Kotelnikov<sup>2</sup>, E. V. Razova<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>post-graduate student of the Department of applied Mathematics and Computer Science, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: vychezhzhaninsv@gmail.com

<sup>2</sup>PhD of technical sciences, associate professor of applied Mathematics and Computer Science, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: kotelnikov.ev@gmail.com

<sup>3</sup>PhD of pedagogical sciences, associate professor of applied Mathematics and Computer Science, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: razova.ev@gmail.com

**Abstract.** When performing the feature selection procedure at the stage of data preprocessing in machine learning, there is a problem of selecting the number of features that should be included in the result set. There are different approaches to the choice of the number of features, allowing to obtain a quality close to optimal. In this paper, we study several methods for selecting the optimal number of features to solve the stance detection task. The experiments are carried out using three text corpora made up of Russian-language messages from users of Internet forums. According to the results of the experiments, the best among the methods considered was the method of maximum quality, which allowed to reduce the number of features on average by 62.6% of their total number, while maintaining the quality at the same level.

**Keywords:** stance detection, methods of feature selection, optimal feature set.

### References

1. *Bolon-Canedo V., Alonso-Betanzos A.* Recent Advances in Ensembles for Feature Selection. 2018. 205 p.
2. Ensemble feature selection: Homogeneous and heterogeneous approaches / B. Seijo-Pardo et al. // Knowledge-Based Systems. 2017. Vol. 118. P. 124–139.
3. Finding the optimal number of features based on mutual information / P. Chen et al. // Proceedings of EUSFLAT-2017. 2018. Vol. 641. P. 477–486.
4. *Hall M. A.* Correlation-based Feature Selection for Machine Learning: PhD dissertation Department of Computer Science. Waikato University, Hamilton, NZ, 1999. 198 p.

5. Joint Models of Disagreement and Stance in Online Debate / D. Sridhar et al. // Proceedings of the 53rd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics and the 7th International Joint Conference on Natural Language Processing. 2015. P. 116–125.
6. Scikit-learn: Machine Learning in Python / F. Pedregosa et al. // JMLR. 2011. Vol. 12. P. 2825–2830.
7. Vyhegzhaniin S. V., Kotelnikov E. V. Stance Detection in Russian: a Feature Selection and Machine Learning Based Approach // Supplementary Proceedings of the Sixth International Conference on Analysis of Images, Social Networks and Texts (AIST 2017) July 2017. 2017. Vol. 1975. P. 166–179.
8. Wilcoxon F. Individual comparisons by ranking methods // Biometrics Bulletin. 1945. Vol. 1, № 6. P. 80–83.
9. Vyhegzhaniin S. V., Kotel'nikov E. V. *Eksperimental'noe issledovanie metodov otbora priznakov dlya resheniya zadachi opredeleniya tochki zreniya avtora teksta* [Experimental study of methods of selection of characteristics for the solution of the problem of determining the point of view of the author of the text // *Informatika: problemy, metodologiya, tehnologii: materialy XIX Mezhdunarodnoj nauchno-metodicheskoy konferentsii* – Informatics: problems, methodology, technology: materials of XIX International scientific-methodical conference. Voronezh. Publishing house of VSU. 2019.

## Сравнение классических регрессионных моделей с моделями, построенными с помощью продвинутых методов машинного обучения

А. В. Шатров<sup>1</sup>, Д. Э. Пащенко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>доктор физико-математических наук, профессор кафедры ЦТО, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: avshatrov1@yandex.ru

<sup>2</sup>студент 4 курса ВятГУ, факультет компьютерных и физико-математических наук, кафедра ЦТО, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: smile\_dan@mail.ru

**Аннотация.** Эконометрика, или эконометрическое моделирование, занимается построением моделей и прогнозов, анализируя которые, можно понять текущее положение и направление развития экономики и ее отраслей. В данной работе рассматриваются классические эконометрические регрессионные модели и модели машинного обучения (Machine Learning) на основе использования современных методов и программных средств прикладной вычислительной статистики, проводится их построение, составление прогноза по ним, а также сравнение полученных результатов.

**Ключевые слова:** эконометрика, эконометрическое моделирование, регрессия, машинное обучение.

### Введение

В современном мире важное место занимает планирование и прогнозирование, с которым мы можем столкнуться повсеместно. Наиболее важна их роль, разумеется, в экономике. Тем не менее современная экономика должна не только отвечать на самые привычные вопросы (поиск ресурсов, производство и сбыт продукции), но и иметь представление о развитии какого-либо рынка в частности или всей экономики в целом. Методы анализа данных и прогнозирования с помощью современных программных сред являются в настоящее время наиболее востребованными с точки зрения приложений в математической статистике. Задачи анализа данных относятся к разделам прикладной вычислительной статистики и востребованы практически во всех отраслях современной науки. В ходе работы были изучены теоретические основы анализа и прогнозирования, построены модели по общедоступным публикуемым данным о стоимости жилья. Данные опубликованы ПАО «Сбербанк» на сайте Kaggle [1]. Построение всех моделей и работа с данными проведена с помощью языка программирования Python [2]. Перед построением моделей данные были стандартизированы (с помощью функции *StandardScaler* библиотеки *sklearn*), цены на квартиры – продефлированы, так как период наблюдения составлял несколько лет.

### Постановка задачи

Ввиду того что данные, предоставленные сайтом, содержат большое число факторов, необходимо было использовать модель множественной линейной регрессии.

Уравнение множественной линейной регрессии имеет вид

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n + e,$$

где  $y$  – зависимая переменная,  $x_1, \dots, x_n$  – независимые или объясняющие переменные;  $e$  – стохастическая переменная, включающая влияние неучтенных факторов. Параметры  $b_1, \dots, b_n$  – коэффициенты регрессии, характеризующие среднее изменение результата с изменением соответствующего фактора на единицу при неизменном значении других факторов, закрепленных на среднем уровне [3].

Для оценки построенной модели используют следующие показатели:

1. Коэффициент детерминации:  $R^2 = 1 - \frac{\sum(y - \hat{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$ , который показывает взаимосвязь между

двумя переменными. Коэффициент лежит в промежутке  $[0; 1]$ . Чем ближе его значение к единице, тем более точной является модель.

2. Среднеквадратичная ошибка:  $MSE = \frac{1}{n} \sum (y - \hat{y})^2$ .

3. Средняя абсолютная ошибка:  $MAE = \frac{1}{n} \sum |y - \hat{y}|$ .

В случае с ошибками меньшее значение является лучшим.

4. Коэффициент несоответствия Тейла:  $K = \sqrt{\frac{\sum(y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum y_t^2 + \sum \hat{y}_t^2}}$ . Его значение принадлежит промежутку от 0 до 1. Модель считается очень хорошей, если значение находится в диапазоне от 10% до 15% ( $\hat{y}$  – предполагаемое, или предсказанное, значение;  $y$  – реальное значение).

Для оценки качества модели также используются и другие показатели.

#### Построение моделей

Данные были разделены на две части. Первая выборка была обучающей, она составляла примерно 80% от общего числа данных. На ее примере мы и строили как модель множественной линейной регрессии, так и модель градиентного бустинга. Вторая выборка – тестирующая, или проверочная, – составляла оставшиеся 20% данных. По ней проводилась оценка качества модели путем сравнения этих данных с прогнозом, сделанным по построенной модели.

При работе с данными и их обработке были выделены 30 наиболее влиятельных факторов. Для этого была применена функция *feature importance* библиотеки *sklearn* языка *Python* [2]. К ним, разумеется, были отнесены все независимые факторы, указанные выше. Далее были проанализированы их значимости (*p*-показатель значимости), проведен шаговый регрессионный анализ, включающий факторы. Отбор проводился по *F*-критерию.

Суть метода включения – в последовательном исключении переменных из модели до тех пор, пока регрессионная модель не будет ухудшаться от исключения очередного фактора.

В итоге мы получили модель, которая содержала 22 фактора:

$$y = 0.6653 a + 0.1804 b - 0.1604 c - 0.1981 d + 0.1093 e + \\ + 0.0904 f + 0.2076 g + 0.0083 h + 0.0899 i - 0.0853 j - \\ - 0.0249 k + 0.0199 l - 0.0425 m - 0.0093 n - 0.1298 o - \\ - 0.0697 p - 0.0196 q - 0.0118 r + 0.0083 s - 0.0855 t + \\ + 0.0275 u + 0.0736 v$$

Интерпретация переменных: *a* – площадь квартиры, *b* – жилая площадь, *c* – рейтинг района, *d* – полезная площадь кухни, *e* – этаж, *f* – количество комнат, *g* – площадь кухни, *h* – средний размер комнат, *i* – высота квартиры, *j* – близость к учреждениям культуры, *k* – этажей в доме, *l* – возраст дома, *m* – близость к точкам общепита, *n* – количество университетов в округе, *o* – близость к учреждениям спорта, *p* – близость к шоссе, *q* – район, *r* – близость к паркам, *s* – средняя полезная площадь комнат, *t* – близость к остановкам общественного транспорта, *u* – рейтинг этажа, *v* – близость к промышленности.

Модель адекватна и имеет достаточно неплохие показатели качества (таблица 1), полученные с помощью кросс-валидации (перекрестной проверки).

Таблица 1

#### Показатели качества модели множественной линейной регрессии

$R^2$	$MSE$	$RMSE$	$MAE$	$F$ -статистика	Коэффициент Тейла
0,507	0,5	0,707	0,415	1199	0,41

По данным таблицы видно, что мы имеем сравнительно небольшую среднеквадратичную ошибку ( $MSE$ ) и среднюю абсолютную ошибку ( $MAE$ ), очень хорошее значение  $F$ -статистики. Однако коэффициент детерминации ( $R^2$ ), а также коэффициент несоответствия Тейла показывают, что полученная модель хоть и объясняет большую часть данных, но прогноз, сделанный по ней, вполне может оказаться неточным.

Графики распределения остатков, сравнения теоретического и реального распределения остатков также покажут вполне приемлемый результат, который подтвердит, что модель достаточно неплоха.

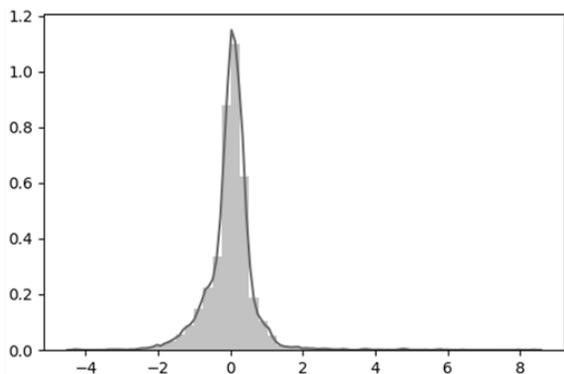


Рис. 1. График распределения остатков предсказания и реальных данных

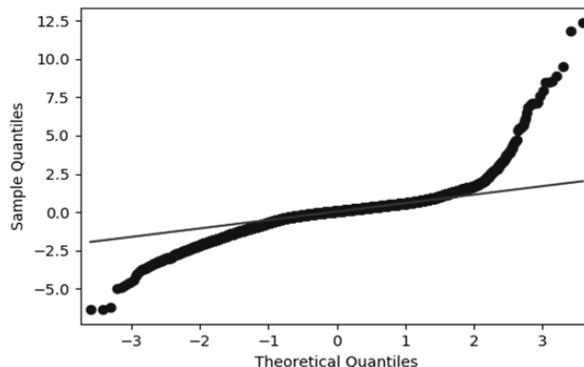


Рис. 2. График сравнения теоретического и реального распределения остатков

Если сравнение реальных данных с результатами прогноза по модели представить в виде графика, построенного в координатах цены (зависимого фактора) и полной площади квартиры (как самого ключевого независимого фактора), то мы получим достаточно неплохое совпадение, хотя и далекое от идеального, что подтверждают найденные нами ранее показатели качества модели ( $R^2$  недостаточно высокий, коэффициент Тейла, напротив, высок).

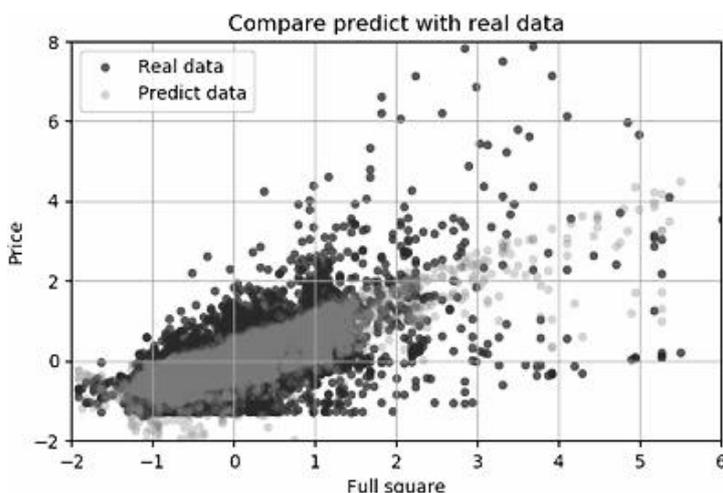


Рис. 3. График сравнения спрогнозированных данных с реальными

Еще один показатель качества модели – отсутствие мультиколлинеарности. Проверим модель, построив матрицу парных корреляций. По ней мы увидим, что не наблюдается высоких парных коэффициентов корреляции. Хотя есть и высокие значения, однако ни одно из них не доходит до значения 0,7, которое является критическим для существования мультиколлинеарности.

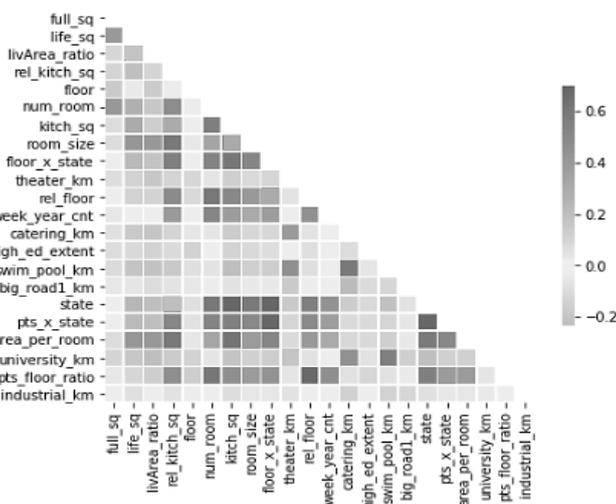


Рис. 4. Матрица парных корреляций

Можно сделать вывод, что данная модель множественной линейной регрессии вполне применима и корректна, хоть и имеет некоторые показатели, далекие от идеальных.

Далее была рассмотрена модель градиентного бустинга *lightGBM*. Градиентный бустинг – метод машинного обучения, применяемый для задач регрессии и классификации. Он создает модель прогнозирования в виде ансамблей слабых моделей прогнозирования, обычно деревьев решений; строит модель поэтапно, обобщает их, позволяя оптимизировать произвольную дифференцируемую функцию потерь [4].

Полученные результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2

Показатели качества модели градиентного бустинга			
$R^2$	$MSE$	$RMSE$	$MAE$
0,734	0,14	0,375	0,277

Получаем, что модель намного лучше, чем построенная нами ранее. Показатели всех ошибок значительно ниже, коэффициент детерминации объясняет практически  $\frac{3}{4}$  данных, что больше на четверть, чем модель множественной линейной регрессии.

Полученные результаты достаточно хорошие, однако значение среднеквадратической ошибки можно постараться снизить. Для этого попробуем использовать автоматический подбор параметров для модели с помощью функции *GridSearch* (поиск по сетке). Данная функция перебирает все возможные комбинации параметров, которые мы задали, а затем выводит наиболее хороший вариант. Ввиду того что у функции *lightGBM* 7 параметров и у каждого из них по 3 предложенных значения, функции придется перебирать большое число вариантов. В итоге данная процедура выполнялась около пяти часов (расчет происходил на компьютере с двухъядерным процессором, имеющим четыре потока выполнения и максимальную тактовую частоту в 2,8 ГГц). Процедуру поиска по сетке можно проводить неоднократно, не забывая изменить параметры, это может улучшить модель.

Подставив полученные параметры и построив модель повторно, мы получим следующие результаты (таблица 3).

Таблица 3

Показатели качества модели градиентного бустинга с подобранными параметрами

$R^2$	$MSE$	$RMSE$	$MAE$
0,749	0,092	0,303	0,274

Проанализируем значения. Мы видим, что показатели ошибок лучше у данной модели. Этот факт достаточно закономерен, так как наша функция поиска по сетке *GridSearch* оптимизировала модель именно по критерию  $RMSE$ . Коэффициент детерминации также чуть больше у данной модели. В таблице 4 сравниваются показатели качества всех построенных моделей

Таблица 4

Показатели качества построенных моделей

Модель	$R^2$	$MSE$	$RMSE$	$MAE$
Множественная линейная регрессия	0,507	0,5	0,707	0,415
Градиентный бустинг (1)	0,734	0,14	0,375	0,277
Градиентный бустинг (2)	0,749	0,092	0,303	0,274

В итоге мы получаем, что лучше вторая модель *lightGBM*, построенная по результатам *GridSearch*.

### Вывод

По результатам построения моделей мы можем говорить, что самым значимым фактором ценообразования квартир является ее площадь. Также существует порядка 5-10 чуть менее значимых факторов.

Модель градиентного бустинга дает более хорошие результаты, особенно если подобрать параметры функции поиском по сетке, однако ее построение требует большего объема знаний, а также определенных затрат по времени (если выполнять поиск по сетке для оптимизации модели).

Следовательно, достаточно простой моделью, но при этом емкой и сравнительно не искажающей данные, будет являться модель множественной линейной регрессии, построенная по 22 факторам.

Стоит отметить, что современные возможности машинного обучения позволяют упростить расчеты, улучшить модель и сэкономить время. Их также следует использовать в анализе и прогнозировании данных.

### Список литературы

1. Description of LightGBM. URL: <https://lightgbm.readthedocs.io/en/latest/Parameters.html> (дата обращения: 28.11.2018).
2. Sberbank Russian Housing Market. URL: <https://www.kaggle.com/c/sberbank-russian-housing-market.html> (дата обращения: 31.10.2018).
3. *Плас Дж. Вандер Python для сложных задач: наука о данных и машинное обучение*. СПб. : Питер, 2018. 576 с.
4. *Эконометрика : учебник для бакалавриата и магистратуры / И. И. Елисеева [и др.]; под ред. И. И. Елисеевой*. М. : Юрайт, 2016. 449 с.

## Comparison of classical regression models with models built using advanced machine learning methods

A. V. Shatrov<sup>1</sup>, D. E. Paschenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>doctor of physical and mathematical sciences, professor of the Department of digital technologies in education, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: avshatrov1@yandex.ru

<sup>2</sup>student of the 4 course of VyatSU, Faculty of computer and physical and mathematical sciences, Department of digital technologies in education, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: smile\_dan@mail.ru

**Abstract.** Econometrics, or econometric modeling, is engaged in the construction of models and forecasts. Analyzing that, you can understand the current situation and direction of development of the economy and its industries. This paper discusses the classical econometric regression models and machine learning models (Machine Learning) based on the use of modern methods and software of applied computational statistics, their construction, forecasting on them, as well as comparison of the results.

**Keywords:** econometrics, econometric modeling, regression, machine learning.

### References

1. Description of LightGBM. Available at: <https://lightgbm.readthedocs.io/en/latest/Parameters.html> (date: 28.11.2018).
2. SberbankRussianHousingMarket. Available at: <https://www.kaggle.com/c/sberbank-russian-housing-market.html> (date: 31.10.2018).
3. *Place John Wander Python dlya slozhnyh zadach: nauka o dannyh i mashinnoe obuchenie* [Python for complex tasks: data science and machine learning]. SPb. Piter. 2018. 576 p.
4. *Ekonometrika : uchebnik dlya bakalavriata i magistratury* – Econometrics: textbook for undergraduate and master students / I. I. Eliseeva [et al.]; ed. I.I. Eliseeva. M. Yurayt. 2016. 449 p.

## Динамика концентрации углерода в поверхностном слое стали при насыщении углеродом из газовой фазы в результате воздействия лазерного излучения

П. Я. Кантор<sup>1</sup>, Е. А. Маринин<sup>2</sup>, Н. И. Маринина<sup>3</sup>

<sup>1</sup>кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и методики обучения физике, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: Shawl@list.ru

<sup>2</sup>ассистент кафедры информационных технологий в машиностроении, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: marinin@vyatsu.ru

<sup>3</sup>магистрант кафедры материаловедения и основ конструирования, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: sozontova@vyatsu.ru

**Аннотация.** Представлена модель насыщения поверхности стали углеродом из газовой фазы при лазерном нагреве. Процесс описывается дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка. Методом преобразования Фурье получено решение одномерного уравнения диффузии с конвективным членом и потоком углерода, позволяющее описать процесс насыщения поверхности стали углеродом. Численное решение выполнено для легирования низкоуглеродистой стали углеродом при воздействии непрерывного лазерного излучения с движущимся источником. Выявлен характерный временной масштаб процесса и рассмотрено асимптотическое поведение концентрации углерода в поверхностном слое металла на малых и больших временах. Полученное решение позволяет оптимизировать технологические режимы процесса насыщения поверхности стали углеродом в результате воздействия лазерного излучения, исходя из требуемой глубины насыщения и поверхностной концентрации легирующего компонента.

**Ключевые слова:** диффузия, конвекция, преобразование Фурье, дельта-функция Дирака.

### Введение

Процессы модифицирования поверхности материалов с использованием энергии лазерного излучения известны достаточно давно. При этом неотъемлемой составляющей исследования является математическое описание изучаемого процесса. Механизм массопереноса при лазерном легировании имеет сложную природу. В настоящее время в качестве основного фактора, определяющего распределение легирующих элементов в ванне расплава, сформированной воздействием лазерного излучения, рассматривается перемещение расплава, обусловленное термокапиллярным эффектом и силами вязкого трения [1]. Существующие математические описания такого процесса в качестве источника легирующего компонента рассматривают либо нанесенную на поверхность обмазку [2], либо взаимодействие лазерного излучения с поверхностью в условиях повышенного давления газа с легирующим компонентом [3]. При этом в научной литературе отсутствуют решения для случаев, когда легирование осуществляется при атмосферных условиях за счет подачи в зону лазерного воздействия атомарного или ионизированного легирующего элемента газовой или плазменной струей.

### Постановка задачи

В работе рассматривается процесс насыщения поверхностного слоя стали в жидком состоянии углеродом из газовой фазы. Источником нагрева служит непрерывное лазерное излучение с длиной волны  $\lambda = 1,06$  мкм. Моделирование осуществляется на основе решения одномерного уравнения диффузии с конвективным членом, при этом поток углерода  $j$ , направленный к поверхности, считается известным. Не рассматриваются вопросы переноса в кнудсеновском слое, описываемые статистическими методами (например, уравнением Больцмана). При выборе коэффициента диффузии углерода учтена его температурная зависимость. Температура поверхности определялась с помощью тривиального решения одномерного уравнения теплопроводности с движущимся источником и не рассматривается в рамках представленной работы.

### Модель

Представим физическую модель процесса следующим образом. Расплавленный металл находится в области  $z \geq 0$ . На плоскую поверхность  $z = 0$  расплавленного железа в направлении оси  $z$  падает поток атомов углерода с плотностью  $j$ . Динамика концентрации  $c$  углерода описывается дифференциальным уравнением диффузии с конвекцией. В нашем случае вполне адекватной представляется одномерная модель, которой соответствует уравнение

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial z} - D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = j \delta(z) \quad (1)$$

при начальном условии  $c(z, 0) = 0$ . Здесь  $u$  – скорость конвекции,  $D$  – коэффициент диффузии углерода в железе,  $\delta(z)$  – дельта-функция Дирака, описывающая источник диффундирующих частиц. Нас интересует решение данного уравнения  $c(z, t)$  в области  $z \geq 0$  при  $t \geq 0$ .

Для приведения уравнения (1) каноническому виду (в котором отсутствует производная первого порядка по  $z$ ) осуществим преобразование искомой функции:

$$c(z, t) = e^{\frac{u(z-ut/2)}{2D}} \rho(z, t). \quad (2)$$

В результате подстановки (2) уравнение (1) приобретает вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = j \delta(z) e^{-\frac{u(z-ut/2)}{2D}}. \quad (3)$$

Далее производим преобразование Фурье, применяя к обеим частям уравнения (3) интегральный оператор  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \dots e^{-ikz} dz$ . Обозначив Фурье-образ функции  $\rho(z, t)$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z, t) e^{-ikz} dz$  как  $\bar{\rho}(k, t)$ , будем иметь:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} - \frac{D}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} e^{-ikz} dz = \frac{j e^{\frac{u^2 t}{4D}}}{\sqrt{2\pi}}$$

Вычисляем интеграл двукратным интегрированием по частям с учетом того, что при  $z \rightarrow \pm\infty$  функция  $\rho$  обращается в нуль. Получаем:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + D k^2 \bar{\rho} = \frac{j e^{\frac{u^2 t}{4D}}}{\sqrt{2\pi}}.$$

Решение последнего уравнения с учетом нулевого начального условия может быть представлено в виде интеграла:

$$\bar{\rho}(k, t) = \frac{j}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-k^2 D(t-\tau)} e^{\frac{u^2 \tau}{4D}} d\tau.$$

Осуществляем над  $\bar{\rho}(k, t)$  обратное преобразование Фурье:

$$\rho(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\rho}(k, t) e^{ikz} dk = \frac{j}{2\pi} \int_0^t e^{\frac{u^2 \tau}{4D}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k^2 D(t-\tau) + ikz} dk d\tau.$$

Внутренний интеграл здесь сводится к известному интегралу Пуассона:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k^2 D(t-\tau) + ikz} dk = e^{-\frac{z^2}{4D(t-\tau)}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(k\sqrt{D(t-\tau)} - \frac{iz}{2\sqrt{D(t-\tau)}}\right)^2} dk = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{D(t-\tau)}} e^{-\frac{z^2}{4D(t-\tau)}}.$$

Тогда  $\rho(z, t) = \frac{j}{2\sqrt{\pi D}} \int_0^t e^{\frac{u^2 \tau}{4D}} \frac{e^{-\frac{z^2}{4D(t-\tau)}}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau$ , и в итоге получаем:

$$c(z,t) = \frac{j}{2\sqrt{\pi D}} e^{\frac{u}{2D}(z-\frac{u}{2}t)} \int_0^t e^{\frac{u^2}{4D}\tau} \frac{e^{-\frac{z^2}{4D(t-\tau)}}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau. \tag{4}$$

Таким образом, получено точное решение уравнения диффузии с конвекцией, описывающее динамику концентрации атомов углерода в приповерхностном расплаве металла.

Для численного расчета профиля концентрации в зависимости от  $z$  и  $t$  мы приняли  $D = 5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $u = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$  и  $j = 1$ .

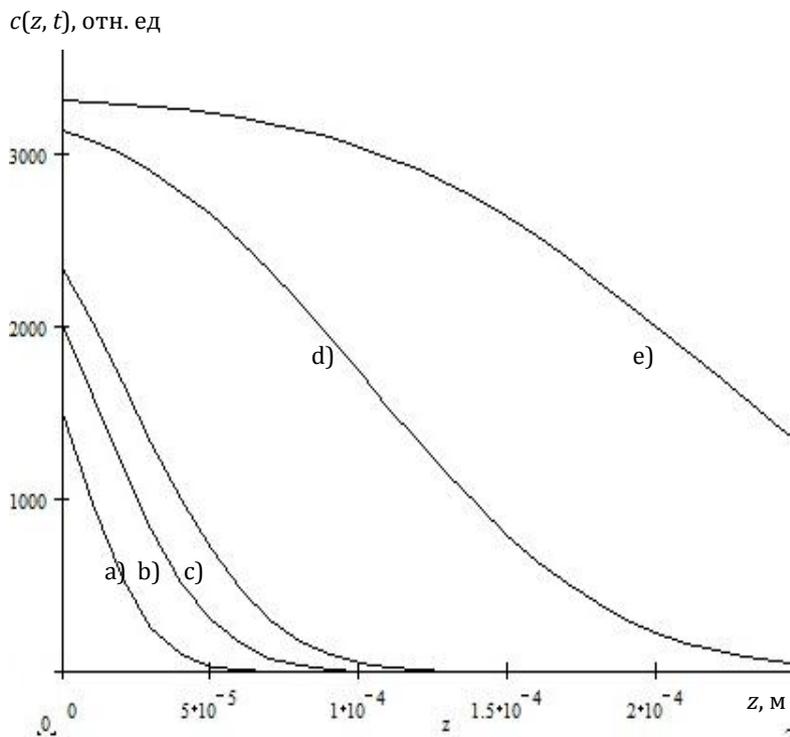


Рис. 1. Профиль концентрации атомов углерода:  
 а)  $t = 0,04 \text{ с}$ ; б)  $t = 0,08 \text{ с}$ ; в)  $t = 0,12 \text{ с}$ ; д)  $t = 0,4 \text{ с}$ ; е)  $t = 0,8 \text{ с}$

Результаты расчетов профиля концентрации для нескольких моментов приведены на рис. 1.

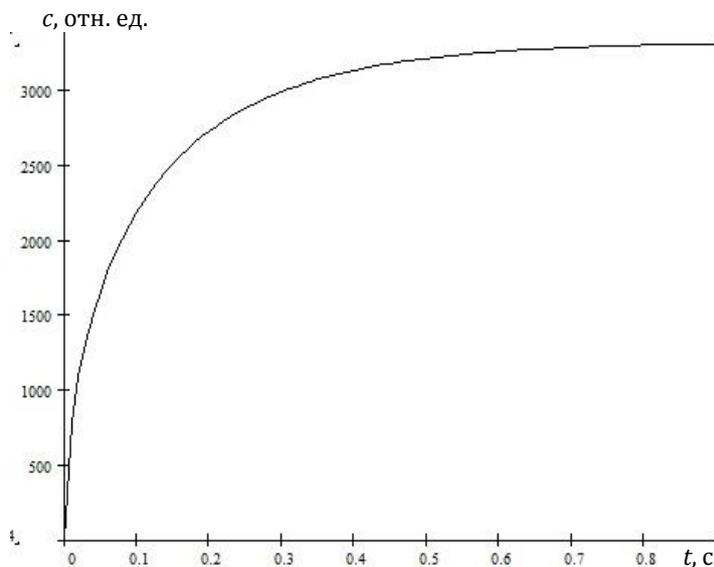


Рис. 2. Зависимость от времени концентрации углерода в поверхностном слое металла

Согласно постановке задачи, наибольший интерес представляет поверхностный слой металла при  $z \approx 0$  (рис. 2). Структура решения (4) позволяет определить временной параметр  $t_0 = 4D/u^2$ . В нашем случае  $t_0 \approx 0,22$  с. Рассмотрим асимптотическое поведение функции  $c(z, t)$  на временах, существенно отличающихся от  $t_0$ .

При  $z \approx 0$  и  $t \ll t_0$  
$$\int_0^t e^{\frac{u^2}{4D}\tau} \frac{e^{-\frac{z^2}{4D(t-\tau)}}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \approx 2\sqrt{t},$$
 и тогда  $c(z, t) \approx j \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\pi D}}$ . Т. е. на первых стадиях процесса концентрация углерода в поверхностном слое нарастает пропорционально квадратному корню из времени экспозиции.

В другом крайнем случае, именно когда  $t \gg t_0$  интеграл легко вычисляется с помощью замены переменной:  $y = \sqrt{t - \tau}$ .

$$\int_0^t e^{\frac{u^2}{4D}\tau} \frac{e^{-\frac{z^2}{4D(t-\tau)}}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau = 2 \int_0^{\sqrt{t}} e^{\frac{u^2}{4D}t} e^{-\frac{u^2}{4D}y^2} dy \approx 2e^{\frac{u^2}{4D}t} \int_0^{\infty} e^{-\frac{u^2}{4D}y^2} dy = 2e^{\frac{u^2}{4D}t} \frac{\sqrt{4D}}{u} \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

и тогда  $c(z, t) \approx \frac{j}{u}$ . Смысл полученного результата заключается в том, что на больших временах в

поверхностном слое диффузия перестает играть заметную роль и падающий поток частиц полностью компенсируется конвекционным потоком.

#### Выводы

Полученное решение позволяет осуществить предварительный выбор технологических режимов (плотность мощности лазерного излучения, скорость перемещения лазерного пятна, поток углерода, направленный к поверхности) процесса насыщения поверхности стали углеродом в результате воздействия лазерного излучения. Основными критериями выбора технологических режимов выступают глубина насыщения, поверхностная концентрация легирующего компонента и концентрационный профиль.

#### Список литературы

1. Массоперенос при обработке поверхности металлов оплавлением непрерывным лазерным излучением / И. Б. Боровский [и др.] // Докл. АН СССР. 1982. Т. 263. № 3. С. 616–618.
2. Тарасова Т. В. Распределение элементов в ванне расплава при лазерном легировании / Т. В. Тарасова // Металловедение и термическая обработка металлов и сплавов. 2002. № 3. С. 24–27.
3. Углов А. А. Моделирование поверхностного азотирования металлов из газовой атмосферы при импульсном лазерном облучении / А. А. Углов, А. Г. Гнедовец, О. М. Портнов // Физика и химия обработки материалов. 1988. № 2. С. 62–67.

## Dynamics of carbon concentration in the surface layer of steel when carbon is saturated from the gas phase as a result of exposure laser radiation

P. Ya. Kantor<sup>1</sup>, E. A. Marinin<sup>2</sup>, N. I. Marinina<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD of physical and mathematical sciences, associate professor of physics and methods of teaching physics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: Shawl@list.ru

<sup>2</sup>assistant of the Department of information technologies in mechanical engineering, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: marinin@vyatsu.ru

<sup>3</sup>master student of the Department of material science and design principles, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: sozontova@vyatsu.ru

**Abstract.** A model of saturation of the surface of steel with carbon from the gas phase under laser heating is presented. The process is described by a second order partial differential equation. The solution of the one-dimensional diffusion equation with a convective term and a carbon flow is obtained by the Fourier transform method, which allows describing the process of saturation of the surface of steel with carbon. The numerical solution is performed for carbon doping of low-carbon steel under the influence of continuous laser radiation with a moving source. The characteristic time scale of the process is revealed and the asymptotic behavior of the carbon concentration in the surface layer of the metal at small and large times is considered. The obtained solution makes it possible to optimize

the technological modes of the process of saturation of the surface of steel with carbon as a result of exposure to laser radiation, based on the required saturation depth and surface concentration of the alloying component.

**Keywords:** diffusion, convection, Fourier transform, Dirac Delta function.

### References

1. *Massoperenos pri obrabotke poverhnosti metallov oplavleniem nepreryvnyim lazernym izlucheniem* – Mass transfer in the treatment of metal surfaces by melting with continuous laser radiation / I. B. Borovsky [et al.] // Report of AS USSR. 1982. Vol. 263. No. 3. Pp. 616–618.
2. *Tarasova T. V. Raspredelenie elementov v vanne rasplava pri lazernom legirovanii* [Distribution of elements in the weld pool during laser alloying] / T. V. Tarasova // *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov i splavov* – Metal study and heat treatment of metals and alloys. 2002, No. 3, pp. 24–27.
3. *Uglov A. A. Modelirovanie poverhnostnogo azotirovaniya metallov iz gazovoj atmosfery pri impul'snom lazernom obluchenii* [Simulation of surface nitriding of metals from the gas atmosphere under pulsed laser irradiation] / A. A. Uglov, A. G. Gnedovets, O. M. Portnov // *Fizika i himiya obrabotki materialov* – Physics and chemistry of materials processing. 1988, No. 2, pp. 62–67.

---

---

# РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

---

---

УДК 621.396.6

DOI 10.25730/VSU.0536.19.006

## Обзор методов обнаружения теней на спутниковых изображениях\*

**Е. Е. Курбатова**

кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных средств, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. E-mail: kurbatova@vyatsu.ru. ORCID: 0000-0001-7173-9214

**Аннотация.** Тени на спутниковых и аэрокосмических изображениях являются серьезной проблемой при сегментации изображений и обнаружении объектов. Поэтому теме посвящено большое количество работ и исследований, предложено большое разнообразие различных методов детектирования и устранения областей теней. В данной работе рассмотрены подходы к обнаружению теней, которые не требуют знания дополнительной информации, кроме самого изображения. Проведено сравнение 5 методов такого типа, которые используют разные цветовые пространства и алгоритмы для обнаружения теней на изображениях. Оценка качества и скорости детектирования для рассмотренных методов проводилась по набору тестовых изображений с помощью 6 критериев. Пять критериев для оценки точности выделенных областей: точность, полнота, F-мера, коэффициент Мэтьюса, общая точность; скорость обработки оценивалась с помощью времени, затрачиваемого на обработку изображений.

**Ключевые слова:** тени, сегментация изображений, спутниковые изображения, обнаружение объектов.

### Введение

Спутниковые и аэрокосмические изображения часто используются для актуализации данных электронных карт геоинформационных систем. В результате дешифрации таких изображений на них определяются разные объекты: здания, дороги, леса, вырубки, водоемы и т. д. Одной из главных трудностей в дешифрации спутниковых изображений является наличие на них теней. Тени создаются как неподвижными (деревья, здания, столбы и т. д.), так и движущимися объектами (автомобили, люди и т. д.), и изменяются в зависимости от времени съемки. Тени существенно отличаются по яркости от фона, поэтому при сегментации изображений они могут создавать ложные объекты или быть приняты за часть объектов. Это приводит к искажению геометрических и топологических характеристик выделенных объектов, на основе которых принимается решение о принадлежности объекта определенному классу. Дороги на спутниковых изображениях могут иметь небольшую ширину, при этом теневые области могут полностью закрывать часть дороги, что приводит к невозможности их верного обнаружения.

Существуют разные подходы к устранению влияния теней [22; 2; 38; 32; 30; 5; 24]. В некоторых случаях восстанавливается яркость в затемненных участках изображения до этапа сегментации; в другом – затемненные участки исключаются после проведения сегментации. Однако оба эти подхода основаны на предварительном обнаружении и локализации теневых участков по исходному спутниковому изображению.

Существующие методы детектирования теней можно условно разделить на два класса: методы на основе модели поверхности [1; 14; 43; 28; 18] и методы на основе признаков [7; 34].

Первая группа методов требует знания дополнительной информации о поверхности анализируемого участка местности, азимута Солнца. В некоторых методах строится 3D-модель местности для определения положения тени по известному положению источника света. Такие методы, как правило, показывают высокую точность обнаружения теней, но при этом требуют значительного времени на анализ и знания дополнительной информации, что не всегда возможно в реальных условиях, особенно для систем, работающих в режиме, близком к реальному времени.

Вторая группа методов обнаружения теней не требует никакой дополнительной информации, кроме самого изображения. Эти методы основаны на извлечении информации о локализации теней из исходного изображения путем применения различных преобразований. При этом используются спектральные свойства теней, которые выражаются в том, что теневые области существен-

---

\* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-71-00070).

но отличаются от фона по значению яркости. В ряде работ при обработке многоспектральных изображений используется изображение инфракрасного диапазона для детектирования теневых областей [13; 26; 4; 27; 37].

Методы, основанные на признаках, чаще всего используют следующие подходы: пороговую обработку, преобразование цветовых пространств, алгоритмы разрастания регионов, кластеризацию [11; 16; 45; 12; 8]. В одном методе могут применяться несколько механизмов на разных этапах, например, пороговая обработка применяется в большинстве методов.

Поскольку основным требованием в системах оперативной обработки спутниковых изображений и извлечения из них информации является высокая скорость, то в данной работе рассматриваются только методы на основе признаков. Они обладают гораздо большей скоростью обработки, чем методы на основе моделей, и не требуют наличия дополнительной информации, кроме самого изображения.

### Методы обнаружения теней

Среди методов, использующих техники пороговой обработки и преобразования цветовых пространств, наиболее широко известным является метод Tsai [39; 40] и его модификации [46]. В основе данного метода лежит преобразование спутникового изображения из цветового пространства RGB в пространство HSI. В работе [39] рассмотрено несколько различных цветовых пространств и проведено их сравнение. По приведенным результатам наилучшей оказалась модель HSI. При этом изображение представляется как совокупность трех компонент: H (цветовой тон), S (насыщенность) и I (светлота).

Тон представляет собой характеристику направления вектора цветности и определяется из следующих соотношений:

$$\begin{bmatrix} I \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{\sqrt{6}}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}; H = \begin{cases} \tan^{-1} \left( \frac{V_2}{V_1} \right), & \text{если } V_1 \neq 0 \\ \text{неопределен,} & \text{если } V_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Насыщенность характеризует интенсивность определенного тона, светлота – яркость в данной точке изображения:

$$S = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}; \quad (2)$$

$$I = (R + G + B)/3 \quad (3)$$

В методе Tsai [39] используется две компоненты данного пространства: H и I. На основе значений данных компонент вычисляется спектральное соотношение (4) в каждой точке изображения. Теневые области будут иметь большие значения соотношения, чем освещенные участки.

$$RI = \frac{H + 1}{I + 1} \quad (4)$$

Чтобы разделить области тени и освещенные участки, применяется пороговая обработка. При этом основную сложность составляет правильный выбор порога, значение которого обеспечит хорошие результаты. Наилучшее значение порога может существенно отличаться для разных изображений, поэтому в данном подходе применяется автоматический метод вычисления глобального порога на основе метода Otsu [25]. Метод Otsu и пороговая сегментация применяется к изображению RI.

Для повышения качества детектирования теней на последнем этапе может применяться фильтрация сегментированного изображения, а также морфологическая обработка.

Модификацией метода Tsai является метод, предложенный в [19]. Основное отличие заключается в том, что исходное изображение преобразуется в полутоновое, по которому вычисляется глобальный порог методом Otsu. Затем применяется пороговая сегментация с вычисленным порогом. На последнем этапе применяется морфологическая обработка и сверточная фильтрация для устранения шумов без размытия границ между теневыми и не теневыми областями.

В работах [33; 35] предложен метод, использующий аналогичный подход. На первом этапе также осуществляется преобразование из RGB в HSI цветовое пространство. Однако в качестве признака разделения области тени и не тени используется нормированный индекс растительности (NDI).

$$NDI = \frac{S - V}{S + V} \quad (5)$$

Значение NDI используется для вычисления глобального порога методом Otsu. Если значение NDI пикселя превышает вычисленный порог, то данный пиксель считается тенью, иначе он не относится к тени.

$$I_{shadow}(i, j) = \begin{cases} 1, & NDI(i, j) \geq T \\ 0, & NDI(i, j) < T \end{cases} \quad (6)$$

На полученном бинарном изображении пиксели, относящиеся к области тени, отмечены 1.

Помимо HSI, в некоторых работах применяются преобразования в другие цветовые пространства. Так, в работе [23] используется цветовое пространство Lab, в котором две компоненты а и b определяют хроматическую составляющую, а компонента L – значение светлоты.

В методе, описанном в [23], после преобразования исходного изображения вычисляется среднее значение по каждой компоненте независимо. Если выполняется условие (7), то классификация пикселя на тень и не тень производится по соотношению (8), иначе проверяются условия (9).

$$mean(A) + mean(B) \leq 256 \quad (7)$$

$$L \leq \left( mean(L) - \frac{std(L)}{3} \right) \quad (8)$$

$$(L < T) \text{ and } (B < T) \quad (9)$$

В данных выражениях std – это стандартное отклонение, T – порог, который авторы в работе [23] определили равным среднему значению на соответствующей компоненте.

После пороговой обработки для повышения качества обработки предлагается использовать морфологическую обработку.

К настоящему времени проведено большое количество исследований о свойствах тени на разных цветовых компонентах [24; 39; 9; 45]. Многие исследователи применяют комбинации цветовых компонент из разных цветовых пространств для более точного детектирования теневых областей. В работе [3] используется три компонента: с3, насыщенность (S) и яркость (V). Компоненты S и V вычисляются путем преобразования исходного изображения из RGB в HSV цветовое пространство. Компонента с3 является частью цветового пространства c1c2c3, предложенного впервые в [10], и успешно используется в ряде работ для детектирования теней [29; 31]. Данная компонента вычисляется путем нелинейного преобразования исходного RGB изображения.

$$c_3 = \arctan \left( \frac{B}{\max\{R, G\}} \right), \quad (10)$$

где R, G, и B – значения яркости на соответствующих компонентах исходного изображения.

На компоненте с3 теневые области имеют большие значения, чем незатененные участки, что соответствует локальным максимумам. Однако данная компонента, как правило, сильно зашумлена, поэтому требуется предварительная обработка для повышения качества детектирования. В методе [3] предлагается для этих целей применить к компоненте с3 усредняющий фильтр с размером ядра 3x3. По компоненте V находится модуль градиента яркости с помощью оператора Собела [36].

Для обнаружения теней в данном подходе используется техника разрастания регионов, которая применяется к сглаженной компоненте с3, полученной после предварительной фильтрации. Идея разрастания регионов заключается в том, что к начальным, выбранным по определенному правилу, центрам регионов итерационно присоединяются окрестные точки, если они удовлетворяют критерию однородности области. Процесс разрастания регионов останавливается, когда ни одна точка изображения не может быть присоединена ни к одному региону. Работа данного алгоритма во многом зависит от выбора начальных центров регионов. В методе [3] начальными центрами считаются квадратные области размером 5x5 пикселей, центральный элемент которой является локальным максимумом на компоненте с3, а все элементы окрестности 5x5 должны иметь значения выше, чем среднее значение компоненты с3 по всему изображению. При этом начальные центры регионов не должны пересекаться и должны выполняться условия (11).

$$V_{av} < T_V; S_{av} > T_S. \quad (11)$$

где  $V_{av}, S_{av}$  – средние значения компонент V и S соответственно, определяемые по элементам начальной области 5x5;  $T_V, T_S$  – пороги, которые были установлены авторами [3] эмпирически и принимаются равными 0,35 и 0,02 соответственно.

Предполагается, что найденные по таким правилам начальные центры регионов предположительно относятся к области тени. Затем начинается итерационный процесс разрастания регио-

нов. Для каждого найденного начального центра анализируются окрестные пиксели. Пиксель окрестности присоединяется к региону, если выполняется ряд условий:

1. Пиксель ранее не был присоединен ни к одному региону.

2. Расстояние Махаланобиса [17; 6] по компоненте  $c_3$  для данного пикселя от среднего значения по региону меньше заданного значения:

$$\frac{|c_3 - \hat{c}_3|}{\sigma} < d_0, \quad (12)$$

где  $C_3$  – значение рассматриваемого пикселя на компоненте  $c_3$ ,  $\hat{C}_3$  – среднее значение компоненты  $c_3$  для элементов региона,  $\sigma$  – девиация значений компоненты  $c_3$  в пределах региона,  $d_0$  принимается равным 3.

3. Модуль градиента  $V$  для рассматриваемого пикселя меньше порога  $T_E = 0,3$ .

4. При добавлении пикселя к региону сохраняется выполнение условий (11).

В результате такого процесса, если несколько начальных центров регионов были найдены в пределах одной теневой области, они объединяются в один регион, и границы найденных областей будут точно повторять границы области тени, поскольку разрастание области осуществляется по одному пикселю.

Для повышения однородности найденных областей после разрастания регионов применяется морфологическая фильтрация, которая заключается в последовательном применении операций дилатации и эрозии.

Методы обнаружения теней, основанные на кластеризации, предполагают независимую кластеризацию по каждой из цветовых компонент с последующим объединением результатов. В работе [44] используется цветовое пространство HSI, для кластеризации выбран алгоритм Affinity propagation (AP). К каждой из цветовых компонент применяется AP кластеризация на два класса (тень и не тень). При этом кластеризация применяется в несколько этапов. Сначала AP алгоритм применяется к каждому столбцу изображения, в результате находятся центры двух кластеров для каждого столбца. К найденным центрам на втором этапе снова применяется алгоритм AP, и находится результат кластеризации для всего изображения.

В результате применения данного алгоритма каждый пиксель изображения будет характеризоваться степенью принадлежности к первому и второму классу на трех разных компонентах. Чтобы объединить результаты, полученные по разным компонентам, применяется алгоритм AP в новом пространстве признаков. В качестве признаков для каждого пикселя изображения используется трехмерный вектор (13).

$$C = \left( \mu_{H_{c1}}(H(x, y)), \mu_{S_{c2}}(S(x, y)), \mu_{I_{c2}}(I(x, y)) \right), \quad (13)$$

где  $\mu_{H_{c1}}(H(x, y))$  – степень принадлежности пикселя к первому классу на компоненте  $H$ ,  $\mu_{S_{c2}}(S(x, y)), \mu_{I_{c2}}(I(x, y))$  – степени принадлежности пикселя второму классу на компонентах  $S$  и  $I$  соответственно.

После кластеризации применяется морфологическая фильтрация.

Существенным недостатком методов на основе кластеризации являются значительные вычислительные затраты и низкая скорость обработки. Поэтому данные методы детектирования теней неприменимы для систем обработки реального времени и обработки спутниковых изображений, которые обычно имеют большой размер.

#### Критерии сравнения методов

При детектировании теней можно выделить два типа ошибок: пиксель отмечен как тень, но таковым не является; пиксель не отмечен как тень, но является частью области тени.

Для определения этих двух ошибочных ситуаций необходимо знать верный результат разбиения изображения на области тени и не тени. Поэтому большинство критериев оценки качества, полученного результата детектирования, основаны на сравнении с эталонным изображением. Однако недостатком такого подхода является то, что нет объективного способа получения такого изображения. В большинстве случаев в качестве эталона используется изображение, заданное экспертами, что приводит к субъективности разметки.

Для более достоверной оценки качества детектирования будем использовать несколько критериев: точность (Precision (P)), полноту (Recall (R)), F-меру [20], общую точность (Overall Accuracy (OA)), корреляцию Мэтьюса (Matthews correlation coefficient (MCC)) [21].

Все эти критерии широко используются в задачах машинного обучения, чтобы оценить качество классификаторов. Задачу детектирования тени можно рассматривать как задачу классифика-

ции пикселей изображения на два класса (тьень и не тень), таким образом, в результате детектирования возможны четыре ситуации, которые могут быть представлены в виде табл. 1.

Таблица 1

	Результат детектирования		
		Тень	Не тень
Эталонное изображение			
	Тень	TP	FN
	Не тень	FP	TN

TP (true-positive) истинно-положительное значение (пиксель определен как тень в результате детектирования и является таковым на эталонном изображении); FN (false-negative) ложно-отрицательное значение (пиксель не отнесен к области тени в результате детектирования, однако является таковым на эталонном изображении); FP (false-positive) ложно-положительное значение (пиксель ошибочно отнесен к области тени в результате детектирования); TN (true-negative) истинно-отрицательное значение (пиксель верно не отнесен к области тени в результате детектирования).

Критерий точность (P) показывает, сколько пикселей из отнесенных к области тени были верно детектированы, а критерий полноты (R) показывает, сколько пикселей области тени было найдено в результате детектирования от истинного значения.

$$P = \frac{TP}{TP + FN}; R = \frac{TP}{TP + FP} \quad (14)$$

F-мера представляет собой средневзвешенное значение между точностью и полнотой:

$$F = \frac{2 \cdot P \cdot R}{P + R} \quad (15)$$

Общая точность показывает процент верно детектированных пикселей тени и не тени:

$$OA = \frac{TP + TN}{TP + TN + FN + FP} \quad (16)$$

Корреляция Мэтьюса – более сбалансированный критерий, чем общая точность, и определяется выражением:

$$MCC = \frac{TP \cdot TN - FP \cdot FN}{\sqrt{(TP + FP) \cdot (TP + FN) \cdot (TN + FP) \cdot (TN + FN)}} \quad (17)$$

Все рассматриваемые критерии принимают значения в диапазоне от 0 до 1, большее значение соответствует более высокому качеству детектирования.

#### Результаты моделирования

Моделирование методов осуществлялось в среде Matlab на персональном компьютере Intel Core i7-3770, 4Гбайт ОЗУ. Кроме качества детектирования, оценивалось также время, затрачиваемое на обработку изображения.

В качестве тестовых выбрано 60 изображений из открытой базы SBU Shadow Detection Dataset [41; 42].

Пример обработки тестового изображения разными алгоритмами приведен на рис. 1. Усредненные по 60 тестовым изображениям значения критериев для рассматриваемых алгоритмов приведены в табл. 2.

Таблица 2

#### Усредненные оценки качества детектирования теней разных методов

	P	R	F	OA	MCC	Time, c
Метод Tsai [39]	0,97	0,29	0,41	0,63	0,38	0,009
Модифицированный метод Tsai [19]	0,99	0,22	0,34	0,50	0,30	0,005
Метод на основе NDI [35]	0,98	0,27	0,39	0,57	0,34	0,01
Метод на основе Lab пространства [23]	0,96	0,34	0,47	0,75	0,46	0,096
Метод на основе разрастания регионов [3]	0,53	0,49	0,51	0,80	0,46	145,44

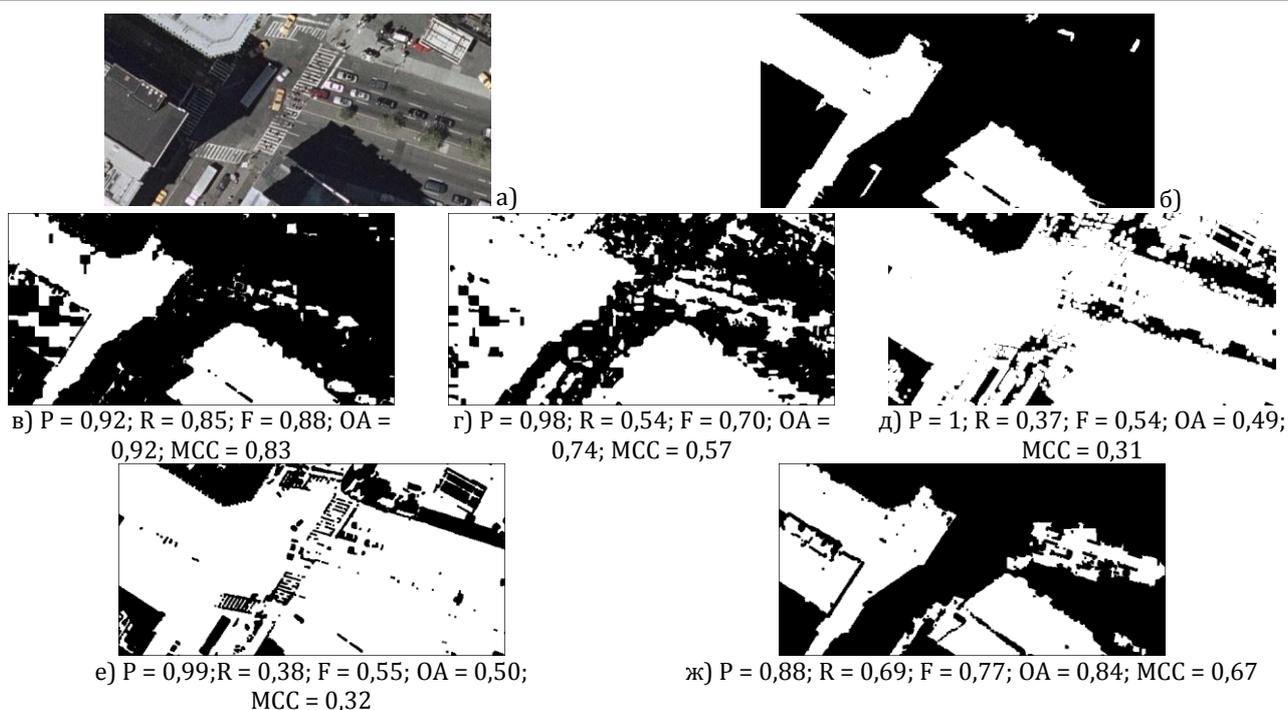


Рис. 1. Результаты детектирования теней для тестового изображения разными методами:  
 а) исходное изображение; б) эталонное изображение; в) метод на основе Lab пространства [23];  
 г) метод Tsai [39]; д) модифицированный метод Tsai [19]; е) метод на основе NDI [35];  
 ж) метод на основе разрастания регионов [3].

Полученные результаты показывают, что наилучшее качество детектирования теней обеспечивают методы на основе разрастания регионов и на основе пространства Lab. При этом для оценки качества детектирования лучше использовать такие сбалансированные критерии, как F-мера или корреляция Мэтьюса, которые учитывают ошибки и первого, и второго типа.

Метод на основе разрастания регионов затрачивает наибольшее время на обработку изображения среди рассмотренных методов, что является существенным недостатком. Метод на основе Lab-пространства также проигрывает остальным методам по времени, поэтому если требуется максимальная скорость обработки (а требования к качеству детектирования не высоки), то можно использовать метод Tsai или его модификацию.

### Выводы

Для оперативной обработки спутниковых изображений наиболее применимы методы на основе признаков. Большинство таких методов основаны на преобразовании исходного изображения в одно из цветовых пространств и применении пороговой обработки. За счет этого такие методы обеспечивают быструю обработку и приемлемое качество детектирования теней. Использование методов машинного обучения, техники разрастания регионов или методов детектирования на основе моделей требуют значительных вычислительных затрат либо наличия дополнительных параметров и данных, что не всегда возможно в реальных условиях.

Проведенные исследования показали, что метод на основе разрастания регионов, показавший наилучшее качество детектирования, проигрывает другим методам по скорости обработки, а модифицированный метод Tsai, обеспечивающий максимальную скорость обработки, уступает другим методам по качеству. Таким образом, наиболее универсальным методом является метод на основе цветового пространства Lab, который обеспечивает наилучшее соотношение качества детектирования и времени обработки.

### Список литературы

1. Мирошниченко С. Ю., Тутов В. С. Метод локализации теней геопространственных объектов на цифровых аэрокосмических изображениях / Известия вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53. № 9. С. 7–13.
2. Al-Najdawi N., Bez H. E., Singhai J., Edirisinghe E. A. A survey of cast shadow detection algorithms // Pattern Recognition Letters. 2012. Vol. 33. P. 752–764.
3. Arevalo V., Gonzalez J., Ambrosio G. Shadow detection in colour high-resolution satellite images // International Journal of Remote Sensing. 2008. Vol. 29. P. 1945–1963.
4. Arun, Kumar M. S., Bijukumar A novel algorithm for shadow detection and recognition in high-resolution satellite images // Iioab Journal. 2016. Vol. 7. P. 40–46.

5. *Dare P. M.* Shadow analysis in high-resolution satellite imagery of urban areas // Photogrammetric engineering and remote sensing. 2005. Vol. 71. P. 169–177.
6. *De Maesschalck R., Jouan-Rimbaud D., Massart D. L.* The Mahalanobis distance // Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. 2000. Vol. 50(1). P. 1–18. DOI: 10.1016/s0169-7439(99)00047-7.
7. *Duana G., Gong H., Zhao W., Tang X., Chen B.* An Index-based shadow extraction approach on high-resolution images // International symposium on satellite mapping technology and application (ISSMTA 2013). 2013. P. 19–26.
8. *Kim D. S., Arsalan M., Park K. R.* Convolutional Neural Network-based shadow detection in images using visible light camera sensor // Sensors. 2018. Vol. 18(4), 960. DOI: 10.3390/s18040960.
9. *Ford A., Roberts A.* Colour space conversions. Technical report. Westminster University, London. 1998. 31 p.
10. *Gevers T., Smeulders A. W. M.* Color-based object recognition // Pattern Recognition. 1999. Vol. 32. P. 453–464.
11. *Huang Y., Kang X., Li S., Lu T., Lin H.* Shadow detection in very high-resolution satellite images by extended random walker // IEEE International Geoscience and remote sensing symposium. 2017. DOI: 10.1109/IGARSS.2017.8127821
12. *Huma P. N., Biju V. G.* Shadow detection and reconstruction on satellite images using support vector machine and image in-painting // International journal of advanced research in electrical, electronics and instrumentation engineering. 2015. Vol. 4(5). P. 4274–4281.
13. *Kadhim N., Mourshed M.* A shadow-overlapping algorithm for estimating building heights from VHR satellite images // IEEE Geoscience and remote sensing letters. 2018. Vol. 15. P. 8–12.
14. *Li J., Hu Q., Ai M.* Joint model and Observation Cues for single-Image shadow detection // Remote Sensing. 2016. Vol. 8. P. 484. DOI: 10.3390/rs8060484.
15. *Li P., Ge W.* A soft shadow detection method based on MRF for remote sensing images // Mathematical problems in engineering. 2015. DOI: 10.1155/2015/404095.
16. *Liu W., Yamazaki F.* Object-based shadow extraction and correction of high-resolution optical satellite images // IEEE Journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing. 2012. Vol. 5. P. 1296–1302.
17. *Mahalanobis P. C.* On the generalized distance in statistics // Proceedings of the National Institute of Sciences of India. 1936. Vol. 2(1). P. 49–55.
18. *Makarau A., Richter R., Mueller R., Reinartz P.* Adaptive shadow detection using a blackbody radiator model // IEEE Transactions and geoscience and remote sensing. 2011. Vol. 49. P. 2049–2059.
19. *Mamde V. G., Chati P. U.* Shadow detection technique of satellite image for shadow removal // International journal of advance research in computer science and management studies. 2015. Vol. 3(4). P. 176–179.
20. *Martin D. R., Fowlkes C. C., Malik J.* Learning to detect natural image boundaries using local brightness, color, and texture cues // IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2004. Vol. 26. P. 530–549.
21. *Mattews B. W.* Comparison of the predicted and observed secondary structure of T4 phage lysosyme // Biochimica et Biophysica Acta (BBA) – Protein Structure. 1975. Vol. 405(2). P. 442–451. DOI: 10.1016/0005-2795(75)90109-9.
22. *Mostafa Y.* A review on various shadow detection and compensation techniques in remote sensing images // Canadian journal of remote sensing. 2017. Vol. 43. P. 545–562.
23. *Murali S., Govindan V. K.* Shadow detection and removal from a single image using LAB color space // Cybernetics and information technologies. 2013. Vol. 13(1). P. 95–103.
24. *Murali S., Govindan V. K., Kalady S.* A survey on shadow detection techniques in a single image // Information technology and control. 2018. Vol. 47. P. 75–92.
25. *Otsu N.* A threshold selection method from gray-level histograms // IEEE Transactions on Systems man and cybernetics. 1979. Vol. 9(1). P. 62–66. DOI: 10.1109/TSNC.1979.4310076.
26. *Parmes E., Rauste Y., Molinier M., Andersson K., Seitsonen L.* Automatic cloud and shadow detection in optical satellite imagery without using thermal bands-application to Suomi NPP VIIRS images over Fennoscandia // Remote Sensing. 2017. Vol. 9(8). P. 806.
27. *Rufenacht D., Fredembach C., Susstrunk S.* Automatic and accurate shadow detection using near-infrared information // IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2014. Vol. 36. P. 1672–1678.
28. *Safdarinezhad A., Mokhtarzade M., Zoj M. J. V.* Shadow-based hierarchical matching for the automatic registration of airborne LIDAR data and space imagery // Remote Sensing. 2016. Vol. 8(6). P. 466. DOI: 10.3390/rs8060466.
29. *Salvador E., Cavallaro A., Ebrahimi T.* Cast shadow segmentation using invariant color features // Computer vision and images understanding. 2004. Vol. 95. P. 238–259.
30. *Sanin A., Sanderson C., Lovell B. C.* Shadow detection: a survey and comparative evaluation of recent methods // Pattern recognition. 2012. Vol. 45. P. 1684–1695.
31. *Sarabandi P., Yamazaki F., Matsuoka M., Kiremidjian A.* Shadow detection and radiometric restoration in satellite high resolution images // International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). 2004. Vol. 6. P. 3744–3747. DOI: 10.1109/IGARSS.2004.1369936.
32. *Shahtahmassebi A., Yang N., Wang K., Moore N., Shen Z.* Review of shadow detection and de-shadowing methods in remote sensing // Chinese Geographical science. 2013. Vol. 23. P. 403–420.
33. *Shedlovska Y. I., Hnatushenko V. V.* Shadow removal algorithm with shadow area border processing // II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF). 2016. DOI: 10.1109/YSF.2016.7753827.
34. *Silva G. F., Carneiro G. B., Doth R., Amaral L. A., de Azevedo D. F. G.* Near real-time shadow detection and removal in aerial motion imagery application // ISPRS Journal of photogrammetry and remote sensing. 2018. Vol. 140. P. 104–121.

35. Singh K. K., Pal K., Nigam N. J. Shadow detection and removal from remote sensing images using NDI and morphological operators // International journal of computer applications. 2012. Vol. 42(10). P. 37–40.
36. Sobel I. E. Camera models and machine perception. PHD dissertation. Stanford University, 1970.
37. Song H., Huang B., Zhang K. Shadow detection and reconstruction in high-resolution satellite images via morphological filtering and example-based learning // IEEE Transactions on geoscience and remote sensing. 2014. Vol. 52. P. 2545–2554.
38. Tiwari A., Singh P. K., Amin S. A survey on shadow detection and removal in images and video sequences // 6<sup>th</sup> international conference – Cloud System and big data engineering (Confluence). 2016. P. 518–523. DOI: 10.1109/CONFLUENCE.2016.7508175.
39. Tsai V. J. A comparative study on shadow compensation of color aerial images in invariant color models // IEEE Transactions on geoscience and remote sensing. 2006. Vol. 44(6). P. 1661–1671.
40. Tsai V. J. Automatic shadow detection and radiometric restoration on digital aerial images // IEEE International geoscience and remote sensing symposium. Proceedings. 2003. DOI: 10.1109/IGARSS.2003.1293899.
41. Vicente T. F. Y., Hoai M., Samaras D. Noisy label recovery for shadow detection in unfamiliar domains // IEEE Conference on computer vision and pattern recognition. 2016. P. 3783–3792.
42. Vicente T. F. Y., Hou L., Yu C.-P., Minh H., Samaras D. Large-scale training of shadow detectors with noisily-annotated shadow examples // Computer vision. 2016. Vol. 9910. P. 816–832.
43. Wang Q., Yan L., Yang Q., Ma Z. An automatic shadow detection method for VHR remote sensing orthoimagery // Remote Sensing. 2017. Vol. 9. P. 469. DOI: 10.3390/rs9050469.
44. Xia H., Chen X., Guo P. A shadow detection method for remote sensing images using affinity propagation algorithm // IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. 2009. P. 3116–3121. DOI: 10.1109/ICSMC.2009.5346147.
45. Yamazaki F., Liu W., Takasaki M. Characteristics of shadow and removal of its effects for remote sensing imagery // IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2009. Vol. 4. P. 2806–2809. DOI: 10.1109/IGARSS.2009.5417404.
46. Ye Q., Xie H., Xu Q. Removing shadows from high-resolution urban aerial images based on color constancy // ISPRS – International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2012. Vol. 39-B3. P. 525–530. DOI: 10.5194/isprsarchives-XXXIX-B3-525-2012.

## Review of methods for detecting shadows in satellite images

**E. E. Kurbatova**

PhD of technical sciences, associate professor of the Department of electronic means, Vyatka State University.  
Russia, Kirov. E-mail: kurbatova@vyatsu.ru ORCID: 0000-0001-7173-9214

**Abstract.** Shadows in satellite and aerospace images are a serious problem in image segmentation and object detection. Therefore, a large number of works and studies is devoted to this topic is devoted, a wide variety of different methods for detecting and eliminating areas of shadows are suggested. In this paper, we consider approaches to the detection of shadows that do not require knowledge of additional information, except the image itself. A comparison of 5 methods of this type, which use different color spaces, is held, and algorithms for detecting shadows in images. Evaluation of the quality and speed of detection for the considered methods was carried out on a set of test images using 6 criteria. Five criteria for assessing the accuracy of the selected areas are: accuracy, completeness, F-measure, Matthews coefficient, overall accuracy; processing speed was estimated using the time spent on image processing.

**Keywords:** shadows, image segmentation, satellite images, object detection.

### References

1. Miroshnichenko S. YU., Titov V. S. Metod lokalizatsii teney geoprostranstvennykh ob"ektov na tsifrovyykh aerokosmicheskikh izobrazheniyah [Method of localization of shadows of geospatial objects on digital aerospace images] // Izvestiya vuzov. Priborostroenie – News of higher schools. Instrument making. 2010. Vol. 53. No. 9, pp. 7–13.
2. Al-Najdawi N., Bez H. E., Singhai J., Edirisinghe E. A. A survey of cast shadow detection algorithms // Pattern Recognition Letters. 2012. Vol. 33. P. 752–764.
3. Arevalo V., Gonzalez J., Ambrosio G. Shadow detection in colour high-resolution satellite images // International Journal of Remote Sensing. 2008. Vol. 29. P. 1945–1963.
4. Arun, Kumar M. S., Bijukumar A novel algorithm for shadow detection and recognition in high-resolution satellite images // Iioab Journal. 2016. Vol. 7. P. 40–46.
5. Dare P. M. Shadow analysis in high-resolution satellite imagery of urban areas // Photogrammetric engineering and remote sensing. 2005. Vol. 71. P. 169–177.
6. De Maesschalck R., Jouan-Rimbaud D., Massart D. L. The Mahalanobis distance // Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. 2000. Vol. 50(1). P. 1–18. DOI: 10.1016/s0169-7439(99)00047-7.
7. Duana G., Gong H., Zhao W., Tang X., Chen B. An Index-based shadow extraction approach on high-resolution images // International symposium on satellite mapping technology and application (ISSMTA2013). 2013. P. 19–26.

8. Kim D. S., Arsalan M., Park K. R. Convolutional Neural Network-based shadow detection in images using visible light camera sensor // *Sensors*. 2018. Vol. 18(4), 960. DOI: 10.3390/s18040960.
9. Ford A., Roberts A. Colour space conversions. Technical report. Westminster University, London. 1998. 31 p.
10. Gevers T., Smeulders A. W. M. Color-based object recognition // *Pattern Recognition*. 1999. Vol.32. P. 453–464.
11. Huamg Y., Kang X., Li S., Lu T., Lin H. Shadow detection in very high-resolution satellite images by extended random walker // *IEEE International Geoscience and remote sensing symposium*. 2017. DOI: 10.1109/IGARSS.2017.8127821
12. Huma P. N., Biju V. G. Shadow detection and reconstruction on satellite images using support vector machine and image in-painting // *International journal of advanced research in electrical, electronics and instrumentation engineering*. 2015. Vol. 4(5). P. 4274–4281.
13. Kadhim N., Mourshed M. A shadow-overlapping algorithm for estimating building heights from VHR satellite images // *IEEE Geoscience and remote sensing letters*. 2018. Vol. 15. P. 8–12.
14. Li J., Hu Q., Ai M. Joint model and Observation Cues for single-Image shadow detection // *Remote Sensing*. 2016. Vol. 8. P. 484. DOI:10.3390/rs8060484.
15. Li P., Ge W. A soft shadow detection method based on MRF for remote sensing images // *Mathematical problems in engineering*. 2015. DOI: 10.1155/2015/404095.
16. Liu W., Yamazaki F. Object-based shadow extraction and correction of high-resolution optical satellite images // *IEEE Journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing*. 2012. Vol. 5. P. 1296–1302.
17. Mahalanobis P. C. On the generalized distance in statics // *Proceedings of the National Institute of sciences of India*. 1936. Vol. 2(1). P. 49–55.
18. Makarau A., Richter R., Mueller R., Reinartz P. Adaptive shadow detection using a blackbody radiator model // *IEEE Transactions and geoscience and remote sensing*. 2011. Vol. 49. P. 2049–2059.
19. Mamde V. G., Chati P. U. Shadow detection technique of satellite image for shadow removal // *International journal of advance research in computer science and management studies*. 2015. Vol. 3(4). P. 176–179.
20. Martin D. R., Fowlkes C. C., Malik J. Learning to detect natural image boundaries using local brightness, color, and texture cues // *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*. 2004. Vol. 26. P. 530–549.
21. Mattews B. W. Comparison of the predicted and observed secondary structure of T4 phage lysoryme // *Biochimica of Biophysica Acta (BBA) – Protein Structure*. 1975. Vol. 405(2). P. 442–451. DOI: 10.1016/0005-2795(75)90109-9.
22. Mostafa Y. A review on various shadow detection and compensation techniques in remote sensing images // *Canadian journal of remote sensing*. 2017. Vol. 43. P. 545–562.
23. Murali S., Govindan V. K. Shadow detection and removal from a single image using LAB color space // *Cybernetics and information technologies*. 2013. Vol. 13(1). P. 95–103.
24. Murali S., Govindan V. K., Kalady S. A survey on shadow detection techniques in a single image // *Information technology and control*. 2018. Vol. 47. P. 75–92.
25. Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms // *IEEE Transactions on Systems man and cybernetics*. 1979. Vol. 9(1). P. 62–66. DOI:10.1109/TSNC.1979.4310076.
26. Parmes E., Rauste Y., Molinier M., Andersson K., Seitsonen L. Automatic cloud and shadow detection in optical satellite imagery without using thermal bands-application to Suomi NPP VIIRS images over Fennoscandia // *Remote Sensing*. 2017. Vol. 9 (8). P. 806.
27. Rufenacht D., Fredembach C., Susstrunk S. Automatic and accurate shadow detection using near-infrared information // *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*. 2014. Vol. 36. P. 1672–1678.
28. Safdarinezhad A., Mokhtarzade M., Zoej M. J. V. Shadow-based hierarchical matching for the automatic registration of airborne LIDAR data and space imagery // *Remote Sensing*. 2016. Vol. 8(6). P. 466. DOI: 10.3390/rs8060466.
29. Salvador E., Cavallaro A., Ebrahimi T. Cast shadow segmentation using invariant color features // *Computer vision and images understanding*. 2004. Vol. 95. P. 238–259.
30. Sanin A., Sanderson C., Lovell B. C. Shadow detection: a survey and comparative evaluation of recent methods // *Pattern recognition*. 2012. Vol. 45. P. 1684–1695.
31. Sarabandi P., Yamazaki F., Matsuoka M., Kiremidjian A. Shadow detection and radiometric restoration in satellite high resolution images // *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. 2004. Vol. 6. P. 3744–3747. DOI: 10.1109/IGARSS.2004.1369936.
32. Shahtahmassebi A., Yang N., Wang K., Moore N., Shen Z. Review of shadow detection and de-shadowing methods in remote sensing // *Chinese Geographical science*. 2013. Vol. 23. P. 403–420.
33. Shedlovskaya Y. I., Hnatushenko V. V. Shadow removal algorithm with shadow area border processing // *II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF)*. 2016. DOI: 10.1109/YSF.2016.7753827.
34. Silva G. F., Carneiro G. B., Doth R., Amaral L. A., de Azevedo D. F. G. Near real-time shadow detection and removal in aerial motion imagery application // *ISPRS Journal of photogrammetry and remote sensing*. 2018. Vol. 140. P. 104–121.
35. Singh K. K., Pal K., Nigam N. J. Shadow detection and removal from remote sensing images using NDI and morphological operators // *International journal of computer applications*. 2012. Vol. 42(10). P. 37–40.
36. Sobel I. E. Camera models and machine perception. PHD dissertation. Stanford University, 1970.
37. Song H., Huang B., Zhang K. Shadow detection and reconstruction in high-resolution satellite images via morphological filtering and example-based learning // *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing*. 2014. Vol. 52. P. 2545–2554.

38. *Tiwari A., Singh P. K., Amin S.* A survey on shadow detection and removal in images and video sequences // 6<sup>th</sup> international conference – Cloud System and big data engineering (Confluence). 2016. P. 518–523. DOI: 10.1109/CONFLUENCE.2016.7508175.
39. *Tsai V. J.* A comparative study on shadow compensation of color aerial images in invariant color models // IEEE Transactions on geoscience and remote sensing. 2006. Vol. 44(6). P. 1661–1671.
40. *Tsai V. J.* Automatic shadow detection and radiometric restoration on digital aerial images // IEEE International geoscience and remote sensing symposium. Proceedings. 2003. DOI: 10.1109/IGARSS.2003.1293899.
41. *Vicente T. F. Y., Hoai M., Samaras D.* Noisy label recovery for shadow detection in unfamiliar domains // IEEE Conference on computer vision and pattern recognition. 2016. P. 3783–3792.
42. *Vicente T. F. Y., Hou L., Yu C.-P., Minh H., Samaras D.* Large-scale training of shadow detectors with noisily-annotated shadow examples // Computer vision. 2016. Vol. 9910. P. 816–832.
43. *Wang Q., Yan L., Yang Q., Ma Z.* An automatic shadow detection method for VHR remote sensing orthoimage-ry // Remote Sensing. 2017. Vol. 9.P. 469. DOI: 10.3390/rs9050469.
44. *Xia H., Chen X., Guo P.* A shadow detection method for remote sensing images using affinity propagation algorithm // IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. 2009. P. 3116–3121. DOI: 10.1109/ICSMC.2009.5346147.
45. *Yamazaki F., Liu W., Takasaki M.* Characteristics of shadow and removal of its effects for remote sensing imagery // IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2009. Vol. 4. P. 2806–2809. DOI: 10.1109/IGARSS.2009.5417404.
46. *Ye Q., Xie H., Xu Q.* Removing shadows from high-resolution urban aerial images based on color constancy // ISPRS – International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information sciences. 2012. Vol. 39-B3. P. 525–530. DOI: 10.5194/isprsarchives-XXXIX-B3-525-2012.

## Оценка эффективности применения высокотемпературных проводов для воздушных линий электропередачи

**А. П. Вихарев**

кандидат технических наук, доцент кафедры электроэнергетических систем,  
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: usr00061@vyatsu.ru

**Аннотация.** Высокотемпературные неизолированные провода имеют более высокие, по сравнению со стандартными сталеалюминиевыми проводами, значения длительно допустимой температуры и пропускной способности. Применение таких проводов при реконструкции воздушных ЛЭП позволяет получить значительную экономию инвестиций. При этом часто не учитывают увеличение потерь электроэнергии в ЛЭП. В статье на примере воздушной ЛЭП показано, что не учет затрат на возмещение потерь электроэнергии может привести к выбору неоптимального варианта реконструкции. Материал статьи может быть использован при разработке проектов строительства и реконструкции воздушных ЛЭП с применением высокотемпературных проводов.

**Ключевые слова:** воздушные линии электропередачи, высокотемпературные провода, реконструкция, потери электроэнергии, дисконтированные издержки.

Одним из инновационных решений, обеспечивающих более надежную работу электрических сетей при растущем энергопотреблении, является использование новых марок неизолированных проводов для высоковольтных воздушных линий электропередачи (ЛЭП). Российскими компаниями (ООО «ЭМ-КАБЕЛЬ», ОАО «Кирскабель» и др.) и зарубежными фирмами («ЗМ» США, «Lumpri-Berndorf» Австрия, «Lamifil» Бельгия, «J-Power Systems» Япония) разработаны и производятся высокотемпературные неизолированные провода. Особенностью таких проводов является более высокое, по сравнению со стандартными сталеалюминиевыми проводами, значение длительно допустимой температуры. Если для обычных сталеалюминиевых проводов длительно допустимая температура составляет  $+70^{\circ}\text{C}$ , то для высокотемпературных проводов она может составлять от  $+150^{\circ}\text{C}$  до  $+250^{\circ}\text{C}$ . При этом сохраняется их механическая прочность. Такой эффект создается за счет добавления к алюминию небольшого количества циркония (рис. 1). Преимуществом указанных проводов является то, что при одинаковых физико-механических характеристиках, они имеют более высокую (в 1,5...3,0 раза) пропускную способность, чем стандартные сталеалюминиевые провода. Высокотемпературные провода могут применяться как при строительстве новых ЛЭП в сетях с большими сезонными нагрузками, так и при реконструкции старых ЛЭП, пропускная способность которых не обеспечивает растущий спрос потребителей.

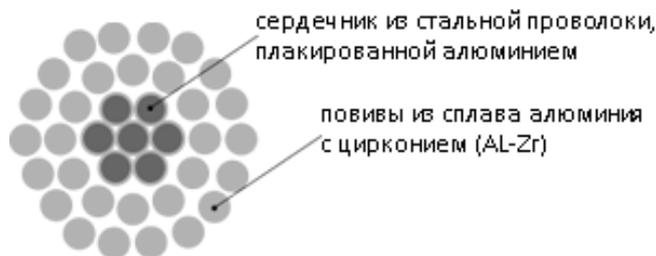


Рис. 1. Разрез высокотемпературного провода

При выборе варианта реконструкции ЛЭП с применением высокотемпературных проводов в первую очередь учитывают капиталовложения (инвестиции) в проект. За счет большой пропускной способности таких проводов появляется возможность максимально использовать существующие конструкции ЛЭП. В результате можно получить значительную экономию капиталовложений. Но при таком подходе не учитываются потери электроэнергии в ЛЭП (имеющие место в течение всего

срока ее эксплуатации) и затраты на возмещение этих потерь, что может привести к выбору неоптимального варианта реконструкции. Цель данной статьи заключается в том, чтобы показать необходимость учета затрат на возмещение потерь электроэнергии при выборе варианта реконструкции ЛЭП с использованием высокотемпературных проводов.

*Теоретическая часть.* Сравнение различных инвестиционных проектов и выбор лучшего из них производится по критерию экономической эффективности. В качестве такого критерия можно использовать минимум дисконтированных издержек на реконструкцию и эксплуатацию ЛЭП.

$$Д.И. = \sum_{t=1}^{T_p} \frac{K_t}{(1+E)^t} + \sum_{t=1}^{T_p} \frac{I_{o.p.t} + I_{nom.t}}{(1+E)^t} \rightarrow \min, \quad (1)$$

где  $K_t$  – капиталовложения на  $t$ -м шаге расчета, тыс. руб.;

$I_{o.p.t}$  – эксплуатационные издержки на текущий ремонт и обслуживание (без амортизации) на  $t$ -м шаге расчета, тыс. руб.;

$I_{nom.t}$  – издержки на возмещение потерь электроэнергии на  $t$ -м шаге расчета, тыс. руб.;

$T_p$  – расчетный период, год;

$t$  – шаг дисконтирования, год;

$E$  – норма дисконта, о. е.

Издержки на текущий ремонт и обслуживание рассчитываются в процентах от величины капиталовложений

$$I_{o.p} = a_{o.p} \cdot K, \quad (2)$$

где  $a_{o.p}$  – ежегодные отчисления на текущий ремонт и обслуживание, %.

Издержки на возмещение потерь электроэнергии определяются по формуле:

$$I_{nom} = \Delta \mathcal{E}_{nom} \cdot \mathcal{C}, \quad (3)$$

где  $\Delta \mathcal{E}_{nom}$  – величина потерь электроэнергии в ЛЭП, кВт·час;

$\mathcal{C}$  – удельная стоимость потерь электроэнергии, руб./кВт·час.

Удельная стоимость потерь электроэнергии может быть принята равной ставке тарифа по передаче электроэнергии, используемой для определения расходов на оплату потерь электроэнергии. По данным ОАО «Администратор торговой системы оптового рынка электроэнергии» среднее значение по России указанного тарифа составляет 2 руб./кВт·час. [1].

Предположим, что потребление электроэнергии в течение расчетного периода будет неизменным, а следовательно, ежегодные потери электроэнергии будут одинаковыми. Потери электроэнергии в ЛЭП при неизвестном характере нагрузки можно определить по методу времени наибольших потерь [2]:

$$\Delta \mathcal{E}_{nom} = \Delta P_{max} \cdot \tau, \quad (4)$$

где  $\Delta P_{max}$  – потери активной мощности в ЛЭП в режиме максимальных нагрузок, кВт;  $\tau$  – время наибольших потерь, час.

Время наибольших потерь при расчете потерь за год определяется по формуле:

$$\tau = \left(0,124 + \frac{T_{max}}{10000}\right)^2 \cdot 8760, \quad (5)$$

где  $T_{max}$  – средневзвешенное время использования максимальной нагрузки потребителями, питающимися по реконструируемой ЛЭП, час.

Потери активной мощности в режиме максимальных нагрузок определяются по формуле:

$$\Delta P_{max} = 3 \cdot I_l^2 \cdot r_l \cdot l_l \cdot 10^{-3}, \quad (6)$$

где  $I_l$  – электрический ток в ЛЭП в режиме максимальных нагрузок, А;

$r_l$  – погонное активное сопротивление проводов, Ом/км;

$l_l$  – длина ЛЭП, км.

Оптимальным будет являться тот вариант реконструкции ЛЭП, который будет иметь наименьшие дисконтированные издержки.

*Пример расчета.* В качестве примера рассмотрим случай, описанный в статье [3]. В ней рассматривается реконструкция воздушной ЛЭП напряжением 35 кВ, длиной 7,292 км. Реконструкция производится с целью увеличения пропускной способности ЛЭП до 500 А. В исходном варианте линия выполнена двумя марками проводов АС 70/11 и М 70 на опорах АМ и ПБ.

Рассматриваются два варианта реконструкции. Первый вариант предусматривает замену существующих проводов на провода АС 185/24, выполненных по ГОСТ 839-80. В этом случае необходимо демонтировать все существующие провода и опоры вместе с фундаментами, поскольку они не смогут выдержать увеличившиеся нагрузки от веса новых проводов и воздействий ветра и гололеда. Затем необходимо выполнить монтаж новых анкерных и промежуточных многогранных опор и монтаж проводов АС 185/24.

Второй вариант предусматривает применение высокотемпературных проводов марки АСПТ 70/11 (технические характеристики проводов приведены в табл. 1 [3]). В этом случае необходимо выполнить демонтаж существующих проводов и только анкерных опор с фундаментами. Промежуточные опоры можно оставить от существующей ЛЭП, поскольку на них будет монтироваться провод того же сечения, поэтому нагрузка не увеличится.

Таблица 1

**Технические характеристики проводов АС 185/24 и АСПТ 70/11**

Характеристика	Провод	
	АС 185/24	АСПТ 70/11
Диаметр, мм	18,9	11,4
Сечение, мм <sup>2</sup>	187/24,9	68/11
Сопротивление, Ом/км	0,154	0,4158
Разрывное усилие, кН	58,08	31,6
Масса, кг	705	258
Допустимая температура, °С	80	150
Длительно допустимый ток, А	520	596
Стоимость 1 км провода, тыс. руб.	87,3	87,5

Капиталовложения в реконструкцию ЛЭП без учета затрат на работы по рекультивации земель, очистку просеки, устройства подъездов и прочее составили: для первого варианта реконструкции (провод АС 185/24) – 26367,167 тыс. руб.; для второго варианта реконструкции (высокотемпературный провод АСПТ 70/11) – 8465,75 тыс. руб.

В заключении статьи [3] делается вывод о том, что применение высокотемпературных проводов позволило увеличить пропускную способность ЛЭП и сэкономить 17901,417 тыс. руб.

Выполним сравнение рассмотренных вариантов реконструкции по критерию дисконтированных издержек, рассчитав их по вышеприведенной методике. При выполнении расчетов приняты следующие данные:

- шаг дисконтирования – 1 год;
- расчетный период – 10 лет;
- норма дисконта – 0,1 [4];
- ежегодные отчисления на обслуживание и текущий ремонт ЛЭП – 0,8% [4];
- средневзвешенное время использования максимальной нагрузки – 4000 часов;
- электрический ток в режиме максимальных нагрузок – 500 А.

Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2

**Результаты расчетов дисконтированных издержек**

Расчетная величина	Вариант 1	Вариант 2
$\Delta P_{max}$ , кВт (ф. 6)	842,2	2288,8
$\tau$ , час (ф. 5)	2405	2405
$\Delta \mathcal{E}_{nom}$ , кВт·час (ф. 4)	2025491	5504564
$I_{nom}$ , тыс. руб./год (ф. 3)	4050,98	11009,13
$I_{o.p}$ , тыс. руб./год (ф. 2)	210,94	67,73
$K$ , тыс. руб. [3]	26367,17	8465,75
$Д.И.$ , тыс. руб. (ф. 1)	52560,93	76544,13

Результаты расчетов показывают, что при принятых значениях исходных данных, на горизонте 10 лет, с учетом затрат на возмещение потерь электроэнергии в ЛЭП, минимум дисконтированных затрат имеет первый вариант реконструкции с заменой всех опор и использованием стандартных проводов АС 185/24. Второй вариант реконструкции с сохранением существующих опор и использованием высокотемпературных проводов АСПТ 70/11 имеет дисконтированные издержки на 45% больше, чем первый вариант. При более длительном периоде эксплуатации ЛЭП эта разность будет увеличиваться за счет роста тарифа на оплату потерь электроэнергии.

**Выводы.** При выборе оптимального варианта реконструкции ЛЭП с применением высокотемпературных проводов необходимо учитывать не только капиталовложения, но и затраты на компенсацию потерь электроэнергии в ЛЭП. Увеличение пропускной способности таких проводов за счет более высокой длительно допустимой температуры приводит к значительному росту потерь электроэнергии в ЛЭП. Увеличение потерь электроэнергии может быть настолько большим, что вызовет затраты, значительно превосходящие экономию капиталовложений на реконструкцию.

### Список литературы

1. Открытое акционерное общество «Администратор торговой системы оптового рынка электроэнергии». URL: <https://www.atsenergo.ru/nreport?fid=4F53031BE759001AE0530A4900476190>
2. Идельчик В. И. Электрические системы и сети : учебник для вузов / В. И. Идельчик. М. : Энергоатомиздат, 1989. 592 с.
3. Зотов Д. Линии электропередачи. Повышение передаваемой мощности / Д. Зотов // Новости электротехники. 2015. № 2. С. 42–44.
4. Справочник по проектированию электрических сетей / под ред. Д. Л. Файбисовича. 3-е изд., перераб. и доп. М. : ЭНАС, 2009. 392 с.

## Evaluation of the effectiveness of high-temperature wires for overhead power lines

A. P. Vikharev

PhD of technical sciences, associate professor of the Department of electric power systems,  
Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: [usr00061@vyatsu.ru](mailto:usr00061@vyatsu.ru)

**Abstract.** High-temperature non-insulated wires have higher values of long-term permissible temperature and carrying capacity compared to standard steel-aluminum wires. The use of such wires in the reconstruction of overhead power lines allows to obtain significant investment savings. At the same time, they often do not take into account the increase in power losses in power lines. In the article on the example of air power lines it is shown that neglecting the costs of compensation for electricity losses can lead to the choice of suboptimal reconstruction option. The material of the article can be used in the development of projects of construction and reconstruction of overhead power lines using high-temperature wires.

**Keywords:** overhead power lines, high-temperature wires, reconstruction, power losses, discounted costs.

### References

1. Open joint stock company "Administrator of the wholesale electricity market trading system". Available at: <https://www.atsenergo.ru/nreport?fid=4F53031BE759001AE0530A4900476190>
2. *Idel'chik V. I. Elektricheskie sistemy i seti : uchebnyk dlya vuzov* [Electrical systems and networks: textbook for universities] / V. I. Idelchik. M. Energoatomizdat. 1989. 592 p.
3. *Zotov D. Linii elektropredachi. Povyshenie peredavaemoj moshchnosti* [Power lines. The increase in the transmission power] / D. Zotov // *Novosti elektrotehniki* – News of electrical engineering. 2015, No. 2, pp. 42–44.
4. *Spravochnik po proektirovaniyu elektricheskikh setej* – Reference book on the design of electrical networks / ed. D. L. Faibisovich. 3d publ., rev. and add. M. ENAS. 2009. 392 p.

## Оценка влияния состояния системы регенерации на показатели эффективности работы ТЭЦ

Н. В. Татарина<sup>1</sup>, А. А. Якимова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>кандидат технических наук, доцент кафедры теплотехники и гидравлики,

Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: usr02103@vyatsu.ru

<sup>2</sup>магистрант кафедры теплотехники и гидравлики, Вятский государственный университет.

Россия, г. Киров. E-mail: yakimova.aa@mail.ru

**Аннотация.** Энергетическая стратегия России предполагает обеспечение региональной энергетической безопасности с учетом оптимизации потребления топливно-энергетических ресурсов. Возникает необходимость поиска путей роста показателей энергетической эффективности производства при незначительных капитальных затратах преимущественно за счет наладки режимов работы, улучшения характеристик действующего оборудования, отдельных его систем. Экономичная работа ТЭЦ во многом зависит от состояния их системы регенерации, что определяет актуальность исследования. Цель работы – проведение расчетного исследования с использованием математических моделей турбоустановок, которое позволит выявить ресурсы для выработки дополнительной мощности на ТЭЦ при изменении состояния системы регенерации. Используются методы численного моделирования режимов работы ТЭЦ в условиях переменных графиков нагрузки. Представлена оценка изменения основных энергетических показателей оборудования при отключении подогревателей высокого давления и при других возможных изменениях состояния системы регенерации.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, повышение эффективности, система регенерации, теплофикационные паровые турбины, ТЭЦ.

### Введение

В существующих условиях постоянного дефицита финансовых ресурсов на ТЭЦ (в основном из-за существующих подходов к регулированию тарифов), не позволяющего обновлять производственные фонды при стремительном старении основного и вспомогательного оборудования, возникает необходимость искать пути увеличения эффективности производства при малых капитальных вложениях в основном за счет режимных мероприятий, улучшения характеристик действующего оборудования, отдельных его систем, в частности, за счет повышения эффективности работы системы регенеративного подогрева питательной воды [1, с. 333; 5, р. 86].

Эффективность работы ТЭЦ, помимо прочих факторов, во многом зависит от способа организации использования отборов пара теплофикационных турбин (не только отопительных, но и регенеративных) для нужд теплового потребления [3, с. 45; 6, р. 50]. Их влияние на основные показатели работы турбин обусловлено тем, что давление в камерах отборов может существенно изменяться (так, в камере нижнего теплофикационного отбора оно может изменяться в несколько раз, а величины отпуска теплоты из отборов и расхода пара в ЦНД изменяются от номинального до практически нулевого значения). Соответственно, КПД, мощности и другие параметры, особенно у турбин, не имеющих промперегрева и работающих на влажном паре в последних ступенях ЧСД и ЧНД, имеют существенно переменные значения, которые не в полной мере могут быть учтены в нормативных характеристиках. А отключение части регенеративных подогревателей или обвод части питательной или сетевой воды традиционными методиками учесть таким способом не представляется возможным [2, с. 7; 4, р. 3].

Целью исследования является поиск путей проведения расчетных исследований на базе математических моделей турбоустановок такого оптимального состояния системы регенеративного подогрева питательной воды, которое бы обеспечило наилучшие показатели технико-энергетических показателей теплофикационных турбоустановок при работе в переменных режимах в широком диапазоне исходных данных.

В задачи исследования входило: 1) оценить, в каких пределах могут изменяться основные технико-экономические показатели при изменении состояния системы регенерации (в частности, отключение части регенеративных подогревателей) в реальных условиях эксплуатации на примере турбин Т-50-130 Кировской ТЭЦ-4 в условиях переменных графиков тепловых и электрических нагрузок; 2) при переменных режимах работы выяснить относительные изменения этих показателей и сравнить их с точностью всего расчета.

### Методы исследования

В данной работе в качестве инструмента исследования использовались математические модели турбоустановок различных типов (объекты исследования), разработанные в ВятГУ, в основу которых положены фактические характеристики действующего оборудования, полученные в результате опытно-промышленных испытаний. Они позволяют осуществлять полный тепловой расчет практически во всем возможном диапазоне режимов работы (предмет исследования) с учетом реальной тепловой схемы, фактического состава оборудования, давать количественную оценку различных способов эксплуатации турбоустановок, а также проводить оптимизацию режимных параметров.

Программа исследований предусматривала следующее:

– анализ влияния изменения состояния системы регенерации на показатели работы турбоустановок при выработке дополнительной электроэнергии в пиковый период в условиях эксплуатации по тепловому графику;

– анализ влияния изменения состояния системы регенерации на показатели работы турбоустановок при выработке дополнительной электроэнергии в пиковый период в условиях эксплуатации по электрическому графику.

При проведении анализа переменных режимов работы систем регенерации по тепловому графику для турбины Т-50-130 был исследован ряд режимов работы. Для этого в качестве начального режима было принято: степень открытия регулирующей диафрагмы части низкого давления (РД ЧНД) равна нулю, все подогреватели высокого давления (ПВД) находятся в работе. Расходы обратной сетевой воды и свежего пара оставались постоянными. В сравниваемом режиме условия остаются теми же, но степень открытия задвижек на ПВД равна нулю (подогреватели отключены). Расчеты проводились для целой серии параметров сетевой воды, в качестве примера покажем в табл. 1 результаты расчетов для расходов сетевой воды 694 и 500 кг/с и свежего пара 72 и 53 кг/с.

Таблица 1

#### Результаты расчета изменения прироста электрической мощности и удельного расхода теплоты при работе по тепловому графику для турбины Т-50-130

Расход свежего пара $G_0$ , кг/с	Расход сетевой воды $W_{св}$ , кг/с	Температура обратной сетевой воды $\tau_2$ , °С	Прирост электрической мощности $\Delta N_э$ , МВт	Удельный расход теплоты $q_{доп}$ , МВт/МВт
72	694	40	5,14	1,16
		50	4,76	1,23
		60	4,22	1,37
		70	3,74	1,57
	500	40	3,83	1,48
		50	3,18	1,83
		60	2,75	2,27
		70	2,57	2,61
53	694	40	3,00	1,13
		50	2,88	1,17
		60	2,66	1,25
		70	2,41	1,37
	500	40	2,74	1,22
		50	2,38	1,38
		60	2,08	1,61
		70	1,84	1,92

Пиковая мощность посредством отключения ПВД может быть получена также при работе по электрическому графику с заданной тепловой нагрузкой. В этом случае возрастает расход пара в конденсатор и потери в холодном источнике из-за увеличения степени открытия РД ЧНД. Исходные данные принимаются теми же самыми, но величина открытия диафрагмы выбирается программно, исходя из заданной теплофикационной нагрузки, которая при расходе свежего пара 72 кг/с равняется 110 МВт, а при 53 кг/с – 80 МВт. Результаты расчетов показаны в табл. 2.

Таблица 2

**Результаты расчета изменения прироста электрической мощности и удельного расхода теплоты при работе по электрическому графику для турбины Т-50-130**

Расход свежего пара $G_o$ , кг/с	Расход сетевой воды $W_{св}$ , кг/с	Температура обратной сетевой воды $\tau_2$ , °С	Прирост электрической мощности $\Delta N_э$ , МВт	Удельный расход теплоты $q_{доп}$ , МВт/МВт
72	694	40	7,36	3,49
		50	7,77	3,30
		60	8,11	3,17
		70	8,08	3,18
	500,00	40	7,99	3,21
		50	8,37	3,07
		60	8,24	3,12
		70	7,94	3,25
53	694	40	3,98	3,63
		50	4,16	3,48
		60	4,32	3,35
		70	4,30	3,37
	500,00	40	4,19	3,45
		50	4,42	3,27
		60	4,42	3,28
		70	4,31	3,37

**Результаты исследований, их обсуждение**

На основании полученных данных можно отметить, что при работе по тепловому графику при закрытии задвижек на ПВД увеличивается прирост электрической мощности, потому что увеличивается расход пара, проходящий через проточную часть турбины. При постоянном расходе свежего пара с увеличением температуры обратной сетевой воды происходит уменьшение дополнительной электрической мощности, потому что давление в отборах увеличивается, как следствие, расширение пара происходит до большего давления, общий теплоперепад уменьшается, а значит, уменьшается и прирост электрической мощности. При снижении расхода свежего пара удельный расход теплоты на выработку дополнительной электроэнергии тоже уменьшается, но прирост ее тоже существенно ниже. Как видно из табл. 1, с увеличением расхода сетевой воды увеличивается прирост электрической мощности и улучшаются энергетические показатели  $q_{доп}$ , что обусловлено возрастанием теплоперепада из-за уменьшения давления в теплофикационных отборах.

При оценке экономической эффективности при работе турбины по тепловому графику было получено, что при увеличении температуры обратной сетевой воды экономическая эффективность работы снижается. Это происходит потому, что прирост электрической мощности становится меньше, а расход топлива при этом возрастает (температура питательной воды снижается при отключении подогревателей). Учитывая цены на топливо, электроэнергию и тепло в 2018 году, для пикового периода значение экономической эффективности, учитывающей экономию при получении дополнительной электрической мощности и тепловой нагрузки, получилось равным 8535 руб./ч, для полупикового периода – 8078 руб./ч, а для ночного – 4993 руб./ч. Наибольший экономический эффект применения закрытия задвижек на ПВД при получении дополнительной электрической мощности достигается в пиковые периоды работы. Учитывая, что в зимнее время ночной период может длиться около 6 часов, полупиковый – 11 и пиковый – 7 часов, экономия может составить до 160 тыс. руб. в сутки (расчет выполнен в один из дней при температуре обратной сетевой воды на ТЭЦ около 60°С).

Расчет экономической эффективности при закрытии ПВД по электрическому графику показал, что данный способ увеличения электрической мощности является экономически целесообразным не во всех случаях. Это объясняется тем, что значительно возрастают потери в холодном источнике за счет открытия РД ЧНД.

Относительные изменения энергетических показателей варьируются в достаточно широких пределах от 5,5 до 10%, что свидетельствует о том, что такие изменения не могут быть обусловлены неточностью расчета (она составляет около 1–2%), а вызваны физическими процессами, которые происходят в оборудовании при изменении состояния системы регенерации.

**Выводы**

Таким образом, полученные результаты исследования позволяют сделать вывод о том, что:

1) математические программы расчета дают возможность оценить диапазон изменения основных

технико-экономических показателей при любых изменениях в состоянии регенеративной системы подогрева воды с учетом фактической тепловой схемы и действующего оборудования в наиболее характерных режимах (в частности, при отключении ПВД при работе по тепловому графику величина удельного расхода теплоты на выработку электрической мощности согласно расчетным данным изменяется в пределах от 1,16 до 2,61 МВт/МВт, при работе по электрическому графику – от 3,12 до 3,49 МВт/МВт); 2) эти изменения нельзя отнести к погрешности вычислений, поскольку они в несколько раз превосходят расчетную погрешность, а значит, детерминированы физическими процессами, протекающими в турбоустановках при переменных режимах.

### Список литературы

1. Татаринова Н. В., Суворов Д. М., Суших В. М. Математические модели теплофикационных паротурбинных установок на основе экспериментальных характеристик турбинных ступеней и отсеков // Надежность и безопасность энергетики. 2017. № 4. С. 330–339.
2. Теплофикационные паровые турбины: повышение экономичности и надежности / Л. Л. Симою и др. СПб. : Энерготех, 2001. 208 с.
3. Шемпелев А. Г., Суворов Д. М., Гуторов В. Ф., Иглин П. В. Возможности, условия и эффективность подогрева подпиточной воды во встроенных пучках при одновременном пропуске охлаждающей воды через основные пучки конденсатора // Теплоэнергетика. 2019. № 2. С. 41–50.
4. Tatarinova N. V., Suvorov D. M., Shempelev A. G. Approaches to building computational mathematical models based on the flow and power characteristics of cogeneration steam turbine stages and compartments // International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM 2017), 16–19 May 2017. P. 1–6. URL: <https://doi.org/10.1109/icieam.2017.8076463> (date of the application 18.01.2019).
5. Tatarinova N. V., Suvorov D. M., Sushchikh V. M. Efficiency of the cogeneration steam turbine plants at the variable heat and electric load schedules // Problemele energeticii regionale. 2018. Vol. 2(37). P. 85–99. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.1343404> (date of the application 18.01.2019).
6. Shempelev A. G., Suvorov D. M., Iglin P. V. Efficiency of using built-in bundles of cogeneration steam turbine condensers for make-up water heating // Problemele energeticii regionale. 2018. Vol. 3(38). P. 36–51. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.2222335> (date of the application 18.01.2019).

## Assessment of the impact of the regeneration system on TPS performance indicators

N. V. Tatarinova<sup>1</sup>, A. A. Yakimova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PhD of technical sciences, associate professor of the Department of heat engineering and hydraulics, Vyatka State University, Russia, Kirov. E-mail: [usr02103@vyatsu.ru](mailto:usr02103@vyatsu.ru)

<sup>2</sup>master student of the Department of heat engineering and hydraulics, Vyatka State University, Russia, Kirov. E-mail: [yakimova.aa@mail.ru](mailto:yakimova.aa@mail.ru)

**Abstract.** Russia's energy strategy involves ensuring regional energy security, taking into account the optimization of fuel and energy resources consumption. There is a need to find ways to increase the energy efficiency of production at low capital costs mainly due to the adjustment of operating modes, improve the characteristics of existing equipment, its individual systems. Economical operation of TPS depends on the state of their regeneration system, which determines the relevance of the study. The purpose of the work is to conduct a computational study using mathematical models of turbine units, which will identify resources for generating additional power at the TPS plant when the state of the regeneration system changes. Methods of numerical modeling of operation modes of TPS in the conditions of variable schedules are used. The estimation of changes in the main energy parameters of the equipment when switching off high-pressure heaters and other possible changes in the state of the regeneration system is presented.

**Keywords:** mathematical modeling, efficiency improvement, regeneration system, heating steam turbines, TPS.

### References

1. Tatarinova N. V., Suvorov D. M., Sushchikh V. M. *Matematicheskie modeli teplofikatsionnykh paroturbinnyykh ustanovok na osnove eksperimental'nykh harakteristik turbinnyykh stupeney i otsekov* [Mathematical models of cogeneration steam turbines on the basis of experimental characteristics of turbine stages and compartments] // *Nadezhnost' i bezopasnost' energetiki* – Reliability and security of energy. 2017, No. 4, pp. 330–339.
2. *Teplofikatsionnye parovye turbiny: povyshenie ekonomichnosti i nadezhnosti* – Cogeneration steam turbines: improving efficiency and reliability / L. L. Simoyu et al. SPb. Energotech. 2001. 208 p.
3. *SHempelev A. G., Suvorov D. M., Gutorov V. F., Iglin P. V. Vozmozhnosti, usloviya i effektivnost' podogreva podpitochnoy vody vo vstroennykh puchkah pri odnovremennom propuske ohlazhdayushchej vody cherez osnovnyye puchki kondensatora* [Possibilities, conditions and efficiency of make-up water heating in built-in beams with simultaneous transmission of cooling water through the main condenser beams]. // *Teploenergetika* – Heat power engineering. 2019, No. 2, pp. 41–50.

4. *Tatarinova N. V., Suvorov D. M., Shempelev A. G.* Approaches to building computational mathematical models based on the flow and power characteristics of cogeneration steam turbine stages and compartments // International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM 2017), 16–19 May 2017. P. 1–6. Available at :<https://doi.org/10.1109/icieam.2017.8076463> (date of the application 18.01.2019).

5. *Tatarinova N. V., Suvorov D. M., Sushchikh V. M.* Efficiency of the operation of the cogeneration steam turbine plants at the variable heat and electric load schedules // Problemele energeticii regionale. 2018. Vol. 2(37). P. 85–99. Available at: <https://doi.org/10.5281/zenodo.1343404> (date of the application 18.01.2019).

6. *Shempelev A. G., Suvorov D. M., Iglin P. V.* Efficiency of using built-in bundles of cogeneration steam turbine condensers for make-up water heating // Problemele energeticii regionale. 2018. Vol. 3(38). P. 36–51. Available at: <https://doi.org/10.5281/zenodo.2222335>(date of the application 18.01.2019).

## О продлении срока эксплуатации высоковольтного оборудования

**А. В. Новиков<sup>1</sup>, О. А. Новоселова<sup>2</sup>, Е. Н. Хорошинина<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электрических станций, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: novikov@vyatsu.ru

<sup>2</sup>старший преподаватель кафедры электрических станций, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: novoselova@vyatsu.ru

<sup>3</sup>старший преподаватель кафедры электрических станций, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: en\_horoshinina@vyatsu.ru

**Аннотация.** В статье речь идет о продлении срока эксплуатации основного высоковольтного оборудования электрических станций и подстанций на примере Кировской и соседних областей. Обращено внимание на проблему недоступности сведений о повреждаемости за последние 20 лет и отсутствие единых подходов в оценке степени износа отдельных узлов. Приводятся примеры того, на что предлагает сосредоточить внимание энергетиков высшее руководство. Даны рекомендации по поводу того, какие первоочередные задачи следует решать в условиях недостаточного финансирования и какая роль в этом должна быть отведена вузовской науке.

**Ключевые слова:** генератор, трансформатор, изоляция, срок службы, диагностика, измерение, контроль.

Материал, изложенный в статье, вполне соответствует цели научно-практической конференции: определение возможностей решения актуальных задач энергетики Кировской области с использованием научного потенциала ВятГУ для решения практических задач. Прежде чем концентрировать внимание на реальных проблемах отрасли, справедливости ради, следует отметить, что за последние годы в энергетике Кировской области произошли существенные положительные изменения:

- демонтированы устаревшие агрегаты и введена в эксплуатацию парогазовая установка мощностью 230 МВт на Кирово-Чепецкой ТЭЦ-3;
- демонтировано три устаревших и введено в эксплуатацию два новых генератора общей мощностью 185 МВт на ТЭЦ-4;
- введены в эксплуатацию две подстанции напряжением 110 кВ «Заводская» и «Чижи».

Кировским энергетикам есть чем гордиться, ведь многим их коллегам из соседних областей и похвастаться нечем. Эти изменения очень важны и для ВятГУ. Теперь появилась возможность учить студентов, вживую демонстрируя им самое современное оборудование. В рамках акции «Энергия совместных достижений», проводимой ВятГУ совместно с компанией «Т-Плюс» и другими структурными подразделениями «Кировэнерго», на эти объекты в 2019 году были организованы десятки экскурсий для студентов разных курсов электротехнического факультета. Крепнут связи между ВятГУ и потенциальными работодателями, что не может не радовать. Но научное сотрудничество переживает не лучшие времена как по субъективным, так и объективным причинам.

Состояние энергохозяйства Кировской области во многом предопределено сроками ввода в эксплуатацию ее электростанций: ТЭЦ-1 – 1934 г.; ТЭЦ-3 – 1942 г.; ТЭЦ 4 – 1963 г.; ТЭЦ 5 – 1981 г.

Самой современной Кировской ТЭЦ-5 скоро исполнится 30 лет. Не лучшие возрастные характеристики у сетевого хозяйства. Далеко не все производители оборудования устанавливают ресурс, по истечении которого оно должно быть выведено из работы. Для силовых трансформаторов устанавливается гарантированный срок эксплуатации 25 лет [2, с. 14]. На практике решение о выводе из эксплуатации принимается не на основании превышения указанного срока, а на основании реального состояния оборудования. Единых подходов по его оценке нет, и каждый руководитель трактует его по-своему. Поэтому значительная часть силовых трансформаторов эксплуатируется с превышением расчетного ресурса [4, с. 27].

Исходя из годовых отчетов сетевых предприятий Кировской области и республики Марий Эл, большинство (56%) силовых трансформаторов напряжением 110 и 220 кВ работают с превышени-

ем гарантированного срока эксплуатации и многие – без капитального ремонта. Но сам факт превышения срока службы не является основанием для немедленной замены трансформатора. На практике принятие такого решения основывается на критериях предельного состояния [1, с. 24]. Многие сетевые предприятия перешли от нормативного календарного планирования ремонтов к проведению их по необходимости, в зависимости от реального технического состояния [7, с. 91]. Правильность такого подхода подтверждает опыт длительной эксплуатации трансформаторов свыше гарантированного срока и за рубежом [4, с. 28]. Окончательная оценка технического состояния осуществляется по комплексу контролируемых показателей. Казалось бы, нет причин бить тревогу. Но в настоящее время на территории области нет ни одного трансформатора напряжением 110 и 220 кВ, работающего «под контролем».

Эксплуатационный персонал, объясняя сложившуюся ситуацию, ссылается на то, что трансформаторы работают с существенной недогрузкой, при которой процессы старения изоляции замедляются. Это справедливо для трансформаторов систем электроснабжения, на электростанциях трансформаторы всегда работают с предельной нагрузкой.

На одном из сетевых предприятий республики Марий Эл средняя загрузка трансформаторов в летний период составляет 27%. При этом снижается нагрев и создается запас прочности изоляции. Но на изоляцию воздействует не только нагрузка (ток), но и высокое напряжение, воздействие которого нельзя не учитывать. Состояние устройства регулирования напряжения под нагрузкой (РПН) зависит от частоты переключений, состояние вводов – от внешних воздействий. Анализируя аварии последних десяти лет, можно сделать вывод о том, что повреждения наиболее подвержены высоковольтные вводы, устройства РПН, а также электродвигатели обдува трансформаторов, то есть узлы, состояние которых в большей степени зависит от внешних воздействий, а не от нагрузки.

Для продления срока эксплуатации «возрастного» трансформатора необходимо определить узлы, имеющие наибольшую вероятность отказов в работе. В СССР вопросы, связанные с детальным анализом повреждаемости силовых трансформаторов, были в ведении ВНИИЭ, ОРГРЭС и других ведомственных организаций. В настоящее время такую информацию найти чрезвычайно трудно [3, с. 28]. Хотя такая информация была бы очень полезна для многих руководителей.

Сложившуюся ситуацию можно охарактеризовать следующим образом. Основой российской энергетики до сих пор является оборудование, произведенное в СССР более 30 лет назад, устаревшее физически и морально. Естественным решением проблемы могла бы стать его постепенная плановая замена. Но для этого нужны значительные финансовые вливания в отрасль. Такой возможности пока нет.

На каждом этапе развития энергетики определялись приоритетные задачи и под их реализацию выделялись немалые средства, которые не всегда давали желаемый результат. Ситуация усугубляется еще и тем, что в угоду модным тенденциям руководителей предприятий вынуждают отвлекать и так весьма скудные ресурсы от решения реальных проблем. В результате оказались замороженными важные инвестиционные проекты, прекращено финансирование ряда научных разработок.

Советское оборудование оказалось на удивление прочным и надежным, но и оно не вечно. Для продления безаварийного срока эксплуатации необходимо произвести замену узлов, наиболее подверженных износу. Все это понимают, но при отсутствии финансирования не сидеть же сложа руки? Поэтому оперативному персоналу предлагается сконцентрировать свое внимание на вопросах, связанных с «бережливым производством». Это дело нужное, но основной проблемы не решает.

В 2018 году руководством отрасли было прекращено финансирование ряда направлений НИР, заморожены многие инвестиционные проекты. Рекомендовано сосредоточить все финансовые ресурсы на «цифровой энергетике». Тоже важное направление, и надо подумать, каким образом мы в нем можем участвовать. Но проблема состоит в том, что ряд предложенных производственными организациями и прошедших многие этапы согласования НИР попал «под сукно».

Нарушен сложившийся в последние годы принцип отбора, смысл которого состоял в следующем. Сначала список неотложных для решения задач (потенциальных НИР) предлагается специалистами предприятий (главными инженерами, руководителями служб, начальниками цехов). Обычно их предложения носят сугубо практический характер. Но, кроме решения практических задач, вузы должны продвигать науку вперед. На старом багаже далеко не уедешь. Кроме того, при выборе тем НИР нельзя опускаться до уровня ремесленников. Критерии выбора давно известны: актуальность, новизна, применение современного математического аппарата и другие. Кроме того, заказчик обязательно потребует регистрации программных продуктов, создания опытных образцов, их сертификацию и т. д. При выборе темы НИР необходимо «примерить» ее к будущим ВКР магистров, оценить ее с точки зрения «диссертабельности». С учетом этих соображений кафедра предлагает свой перечень вопросов производственным организациям. Дальнейшая процедура такова. Путем

тайного голосования комиссия, состоящая из представителей производства и науки, выбирает 10–15 тем будущих НИР. Официальные заявки оформляются с помощью специалистов из соответственных служб университета и «Кировэнерго» и направляются, пройдя промежуточные согласования, в Москву.

Отбор тем осуществляется на техсовете «Россетей» в присутствии представителей филиалов МРСК. Затем утверждаются суммы средств, выделяемых на каждую разработку, и объявляется конкурс. Ответ зачастую приходится ждать долго. Он не всегда бывает положительным. Причина отказа может быть такой: конкурс выиграл другой вуз. За последние 10 лет кафедре электрических станций удалось получить только два положительных решения, хотя заявок было подготовлено значительно больше. В 2015–2019 годах требования к конкурсантам ужесточились, стало понятно, что таким образом выиграть конкурс у ВятГУ шансы не велики, а нашими идеями с удовольствием воспользуются другие.

В настоящее время поданные заявки заморожены, а средства, выделенные под научные разработки в 2019 году, будут направлены только на развитие «цифровой энергетики». Четкого разъяснения, какие мероприятия можно отнести к этому направлению, пока не существует. Но, возвращаясь к теме продления срока эксплуатации, следует заметить, что в современных устройствах неразрушающей диагностики высоковольтного оборудования используются преобразователи аналогового сигнала в цифровой. Увязав тему диагностики с цифровой энергетикой, вполне можно рассчитывать на ее финансирование, как одной из приоритетных.

Обсуждая тему научного взаимодействия с вузом, многие руководители сожалеют о том, что у них нет возможности финансировать научные исследования. Приобрести готовый прибор или устройство для них намного проще. Поэтому одной из реально осуществимых может быть следующая цепочка:

1. За счет внутреннего гранта создается научный задел, который реализуется в виде математической модели или лабораторной установки.

2. С помощью специалистов Инжинирингового центра созданный опытно-промышленный образец сертифицируется и предлагается заинтересованным в массовом производстве предприятиям.

### Список литературы

1. Баширов М. Г., Хисматуллин А. С., Галлямов Р. У. Интегральный критерий оценки технического состояния силовых масляных трансформаторов // Энергетик. 2016. № 7. С. 24–26.
2. ГОСТ-11677-85. Трансформаторы силовые. Общие технические условия. Введ. 1986-07-01. М. : ИПК Издательство стандартов, 2002. 38 с.
3. Львов М. Ю. Анализ повреждаемости силовых трансформаторов напряжением 110 кВ и выше // Электричество. 2010. № 2. С. 27–31.
4. Львов М. Ю., Львова М. М. К вопросу о длительной эксплуатации силовых трансформаторов и автотрансформаторов напряжением 110 кВ и выше // Энергетик. 2014. № 5. С. 27–30.
5. Объем и нормы испытаний электрооборудования / под общ. ред. Б. А. Алексеева, Ф. Л. Когана, Л. Г. Мамиконянца. 6-е изд., с изм. и доп. М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2004. 256 с.
6. Правила технической эксплуатации электрических станций и сетей РФ. М. : СПО ОРГРЭС, 2003. 256 с.
7. Способы диагностики РПН трансформаторов // Электротехнический рынок. 2013. № 3(51). С. 91–93.

## About prolongation of service life of the high-voltage equipment

A. V. Novikov<sup>1</sup>, O. A. Novoselova<sup>2</sup>, E. N. Horoshinina<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD of technical sciences, associate professor, head of the Department of power plants, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: novikov@vyatsu.ru

<sup>2</sup>senior lecturer of the Department of electric stations, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: novoselova@vyatsu.ru

<sup>3</sup>senior lecturer of the Department of electric stations, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: en\_horoshinina@vyatsu.ru

**Abstract.** The article deals with the extension of the life of the main high-voltage equipment of power plants and substations on the example of Kirov and neighboring regions. Attention is drawn to the problem of inaccessibility of data on damage over the past 20 years and the lack of common approaches in assessing the degree of wear of individual components. Examples of what the top management proposes to focus the attention of power engineers are given. Recommendations about what priorities should be solved in the conditions of insufficient financing and what role in it should be assigned to high school science are given.

**Keywords:** generator, transformer, insulation, service life, diagnostics, measurement, control.

### References

1. Bashirov M. G., Hismatullin A. S., Gallyamov R. U. *Integral'nyj kriterij otsenki tehnikeskogo sostoyaniya silovyh maslyanyh transformatorov* [Integral criterion of estimation of technical condition of power oil transformers]. *Energetik – Energetik*. 2016, No. 7, pp. 24–26.
2. GOST-11677-85. Power transformers. General specifications. Intr. 1986-07-01. M. Publishing and printing complex Publishing house of standards. 2002. 38 p. (in Russ.)
3. L'vov M. YU. *Analiz povrezhdaemosti silovyh transformatorov napryazheniem 110 kV i vyshe* [Analysis of damage of power transformers with voltage of 110 kV and above] // *Elektrichestvo – Electricity*. 2010, No. 2, pp. 27–31.
4. L'vov M. YU., L'vova M. M. *K voprosu o dlitel'noj ekspluatatsii silovyh transformatorov i avtotransformatorov napryazheniem 110 kV i vyshe* [On the issue of long-term operation of power transformers and autotransformers with voltage of 110 kV and above] // *Energetik – Energetik*. 2014, No. 5, pp. 27–30.
5. *Ob'em i normy ispytanij elektrooborudovaniya* – The scope and norms of electrical equipment testing / under the general editorship of B. A. Alekseeva B. A., F. L. Kogan, L. G. Mamikonyants. 6th publ., with rev. and add. M. Publishing house of the SC ENAS. 2004. 256 p.
6. *Pravila tehnikeskoy ekspluatatsii elektricheskikh stantsij i setej RF* – Rules of technical operation of power plants and networks of the Russian Federation. M. SPO ORGRES. 2003. 256 p.
7. *Sposoby diagnostiki RPN transformatorov* – Methods of diagnosis transformers regulation under voltage // *Elektrotehnicheskij rynek – Electrical market*. 2013, № 3 (51), pp. 91–93.

## Конструкторско-технологическое оснащение промышленных роботов в виде вакуумных захватных устройств с регулируемыми характеристиками

Ю. Л. Апатов<sup>1</sup>, В. Л. Лысков<sup>2</sup>, К. Ю. Апатов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: apatov.yu@yandex.ru

<sup>2</sup>магистрант кафедры технологии машиностроения, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: VX-2.0@mail.ru

<sup>3</sup>кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной графики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: usr03913@vyatsu.ru

**Аннотация.** Материалы статьи актуальны исходя из особенностей серийного переналаживаемого производства, когда требуется создавать переналаживаемые средства технологического оснащения промышленных роботов (ПР) для захвата деталей-объектов, к которым можно отнести вакуумные захватные устройства.

Цель статьи – показать возможные подходы к проектированию таких устройств на примере операций сборки, комплектации, загрузки-выгрузки и т. п., которые бы позволяли учесть геометрические и динамические параметры захватываемых роботом деталей и обладали при этом способностью к регулированию основной технической характеристики, а именно – величины удерживающей деталь силы.

После подробного анализа динамических факторов процесса захвата и транспортирования детали (результаты изложены в параллельной статье тех же авторов) было выявлено особое влияние на указанные процессы такого конструктивного параметра, как диаметр вакуумной камеры. Именно он стал регулируемым параметром в конструкции предложенных устройств, изменяющимся в строгом соответствии с размерами, формой, структурой и массой самой детали.

Результаты полезны разработчикам новой техники в виде специальных захватных устройств ПР. Опытные разработки были признаны изобретениями, например [1; 2], а также близкие им по направлению (см. список литературы).

**Ключевые слова:** вакуумное захватное устройство, промышленный робот, регулирование конструктивных параметров, сила удержания детали.

### Введение

Рассматриваемые устройства предназначены для захвата деталей ПР, имеющих хотя бы одну гладкую плоскую, цилиндрическую или сферическую поверхность, выполненных из различных материалов (металла, стекла, пластмассы, дерева и др.). Удержание детали обеспечивается за счет разности атмосферного давления, действующего на нее снизу, и давления разрежения внутри эластичной вакуумной камеры, создаваемого насосом или механизмом эжекции. Поэтому ограничением использования таких устройств является лишь нарушение целостности поверхностей, служащих для захвата (наличие отверстий, пазов и т. п.), а также излишне большая масса деталей.

Вакуумные захватные устройства в полной мере подходят для работы с деталями и продукцией деревообработки: во-первых, они не наносят повреждения поверхности достаточно мягких материалов, во-вторых, дерево обладает меньшей, в сравнении с металлами, плотностью, а это хорошо вписывается в расчет удерживающей характеристики. В-третьих, многие из деталей машиностроительного производства имеют развитые опорные поверхности под расположение на них вакуумных камер (в том числе одновременно нескольких).

### Цель исследования

Целью статьи послужила попытка анализа основных конструктивных параметров, обеспечивающих необходимую силу удержания детали, захватываемой и переносимой промышленным роботом с помощью особого вида средств технологического оснащения, а именно вакуумных захватных устройств с рассмотрением сил, действующих при этом.

### Задачи исследования

1. На основании теоретического анализа динамических факторов процесса захвата и удержания детали (см. также параллельную статью тех же авторов) дать примеры конструктивного исполнения таких устройств с регулированием параметра – диаметра вакуумной камеры.

2. Получить рекомендации для проектировщиков этого особого вида технологической оснастки промышленных роботов по применению и наладке предлагаемых устройств в соответствии с характером захватываемой детали.

### Ведущий подход

Теоретический анализ и учет указанных динамических параметров и режимов работы промышленного робота, оснащенного вакуумным захватным устройством.

### Результаты исследования и их обсуждение

Далее рассмотрим параметры захватного вакуумного устройства, необходимые для его проектирования, а также силы, определяющие работу таких устройств.

В нашем случае объектом захвата и манипулирования служит плоская деталь с развитой опорной поверхностью, для обеспечения надежного захвата которой необходимо обеспечить достаточный уровень удерживающей силы ( $F_{уд}$ ) с учетом фактической массы детали.

Площадь вакуумной камеры устройства можно определить как:

$$S_0 = \frac{F_{уд}}{K_n \cdot (P_{атм} - P_{вак}) \cdot n}, \quad (1)$$

где  $F_{уд}$  – удерживающая сила, развиваемая захватным устройством, Н;

$K_n$  – коэффициент запаса надежности работы, назначаемый 1,5–2,0;

$(P_{атм} - P_{вак})$  – разрежение воздуха, достигаемое при создании вакуума внутри камеры, для чего используются либо вакуумные насосы, либо механизмы эжекции. Обычно оно в технических целях составляет 0,4...0,5 кгс/см<sup>2</sup>;

$n$  – число вакуумных камер в захватном устройстве (по необходимости). Примем  $n = 1$ , хотя это количество зависит от характеристик и формы детали.

Учитываем, что площадь круга определяется по общеизвестной формуле

$$S_0 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}, \quad (2)$$

где  $d$  – диаметр рабочего среза вакуумной камеры (ее важнейший параметр).

Вначале рассмотрим процесс захвата роботом детали в статике без учета динамических параметров (скоростей и ускорений), которые проявляют себя уже во время движения (перемещений) детали. Примем пока  $K_n = 1$ . Используя выражения (1 и 2), представим полезную удерживающую

деталь силу  $F_{уд}$ .

Сделаем это с учетом основного конструктивного параметра вакуумной камеры – диаметра ее рабочего среза ( $d$ ), который можно целенаправленно менять и регулировать в зависимости от размеров и массы детали, а также от наличия на ней удобных поверхностей для размещения вакуумной камеры (см. материалы следующей статьи этих же авторов).

При этом примем к расчету известные, наиболее практически значимые величины, чаще всего применяемые для деталей средних габаритов:  $d = 50$  мм;

$$F_{уд} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot K_n \cdot (P_{атм} - P_{вак}) \cdot n}{4} \quad (3)$$

Тогда максимально допустимая масса детали, с учетом коэффициента запаса надежности, определится как

$$m = \frac{F_{y\partial}}{K_n} . \quad (4)$$

Здесь мы видим, что удерживающая сила и масса детали связаны между собой через значение диаметра вакуумной камеры. Этот параметр является наиболее значимым среди прочих величин. Аналогичный вывод о большой степени влияния этого параметра был сделан в предыдущей статье авторов, поэтому объяснимо повышенное внимание разработчиков именно к этой характеристике захватного устройства. Тем более что нами было предложено направление изменения (целенаправленного регулирования) этого показателя.

Ниже (на рис. 1) приведен пример конструктивного исполнения вакуумного захватного устройства, выполненного с учетом полученных ранее результатов анализа динамических параметров процесса захвата роботом детали с определением ее максимально допустимой массы [1, 2].

Рисунок представляет собой разрез общего вида вакуумного захватного устройства для промышленного робота. Оно содержит корпус 1, закрепленный на руке 2 промышленного робота. В корпусе с помощью гильзы 3 установлена центральная резьбосодержащая втулка 4, имеющая противоположно направленные наружную и внутреннюю резьбы. Она удерживается от осевого смещения крышкой 5 и винтами 6. Кроме того, втулка снабжена фланцем с зубьями, взаимодействующими с ведущей шестерней 7 привода вращения в виде микроэлектродвигателя 8 с валом, входящим в отверстие 9 корпуса устройства.

Внутри упомянутой втулки, вдоль ее оси установлен посредством резьбы полый шток 10 с выполненным в нем каналом 11. Упомянутый шток с помощью штуцера 12 соединен с воздухопроводом 13, связывающим захватное устройство с источником вакуума, и несет шайбу 14. В нижней части полого штока через прокладку 15 и полый винт 16 закреплена своей центральной частью эластичная вакуумная камера (присоска) 17. Она выполнена в виде тела вращения W-образного сечения из материала с упруго-пластичными свойствами (например, из полиуретана), позволяющего менять размеры полости 18 с изменением диаметра рабочего торца 19 и, соответственно, внутренней полости 20.

Материал камеры может быть выбран и другим, но важно, чтобы он сохранял свои упругие качества в сочетании со способностью изменять свою форму и размеры при достаточно большом количестве циклов нагружения.

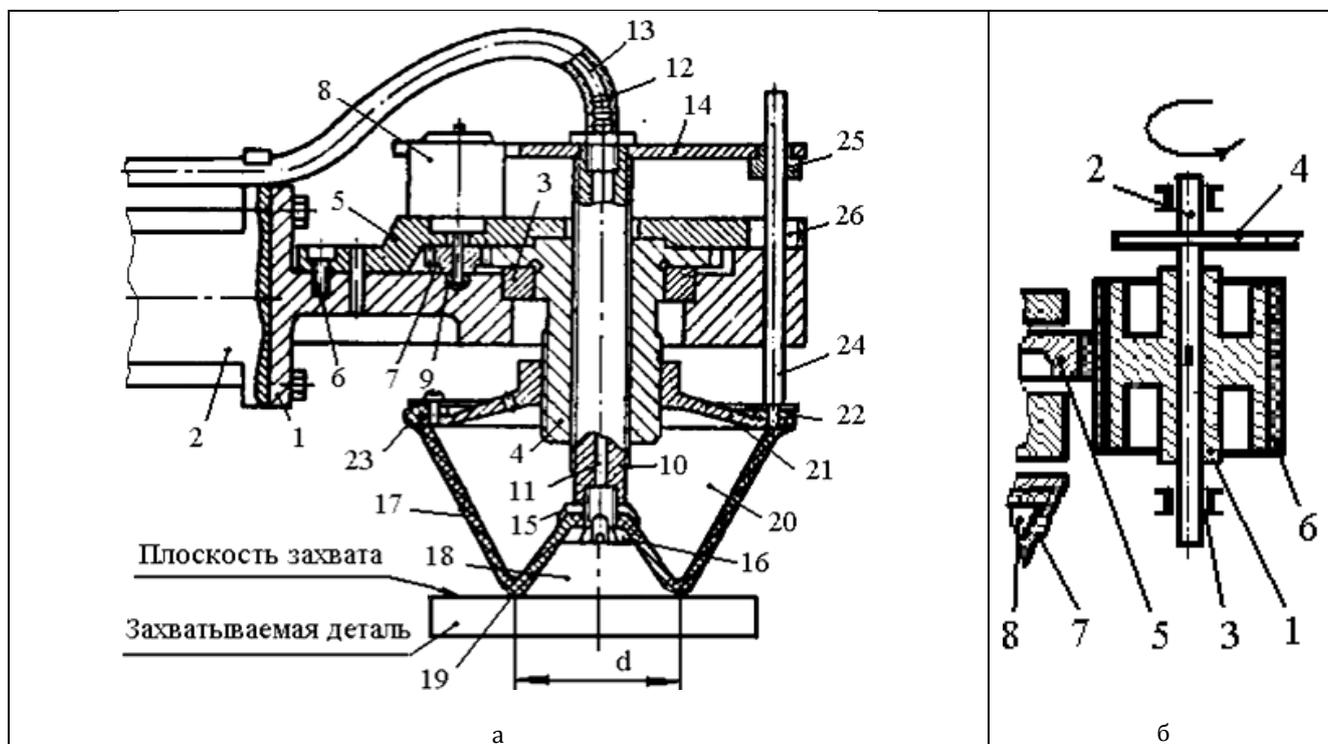


Рис. 1. Захватное устройство вакуумного типа для промышленного робота с регулируемым диаметром вакуумной камеры: а – вертикальный разрез общего вида устройства; б – фрагмент исполнения с вынесенным приводом

Периферийная часть присоски прочно закреплена на содержащем резьбу фланце 21 посредством кольца 22 и винтов 23. Стержень 24 закреплен на фланце и размещен с возможностью осевого перемещения в направляющей втулке 25, а также в сквозном отверстии корпуса 26.

Нами разработан второй вариант конструктивного исполнения предлагаемого захватного устройства, фрагмент которого приведен на рис. 16.

В нем предусмотрен приводной ролик 1, закрепленный на валу 2, помещенном в опоры 3, и приводимый во вращение автономным приводом, например, посредством зубчатой или клиноремненной передачи 4 (см. рис. 16).

Его отличие заключается в том, что центральная резьбосодержащая втулка изготовлена с фланцем 5, на радиальную поверхность которого нанесено кольцо, выполненное из фрикционного материала, взаимодействующее с аналогичным кольцом 6, размещенным на приводном ролике. На этом же рисунке показана часть вакуумной камеры 7 (см. также аналог – поз. 17 рис. 1а) и ее внутренняя часть 8 (аналог – поз. 20 на рис. 1а). По мере необходимости ПР подводит захватное устройство до касания с вращающимся роликом, который за счет силы трения поворачивает центральную втулку, а она посредством внутренней резьбы перемещает вверх или вниз (в зависимости от направления вращения ролика) находящийся внутри нее шток. Это приводит к изменению диаметра рабочей части вакуумной камеры, что в свою очередь меняет ее характеристики в смысле силы удержания захватываемой детали. Привод ролика работает в соответствии с управляющей программой промышленного робота.

Данный вариант исполнения позволяет существенно снизить массу захватного устройства, которая, как известно, входит в такую важнейшую характеристику ПР, как его грузоподъемность. Кроме того, из состава устройства исключается электродвигатель, что упрощает конструкцию и процесс управления захватным устройством.

Особенности работы данного устройства понятны из приведенного эскиза. Следует только отметить, что включение по программе электродвигателя 8 приводит во вращение втулку 4, что сопровождается осевым перемещением полого штока 10 относительно корпуса 1. При этом вакуумная камера 17 деформируется, что, в зависимости от направления вращения, позволяет произвести целенаправленное изменение диаметра рабочего торца 19 в большую или меньшую сторону, в соответствии с параметрами захватываемой роботом детали. Вакуумная камера подводится роботом до касания с поверхностью захватываемой детали и, после подключения источника вакуума, происходит ее захват. Далее она переносится по программе в точку рабочей зоны ПР с требуемыми координатами, а в этой точке отключается источник вакуума, и деталь освобождается от действия удерживающей силы.

Электродвигатель включается при необходимости переналадки устройства по управляющей программе робота на короткое время и работает в функции времени в зависимости от диапазона изменения размера вакуумной камеры, который зависит от конфигурации и размеров детали, подлежащей захвату и транспортировке в конкретных условиях выполнения технологического процесса. Время его работы определяется упруго-пластичными свойствами материала камеры и может быть определено практическим путем.

Быстродействие предлагаемого устройства зависит от шага резьбы на вертикальном полом штоке и от числа оборотов приводного электродвигателя.

Диапазон регулирования диаметра отверстия на торце камеры находится в пределах до 4, как в предложенном нами варианте устройства, а в случае необходимости может достигать и больших значений.

Уместна наладка устройства с несколькими рабочими камерами, располагающимися в различных местах захватываемой детали, что позволяет значительно увеличить суммарную удерживающую силу применительно к более массивным и сложнопрофильным деталям.

### **Выводы**

1. Таким образом, можно заключить, что проделанный выше анализ сил, действующих на захватываемую деталь со стороны вакуумной камеры с учетом влияния основных конструктивных параметров и, прежде всего, диаметра ее рабочего среза, который непосредственно влияет на эксплуатационную характеристику роботизированной оснастки в виде удерживающей силы, позволил прийти к выводу о необходимости целенаправленного воздействия именно на него. При этом допустимое значение массы захватываемой детали изменяется в широких пределах, делая ограничение регулировки уже саму грузоподъемность промышленного робота.

2. На этой основе были предложены два варианта конструкций вакуумных захватных устройств, предназначенных для промышленных роботов, манипулирующих деталями переменной формы, конфигурацией и размерами. Применение известных захватных устройств по отношению к

ним зачастую проблематично либо совсем невозможно. Речь может идти о механических, электромагнитных, струйных и иных разновидностях таких устройств.

Предложенные устройства выгодно отличаются от других известных захватных механизмов, например, механического типа, имеют возможность базирования и закрепления деталей по плоским поверхностям, обладают меньшей массой, не допускают повреждения деталей. Возможен захват по цилиндрическим и сферическим поверхностям детали.

При рассмотрении технологических возможностей описываемых устройств нельзя не упомянуть о деревообрабатывающем производстве, изделия которого зачастую характеризуются относительно малым весом, простой формой и наличием развитых плоских опорных поверхностей.

Полученные нами данные, частично представленные в этой статье, могут быть полезными, в первую очередь, конструкторам предприятий, занимающимся проектированием средств технологического оснащения роботов.

Особую значимость результатов работы можно отметить в отношении серийного многономенклатурного машиностроительного производства с его постоянно меняющимися параметрами обрабатываемых и собираемых деталей.

### Список литературы

1. Апатов Ю. Л., Носков А. Г. Вакуумный захват. Авторское свидетельство СССР №1572809 МКИ В25J15/06, 1990 г.
2. Апатов Ю. Л., Носков А. Г. Вакуумный захват. Авторское свидетельство СССР №1696302 МКИ В25J15/06, 1991 г.

## Design and technological equipment of industrial robots in the form of vacuum grippers with adjustable characteristics

Y. L. Apatov<sup>1</sup>, V. L. Lyskov<sup>2</sup>, K. Y. Apatov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD of technical sciences, associate professor of the Department of engineering technology, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: apatov.yu@yandex.ru

<sup>2</sup>master student of the Department of engineering technology, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: VX-2.0@mail.ru

<sup>3</sup>PhD of technical sciences, associate professor of the Department of engineering graphics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: usr03913@vyatsu.ru

**Abstract.** The materials of the article are relevant based on the features of serial changeable production, when it is required to create changeable means of technological equipment of industrial robots (IR) to capture parts-objects, which include vacuum gripper devices.

The purpose of the article is to show possible approaches to the design of such devices on the example of assembly operations, configuration, loading-unloading, etc., which would allow to take into account the geometric and dynamic parameters of the parts captured by the robot and had the ability to regulate the main technical characteristics, namely – the magnitude of the holding force of the part.

After a detailed analysis of the dynamic factors of the process of capture and transportation of the part (the results are presented in a parallel article by the same authors), a special effect on these processes of such a design parameter as the diameter of the vacuum chamber was revealed. It became an adjustable parameter in the design of the proposed devices, changing in strict accordance with the size, shape, structure and weight of the part.

The results are useful to developers of new equipment in the form of special gripping devices of IR. Experimental developments were recognized as inventions, for example [1; 2], as well as ones close to them in the direction (see references).

**Keywords:** vacuum gripper, industrial robot, regulation of design parameters, the holding force of the part.

### References

1. Apatov YU. L., Noskov A. G. *Vakuumnyj zahvat. Avtorskoe svidetel'stvo SSSR №1572809 MКИ В25J15/06, 1990.* [Vacuum grip. Copyright certificate of the USSR №1572809 МКИ В25J15/06, 1990]
2. Apatov YU. L., Noskov A. G. *Vakuumnyj zahvat. Avtorskoe svidetel'stvo SSSR №1696302 MКИ В25J15/06, 1991.* [Vacuum grip. Copyright certificate of the USSR №1696302 МКИ В25J15/06, 1991]

## Условия применения метода моментов при оптимизации процесса кристаллизации металла сварного шва

**В. В. Мелюков<sup>1</sup>, А. Е. Максимов<sup>2</sup>, С. П. Грачев<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>доктор технических наук, профессор, Вятский аттестационный центр.

Россия, г. Киров. E-mail: rus\_melyukov@mail.ru

<sup>2</sup>аспирант кафедры технологии машиностроения, Вятский государственный университет.

Россия, г. Киров. E-mail: 2m3j.p.m@gmail.com

<sup>3</sup>кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий в машиностроении, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров.

E-mail: grachev@vyatsu.ru

**Аннотация.** Одним из критериев качества сварного соединения является технологическая прочность металла шва и зоны термического влияния. Разрушение металла в сварном шве и зоне термического влияния связано с образованием горячих и холодных трещин. Наибольшую опасность представляют кристаллизационные трещины, которые образуются при затвердевании металла сварочной ванны и формировании первичной структуры металла шва.

Для устранения перегрева и уменьшения вероятности возникновения кристаллизационных трещин непосредственно в металле шва в процессе кристаллизации необходимо поставить и решить задачу оптимального управления тепловым процессом кристаллизации металла сварного шва.

В данной работе исследуются условия применения метода моментов при оптимизации процесса кристаллизации металла сварного шва для устранения перегрева и уменьшения вероятности образования кристаллизационных трещин непосредственно в металле шва в процессе кристаллизации.

**Цель:** исследование условий применения метода моментов для оптимального управления процессом кристаллизации металла сварного шва.

**Задача:** рассмотреть алгоритм применения метода моментов при оптимизации процесса кристаллизации.

**Ключевые слова:** методы оптимального управления, метод моментов, кристаллизация металла, пространство управлений, распределение температуры.

Постановка и решение задачи оптимального управления процессом кристаллизации металла сварного шва с применением принципа максимума рассмотрена в статье, опубликованной в журнале «Сварка и диагностика» [1]. Одним из условий применения принципа максимума является равенство нулю невязки интегрального уравнения, описывающего распределение температуры в сварном соединении в процессе кристаллизации металла сварного шва. В данной работе рассмотрим условия применения метода моментов для управления процессом кристаллизации и особенности процедуры оптимизации при помощи метода моментов.

Одним из основных условий применения метода моментов при оптимизации является тождественное равенство нулю невязки интегрального уравнения распределения температуры в процессе сварки [2; 3], то есть заданное распределение температуры  $T'$  (левая часть уравнения (1)) в любой момент должно полностью совпадать с истинным распределением температуры  $T$ , определяемым правой частью интегрального уравнения. В случае одномерного теплового процесса при нулевых начальных и граничных условиях уравнение распределения температуры имеет вид [4; 5; 6]:

$$T'(x) = \int_0^{t'} \int_0^l K(x, \xi, t', \tau) q(\xi, \tau) d\xi d\tau \quad (1)$$

где  $T'(x)$  – функция заданного распределения температуры, определяющая ширину хвостовой части сварочной ванны в различных сечениях хвостовой части сварочной ванны, где происходит процесс кристаллизации,  $K(x, \xi, t', \tau)$  – известная функция, которая выводится при решении уравнения теплопроводности и может быть функцией влияния, импульсной переходной функцией или функцией Грина [4]. Аргументы функции  $K$  изменяются в пределах:  $0 \leq x \leq l$ ,  $0 \leq \xi \leq l$ ,  $0 \leq \tau \leq t \leq t'$ , где  $t'$  – время, в течение которого действует управление  $q(x, t)$ .

Равенство (1) выражает континуальный аналог проблемы моментов, то есть равенство (1) определяет совокупность моментов в виде бесконечной системы равенств. Действительно, если разложить функцию заданной температуры  $T'(x)$  и функцию  $K(x, \xi, t', \tau)$  в ряд по системе независимых функций, например, тригонометрических  $\sin \mu_n x$ , то равенство (1) принимает вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty} T'_n \sin \mu_n x = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{t'} \int_0^l \psi_n(\xi, t', \tau) q(\xi, \tau) d\xi d\tau \sin \mu_n x \quad (2)$$

где  $\psi_n(\xi, t', \tau) = e^{-a\mu_n^2(t'-\tau)} \sin \mu_n \xi, \mu_n = \frac{\pi n}{l}, \xi \in [0; x], \tau \in [0; t']$

Сравнивая почленно коэффициенты при  $\sin \mu_n x$  в левой и правой частях равенства, получаем бесконечную систему равенств, выполнение которых необходимо и достаточно для справедливости уравнения (1):

$$T'_n = \int_0^{t'} \int_0^l \psi_n(\xi, t', \tau) q(\xi, \tau) d\xi d\tau, n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Интегралы в правой части равенств (3) называются *моментами функции*  $q(x, t)$  относительно последовательности функций  $\{\sin \mu_n x\}$ . Задача определения  $q(x, t)$ , которое удовлетворяет равенствам (3), называется *проблемой моментов*. Для решения проблемы моментов необходимо решить бесконечную систему уравнений (3) относительно  $q(x, t)$  и получить ответ об управляемости рассматриваемого теплового процесса (1) при заданном распределении температуры  $T'(x)$ : если уравнения (3) имеют решение, то рассматриваемый тепловой процесс управляемый, в противном случае процесс является неуправляемым.

В случае управляемого процесса в результате решения определяется также время  $t'$ , которое будет минимальным временем действия источника  $q(x, t)$  при нагреве до температуры  $T'(x)$ .

Следует также заметить, что преобразование равенства (1) в счетную систему равенств (3) может сразу выявить неразрешимость проблемы моментов относительно  $q(x, t)$  и  $t'$ . Например, если при каком-либо  $m$  значение  $T'_m \neq 0$ , а функция  $\psi_m(\xi, t', \tau) \equiv 0$ , то очевидно, что никаким управлением  $q(x, t)$  нельзя удовлетворить уравнению (3) под номером  $m$  и, соответственно, достичь заданного распределения температуры. Проблема моментов в этом случае неразрешима, а система неуправляема.

Решить бесконечно-мерную систему уравнений (3) в замкнутом виде (при  $n \rightarrow \infty$ ) практически невозможно, поэтому решение задачи сводят к решению конечно-мерной проблемы моментов (при  $n = p$ ), то есть решают систему конечного числа  $p$  уравнений (3). Тогда согласно методу моментов оптимальное управление определяется выражением:

$$q(x, t) = c \cdot \text{sign} \sum_{n=1}^p \xi_n \psi_n(x, t', t) \quad (4)$$

где система чисел  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p$  и время  $t'$  определяются из решения следующей задачи минимизации по  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p$   
найти

$$\min \int_0^{t'} \int_0^l \left| \sum_{n=1}^p \xi_n \psi_n(x, t', t) \right| dx dt = \frac{1}{c} \quad (5)$$

при условии

$$\sum_{n=1}^p \xi_n T'_n = 1 \quad (6)$$

где  $C$  определяет симметричную область пространства управлений.

Если начальное приближение  $t'_0$ , соответствующее точке  $A_0$ , найдено, ищем минимум функции  $Jn_\xi(t'_0)$  по переменной  $\xi$  при фиксированном значении  $t'_0$ . Спуск к минимальному значению функции (5) при условии (6) графически изображен на рисунке 1 отрезком  $A_0M_1$

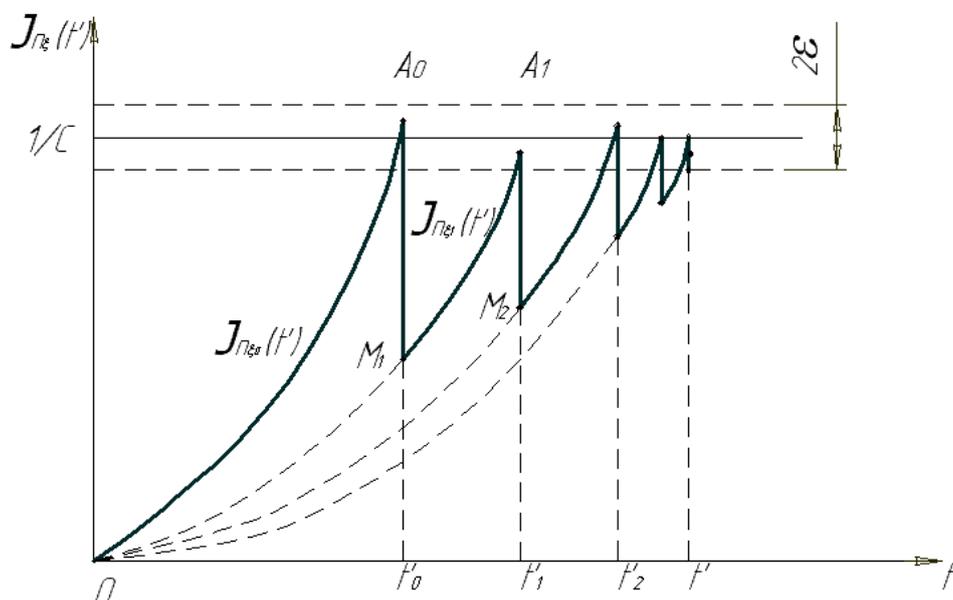


Рис. 1. Спуск к минимальному значению функции

Пусть этот минимум функции в точке  $M_1$  определяется вектором  $\xi_1$  и соответствует условию [5, 6]:

$$\min Jn_\xi(t'_0) = Jn_{\xi_1}(t'_0) < \frac{1}{c}$$

где  $Jn_\xi$  – двойной интеграл в уравнении (5). Теперь необходимо при фиксированном векторе  $\xi_1$  найти время  $t'_1$ , чтобы выполнялось условие

$$Jn_{\xi_1}(t'_1) < \frac{1}{c}$$

Процесс достижения этого условия на графике изображен кривой  $M_1A_1$ . Значения  $\xi_1$  и  $t'_1$  являются первыми приближениями вектора  $\xi$  и времени  $t'$  к их оптимальному значению. Далее необходимо вновь искать минимум  $Jn_\xi(t'_1)$  по переменной  $\xi$ .

Продолжая этот процесс последовательных приближений, можно найти такой вектор  $\xi$  и время  $t'$ , при которых выполняется условие

$$\left| \min Jn_\xi(t') - \frac{1}{c} \right| \leq \epsilon$$

где  $\epsilon$  – заданная точность приближенного решения задачи (5).

Система чисел  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p$  при наименьшем времени  $t'$  определяет решение поставленной задачи на быстродействие. Оптимальное управление определяется выражением (4) при подстановке в него чисел  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p$ .

**Вывод.** Метод моментов может быть использован для эффективного управления процессом кристаллизации металла сварного шва.

### Список литературы

1. Мелюков В. В., Максимов А. Е. Управление тепловым процессом кристаллизации металла в сварочной ванне // Сварка и диагностика. 2018. № 6. С. 29–33.
2. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Наука. 3-е изд. 1976. 392 с.

3. Фельдбаум А. А., Бутковский А. Г. Методы теории автоматического управления. М. : Наука, 1971. 743 с.
4. Карслоу У., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М. : Наука, 1964. 487 с.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М. : Высшая школа, 1967. 600 с.
6. Мелюков В. В. Оптимизация режима обработки материалов концентрированными потоками энергии : учебное пособие. Киров : ВятГУ, 2003. 212 с.

## Conditions of application of the method of moments at optimization of process of crystallization of metal of weld

V. V. Melyukov<sup>1</sup>, A. E. Maksimov<sup>2</sup>, S. P. Grachev<sup>3</sup>

<sup>1</sup>doctor of technical sciences, professor, Vyatka certification center.

Russia, Kirov. E-mail: rus\_melyukov@mail.ru

<sup>2</sup>post-graduate student of the Department of engineering technology, Vyatka State University.

Russia, Kirov. E-mail: 2m3j.p.m@gmail.com

<sup>3</sup>PhD of technical sciences, associate professor of the Department information technologies in mechanical engineering, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: grachev@vyatsu.ru

**Abstract.** One of the criteria for the quality of the welded joint is the technological strength of the weld metal and the zone of thermal influence. The destruction of the metal in the weld and the zone of thermal influence are associated with the formation of hot and cold cracks. The greatest danger of crystallization cracks are formed during the solidification of the metal of the weld pool and the formation of the primary structure of the weld metal.

To eliminate overheating and reduce the probability of crystallization cracks directly in the weld metal during crystallization, it is necessary to set and solve the problem of optimal control of the thermal process of crystallization of the weld metal.

In this paper, we study the conditions of application of the method of moments in the optimization of the metal crystallization weld to eliminate overheating and reduce the probability of crystallization cracks directly in the weld metal during crystallization.

Purpose: to study the conditions of application of the method of moments for optimal control of the process of crystallization of weld metal.

Problem: to consider the algorithm of application of the method of moments in the optimization of the crystallization process.

**Keywords:** optimal control methods, method of moments, metal crystallization, control space, temperature distribution.

### References

- 1 Melyukov V. V., Maksimov A. E. *Upravlenie teplovym protsessom kristallizatsii metalla v svarochnoj vanne* [Control of the thermal process of metal crystallization in the weld pool] // *Svarka i diagnostika – Welding and diagnostics*. 2018, No. 6, pp. 29–33.
2. *Matematicheskaya teoriya optimal'nyh protsessov* – The mathematical theory of optimal processes / L. S. Pontryagin, V. G. Boltyansky, R. V. Gamkrelidze, E. F. Mishchenko. *Nauka – Science*. Ed. 3<sup>rd</sup>. 1976. 392 p.
3. *Fel'dbaum A. A., Butkovskij A. G. Metody teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of the theory of automatic control]. M. Nauka. 1971. 743 p.
4. *W. Carslaw, D. Eger Teploprovodnost' tverdyh tel* [Thermal conductivity of solids]. M. Nauka. 1964. 487 p.
5. *Lykov A. V. Teoriya teploprovodnosti* [Theory of thermal conductivity]. M. Vysshaya shkola. 1967. 600 p.
6. *Melyukov V. V. Optimizatsiya rezhima obrabotki materialov kontsentririrovannymi potokami energii: uchebnoe posobie* [Optimization of the mode of processing of materials by concentrated energy flows: textbook]. Kirov. VyatSU. 2003. 212 p.

## Исследование влияния обмоточных данных на характеристики асинхронного двигателя-вентилятора

**А. Б. Леготин**

доцент кафедры электрических машин и аппаратов, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. E-mail: usr00228@vyatsu.ru

**Аннотация.** Разработка двигателя-вентилятора с короткозамкнутым ротором является одной из задач, решаемых ОАО «Лепсе». Цель статьи – разработка методики расчета двигателя-вентилятора с короткозамкнутым ротором с экранированными полюсами и разработка конструкции такого двигателя, а также исследования влияния обмоточных данных двигателя на его характеристики.

При расчете разрабатываемого двигателя используется закон полного тока для магнитной цепи при расчете геометрии двигателя, расчет параметров двигателя, исходя из общей теории асинхронных двигателей, расчет характеристик двигателя, исходя из схем замещения фаз обмоток приведенной машины и теории эллиптического поля, имеющегося в асинхронном двигателе с экранированными полюсами.

В результате расчета исследуемого двигателя получены следующие данные: с увеличением числа витков обмотки статора с 1280 до 1360 КПД снижается, коэффициенты мощности увеличиваются.

Из анализа полученных результатов рекомендуется выбрать для изготовления двигатель с числом витков статора 1280.

Предложенная методика расчета двигателя-вентилятора с короткозамкнутым ротором с экранированными полюсами может быть применена для расчета и конструирования двигателя рассмотренного типа.

**Ключевые слова:** двигатель-вентилятор, экранированный полюс, рабочие характеристики.

### Введение

Объект исследования – однофазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором с экранированными полюсами мощностью  $P_{2\text{ном}} = 70$  Вт, напряжением  $U_{1\text{ном}} = 220$  В, с синхронной частотой вращения  $n_1 = 3000$  об/мин.

По конструктивному исполнению большинство асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором с экранированными полюсами имеет обмотку статора, имеющую число катушек, равное числу полюсов, катушки надеваются на полюса. Для создания пускового момента на полюсах помещается вспомогательная обмотка в виде короткозамкнутых витков, охватывающих части полюсов. При включении обмотки статора в сеть пульсирующий поток наводит в короткозамкнутом витке (экране) ток, который препятствует нарастанию магнитного потока и вызывает фазовый сдвиг потока в экранированной части полюса. В результате потоки в обеих частях полюсов оказываются сдвинутыми по фазе относительно друг друга, что приводит к образованию в двигателе вращающегося магнитного поля.

В рассматриваемой статье конструкции двигателя на магнитопроводе статора располагается одна катушка, причем она располагается не на полюсах двигателя, а на сердечнике статора. Эскиз магнитной цепи приведен на рис. 1

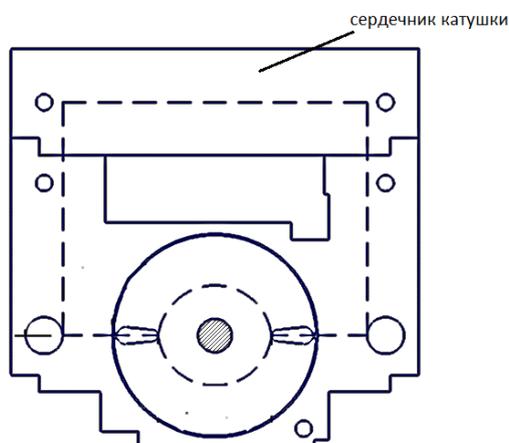


Рис. 1. Эскиз магнитной цепи

На рис. 2 приведен эскиз части полюса с короткозамкнутыми витками.

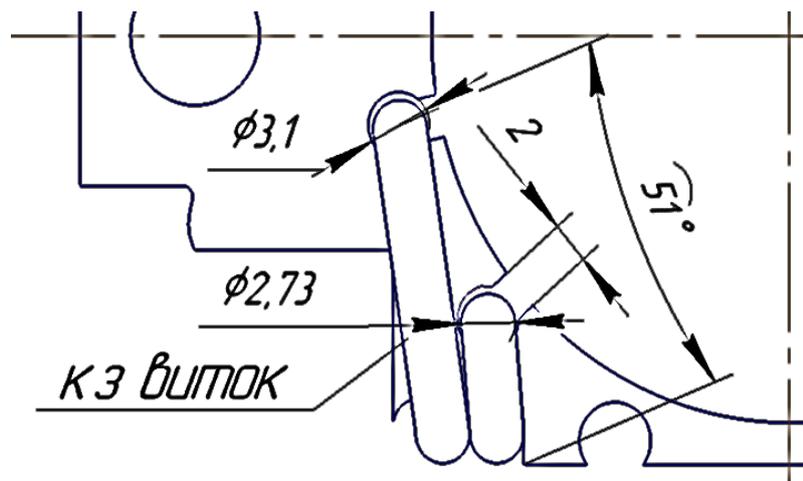


Рис. 2. Эскиз части полюса с короткозамкнутыми витками

**Целью** исследования являются разработка методики расчета однофазного двигателя-вентилятора с экранированными полюсами с предложенной на рис. 1 и 2 магнитной системой, а также изучение влияния обмоточных данных на характеристики двигателя.

#### Ведущий подход

С учетом особенностей конструкции. Осуществлены расчеты активного и индуктивного сопротивления намагничивающего контура, расчет параметров короткозамкнутого витка, индуктивного сопротивления взаимной индукции между обмоткой статора и короткозамкнутым витком, приведенное к числу витков обмотки статора, расчет параметров ротора [1, с. 397–400]. Магнитная цепь рассчитана по закону полного тока для магнитной цепи в соответствии с разработанной методикой расчета для данной конструкции магнитной системы [1, с. 385–396].

В соответствии со схемой замещения двигателя рассчитаны пусковые и рабочие характеристики [1, с. 402–403, 318–319]. Расчеты выполнены при двух различных значениях витков обмотки статора: 1280 и 1360.

Результаты расчета рабочих характеристик при числе витков 1280 приведены в табл. 1

Таблица 1

#### Расчет рабочих характеристик

$n_2$ , об/мин	$I_1$ , А	$P_1$ , Вт	$M_2$ , кг·см	$P_2$ , Вт	КПД	$\cos \varphi_3 - \cos \varphi_1$
2990	0,14	2,569	0,08	0	0	0,083
2850	0,67	124,8	1,305	38,2	0,306	0,847
2700	0,682	125,116	1,924	53,415	0,427	0,834
2550	0,686	124,228	2,436	63,863	0,514	0,823
2400	0,69	123,267	2,831	69,848	0,567	0,812
2250	0,695	122,22	3,2	73,8	0,6	0,8

Результаты расчета рабочих характеристик при числе витков 1360 проведены в табл. 2

Таблица 2

#### Расчет рабочих характеристик

$n_2$ , об/мин	$I_1$ , А	$P_1$ , Вт	$M_2$ , кг·см	$P_2$ , Вт	КПД	$\cos \varphi_3 - \cos \varphi_1$
2990	0,14	2,569	0,08	0	0	0,083
2850	0,6	140,923	1,314	38,5	0,323	0,836
2700	0,607	139,896	1,916	53,177	0,38	0,823
2550	0,611	139,1	2,365	61,989	0,446	0,812
2400	0,614	138,272	2,725	67,326	0,486	0,802
2250	0,618	138,1	3,005	69,5	0,506	0,79

### Результаты исследований

Таким образом, у двигателя-вентилятора с числом витков обмотки статора 1280, изготовленного на АО «Лепсе», получаются следующие энергетические показатели в сравнении с двигателем с числом витков обмотки статора 1360: КПД выше на 4,8%, коэффициент мощности ниже на 4,79%.

### Выводы

1. Правильность расчетов двигателя-вентилятора с экранированными полюсами по предложенной методике совпадает с экспериментальными данными, полученными на АО «Лепсе» при изготовлении такого двигателя с числом витков статора 1280.

2. Рекомендуются принять к изготовлению двигатель-вентилятор с числом витков обмотки статора 1280.

### Список литературы

1. Ермолин Н. П. Электрические машины малой мощности. М. : Высшая школа, 1967. 504 с.
2. Проектирование электрических машин : учебник для вузов / под ред. И. П. Копылова. М. : Юрайт, 2011. 767 с.

## Investigation of the influence of winding data on the characteristics of the induction motor-fan

**A. B. Legotin**

associate professor of the Department of electrical machines and apparatus, Vyatka State University.  
Russia, Kirov. E-mail: usr00228@vyatsu.ru

**Abstract.** The development of a fan motor with a squirrel-cage rotor is one of the tasks solved by JSC "Lepse". The purpose of the article is to develop a method of calculating the fan motor with a squirrel-cage rotor with shielded poles and to develop the design of such an engine, as well as to study the effect of the winding data of the engine on its characteristics.

When calculating the developed engine, the law of full current for the magnetic circuit is used in the calculation of the engine geometry, the calculation of the engine parameters, based on the general theory of asynchronous motors, the calculation of the characteristics of the engine, based on the schemes of substitution of the phases of the windings of the reduced machine and the theory of the elliptical field available in an asynchronous motor with shielded poles.

As a result of the calculation of the investigated engine, the following data are obtained: with an increase in the number of turns of the stator winding from 1280 to 1360, the efficiency decreases, the power coefficients increase.

From the analysis of the results it is recommended to choose the engine for manufacturing with the number of turns of the stator 1280.

The proposed method of calculating the fan motor with a squirrel-cage rotor with shielded poles can be used for the calculation and design of the engine of the considered type.

**Keywords:** motor-fan, shielded pole, performance characteristics.

### References

1. Ermolin N. P. *Elektricheskie mashiny maloj moshchnosti* [Electric machines of low power]. M. Vysshaya shkola. 1967. 504 p.
2. *Proektirovanie elektricheskikh mashin: uchebnyk dlya vuzov* – The design of electrical machines: textbook for universities / under the editorship of I. P. Kopylov. M. Yurayt. 2011. 767 p.

## Изменение низкоамплитудного внутреннего трения в зависимости от химического состава и температуры старения сплавов системы цинк–алюминий

А. В. Сергеева<sup>1</sup>, А. И. Скворцов<sup>2</sup>, К. М. Елькина<sup>3</sup>

<sup>1</sup>преподаватель кафедры материаловедения и основ конструирования,

Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: nast28-83@mail.ru

<sup>2</sup>доктор технических наук, профессор кафедры материаловедения и основ конструирования,

Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: skvorgov@vyatsu.ru

<sup>3</sup>магистрант, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: kseniamaximovna@yandex.ru

**Аннотация.** Исследованы предварительно закаленные от температуры, выше температуры монотектоидного превращения и состаренные при различных температурах сплавы системы цинк–алюминий: ЦА15, ЦА22, ЦА49 и ЦА78. Изучено влияние химического состава сплавов Zn–Al и температуры старения на изменение их низкоамплитудного внутреннего трения. Демпфирующую способность определяли на крутильном маятнике ВятГУ. В качестве характеристики внутреннего трения (демпфирующей способности) взят логарифмический декремент. Обработка экспериментальных данных показала, что низкоамплитудное внутреннее трение в сплавах системы цинк–алюминий зависит от химического состава сплава и от температуры старения. Для сплавов, богатых цинком, а также для сплавов с промежуточным значением компонентов характерно уменьшение логарифмического декремента с увеличением температуры старения. Для сплава на основе алюминия ЦА78 при повышении температуры старения характерно увеличение низкоамплитудного внутреннего трения, то есть демпфирующей способности.

**Ключевые слова:** сплавы системы цинк–алюминий, закалка с последующим старением, демпфирующая способность, внутреннее трение, логарифмический декремент.

### Введение

Сплавы на основе цинк–алюминия известны как материалы с высокими демпфирующими свойствами. Эти свойства в сочетании с высокими технологическими свойствами, такими как высокая жидкотекучесть, сверхпластичность, низкая температура обработки давлением, а также невысокая стоимость компонентов, сделали сплавы на основе Zn–Al привлекательными для научных исследований и практического применения [1, с. 101].

В работе [4, с. 12] показано влияние температуры старения на твердость сплавов Zn–Al. Представляет интерес изучение влияния температуры старения на параметры амплитудной зависимости внутреннего трения сплавов Zn–Al, в частности на низкоамплитудное внутреннее трение, характеризующее их виброшумопоглощающую способность.

Целью настоящего исследования является изучение низкоамплитудного внутреннего трения в зависимости от химического состава и температуры старения от низкой до субкритической сплавов цинк–алюминий, предварительно закаленных от 300°C.

### Материал и методика исследований

Исследовали двойные сплавы системы цинк–алюминий, разные по химическому составу: богатый цинком сплав ЦА15 (15,3% Al; не более 0,15% примесей, остальное – Zn), сплав, близкий по составу к монотектоидному сплаву – ЦА22 (21,8% Al; не более 0,15% примесей, остальное – Zn), с промежуточным значением компонентов – ЦА49 (48,6% Al; не более 0,15% примесей, остальное – Zn) и сплав, с большим количеством алюминия – ЦА78 (78,2% Al; не более 0,15% примесей, остальное – Zn).

Все сплавы получены в открытой тигельной печи из чистых шихтовых материалов: цинка Ц0 и алюминия А99 (здесь и далее % – массовые). Отливки были получены литьем в металлическую форму.

Все образцы подвергались нагреву до 300°C (выше температуры монотектоидного превращения) и последующей закалке в воду комнатной температуры. Далее образцы последовательно подвергались старению при 90, 150, 200, 250°C.

Амплитудную зависимость внутреннего трения определяли на крутильном маятнике ВятГУ [3, с. 11] на образцах с размерами рабочей части: диаметр – 5 мм, длина – 30 мм. В качестве характеристики демпфирующей способности взят логарифмический декремент  $\delta = [\ln(\gamma_i/\gamma_{i+n})]/n$ , где  $\gamma$  – амплитуда крутильных колебаний на поверхности рабочей части образца,  $n$  – число циклов колебаний, соответствующее уменьшению амплитуды колебаний  $\gamma_i/\gamma_{i+n}$  в 2 раза.

**Экспериментальные результаты и их обсуждение**

На рис. 1–4 представлены экспериментально полученные зависимости изменения значений логарифмического декремента, взятых при низких амплитудах колебаний, от температуры старения в интервале 90–250°С.

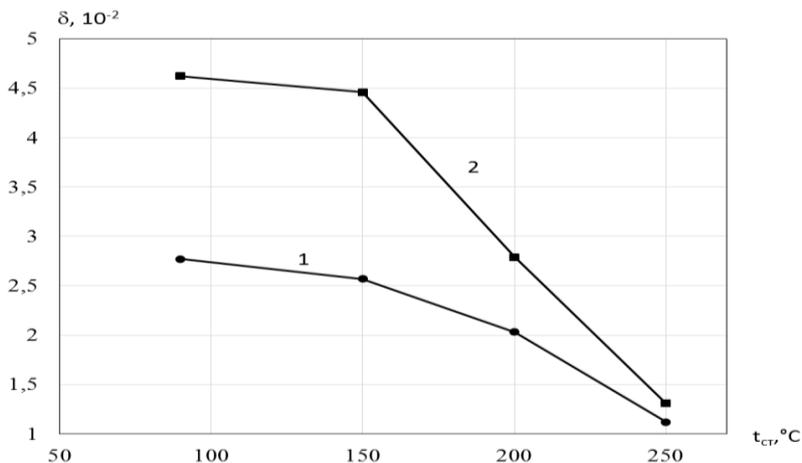


Рис. 1. Зависимость изменения логарифмического декремента от температуры старения для сплава ЦА15 при амплитудах крутильных колебаний  $\gamma$ : 1 –  $5 \cdot 10^{-5}$ , 2 –  $2 \cdot 10^{-4}$

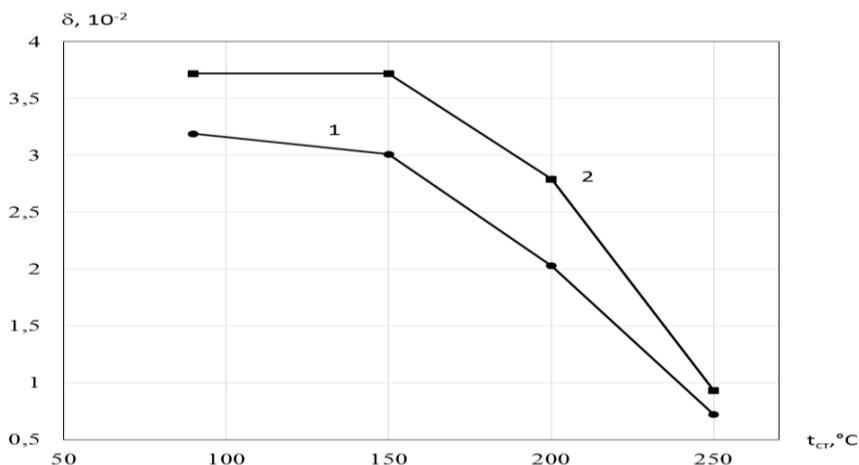


Рис. 2. Зависимость изменения логарифмического декремента от температуры старения для сплава ЦА22 при амплитудах крутильных колебаний  $\gamma$ : 1 –  $5 \cdot 10^{-5}$ , 2 –  $2 \cdot 10^{-4}$

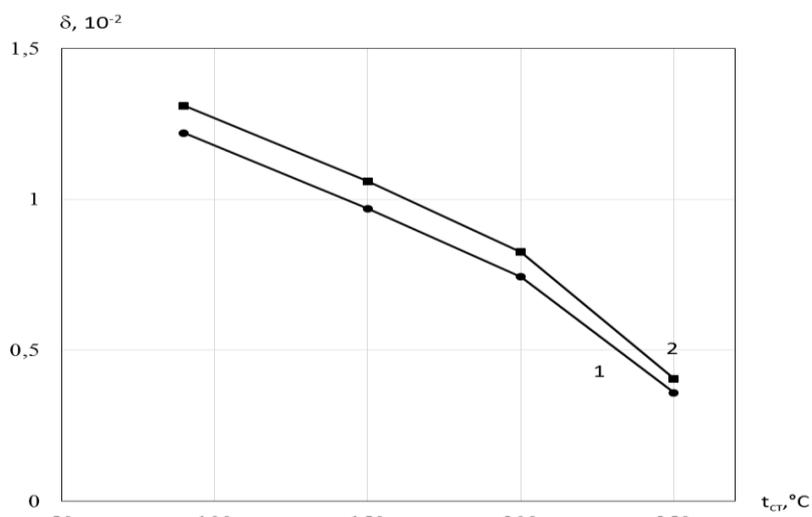


Рис. 3. Зависимость изменения логарифмического декремента от температуры старения для сплава ЦА49 при амплитудах крутильных колебаний  $\gamma$ : 1 –  $5 \cdot 10^{-5}$ , 2 –  $2 \cdot 10^{-4}$

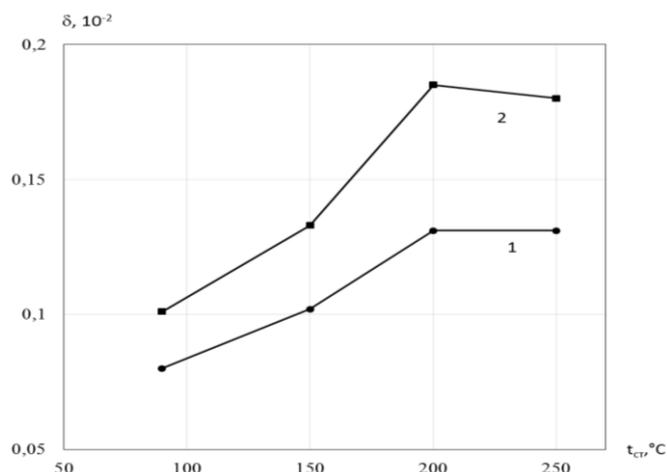


Рис. 4. Зависимость изменения логарифмического декремента от температуры старения для сплава ЦА78 при амплитудах крутильных колебаний  $\gamma$ : 1 –  $5 \cdot 10^{-5}$ , 2 –  $2 \cdot 10^{-4}$

Из рис. 1–3 видно, что для сплавов ЦА15, ЦА22 и ЦА49 значения логарифмического декремента, а следовательно, и демпфирующая способность уменьшаются с увеличением температуры старения. Эти результаты согласуются с закономерностями, описанными в работе [3, с. 1237], по соответствию демпфирующей способности сплавов цинк–алюминия, богатых цинком, с температурой старения.

Из рис. 4 видно, что увеличение логарифмического декремента, то есть повышение демпфирующей способности, при увеличении температуры старения наблюдается в сплаве, богатом алюминием ЦА78.

#### Выводы

1. Низкоамплитудное внутреннее трение в сплавах системы цинк–алюминий зависит от химического состава сплава и от температуры старения.

2. Для сплавов, богатых цинком, а также для сплавов с промежуточным значением компонентов характерно уменьшение логарифмического декремента с увеличением температуры в интервале температур старения 90–250°C. Для сплава на основе алюминия ЦА78 при увеличении температуры старения характерно увеличение низкоамплитудного внутреннего трения, то есть демпфирующей способности.

#### Список литературы

1. Пресняков А. А. Сверхпластичность металлов и сплавов. Алма-Ата : Наука, 1969. 210 с.
2. Скворцов А. И. Внутреннее трение в металлических материалах и его характеристики. Киров : ВятГУ, 2014. 68 с.
3. Скворцов А. И. Оптимальный комплекс физико-механических свойств и нанокристаллической структуры демпфирующих сплавов на основе цинк–алюминий и механизмы внутреннего трения // Общество, наука, инновации (НПК – 2014). Всероссийская ежегодная научно-практическая конференция : сборник материалов. Киров : ВятГУ, 2014. С. 1236–1238.
4. Скворцов А. И. Фазовые и структурные превращения в сплавах системы алюминий–цинк. Киров : ВятГУ, 2016. 42 с.

## Changes in low-amplitude internal friction depending on the chemical composition and aging temperature of zinc–aluminum alloys

A. V. Sergeeva<sup>1</sup>, A. I. Skvortsov<sup>2</sup>, K. M. El'kina<sup>3</sup>

<sup>1</sup>lecturer of the Department of material science and design principles, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: nast28-83@mail.ru

<sup>2</sup>doctor of technical sciences, professor of the Department of materials science and fundamentals of design, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: skvortcov@vyatsu.ru

<sup>3</sup>master student, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: kseniamaximovna@yandex.ru

**Abstract.** Alloys of zinc–aluminum: ЦА15, ЦА22, ЦА49 and ЦА78 pre-hardened from a temperature above the temperature of transformation monotectoid and aged at various temperatures are studied. The influence of the chemical composition of Zn–Al alloys and the aging temperature on the change of their low-amplitude internal friction is studied. The damping capacity was determined on a torsion pendulum in VyatSU. Logarithmic decrement is taken as a

characteristic of internal friction (damping ability). Processing of experimental data showed that low-amplitude internal friction in zinc–aluminum alloys depends on the chemical composition of the alloy and the aging temperature. For alloys rich in zinc, as well as for alloys with intermediate components is characterized by a decrease in logarithmic decrement with increasing aging temperature. For the aluminum-based alloy CA78 with an increase in the aging temperature is characterized by an increase in low-amplitude internal friction, that is, the damping ability.

**Keywords:** zinc–aluminum alloys, hardening with subsequent aging, damping capacity, internal friction, logarithmic decrement.

### References

1. *Presnyakov A. A. Sverhplastichnost` metallov i splavov* [Superplasticity of metals and alloys]. Alma-Ata. Nauka. 1969. 210 p.
2. *Skvortsov A. I. Vnutrennee trenie v metallicheskih materialah i ego harakteristiki* [Internal friction in metal materials and its characteristics]. Kirov. VyatSU. 2014. 68 p.
3. *Skvortsov A. I. Optimal`nyj kompleks fiziko-mehanicheskikh svojstv i nanokristallicheskoj struktury demp-firuyushchih splavov na osnove tsink-alyuminij i mehanizmy vnutrennego treniya* [Optimal complex of physical and mechanical properties and nanocrystalline structure of damping alloys based on zinc–aluminum and internal friction mechanisms] // *Obshchestvo, nauka, innovatsii (NPK – 2014). Vserossiyskaya ezhegodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya : sbornik materialov – Society, science, innovation (NPK – 2014). All-Russian annual scientific-practical conference: collection of materials.* Kirov. VyatSU. 2014. Pp. 1236–1238.
4. *Skvortsov A. I. Fazovye i strukturnye prevrashcheniya v splavah sistemy alyuminij–tsink* [Phase and structural transformations in aluminum–zinc alloys]. Kirov. VyatSU. 2016. 42 p.

## Влияние концентрации карбоната кальция на механические свойства полимерных материалов на основе бутилкаучука

А. А. Фокин<sup>1</sup>, О. И. Тарасова<sup>2</sup>, Ю. В. Юркин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>аспирант кафедры строительных конструкций и машин, Вятский государственный университет.

Россия, г. Киров. E-mail: aleksandr\_fokin93@mail.ru

<sup>2</sup>ассистент кафедры строительных конструкций и машин, Вятский государственный университет.

Россия, г. Киров. E-mail: tarasovaolga63@vyatsu.ru

<sup>3</sup>кандидат технических наук, заведующий кафедрой строительных конструкций и машин, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: yurkin@vyatsu.ru

**Аннотация.** В настоящее время большая часть герметизирующих, вибропоглощающих, некоторые защитные материалы в строительной области являются полимерными композитными материалами. Данная статья направлена на изучение влияния концентрации карбоната кальция на прочностные характеристики композиционных материалов на основе бутилкаучука. В работе приведен анализ и сделаны выводы на основе экспериментальных данных, отражающих зависимость количества наполнителя и изменения механических свойств полимера. Отмечено, что при увеличении объемной доли наполнителя в композите растет когезионная прочность, а с увеличением объемной доли пластификатора – адгезионная прочность. Следовательно, содержание наполнителя в полимерном композите должно быть оптимальным как с точки зрения возможности его переработки, так и с точки зрения влияния его на эксплуатационные характеристики полимера. С помощью выявленных закономерностей удалось определить оптимальную концентрацию наполнителя и масла, при которой композит имеет прочность при отслаивании не менее 600 Н/м, характер отрыва – когезионный, отсутствие миграции пластификатора.

**Ключевые слова:** бутилкаучук, наполнитель, адгезионные и когезионные свойства смеси, концентрация.

### Введение

Современное строительство невозможно представить без использования герметизирующих, вибропоглощающих, шумопоглощающих, защитных материалов. С каждым годом к ним повышаются требования по эксплуатационным свойствам, обеспечение которых возможно путем подбора сырьевых материалов и технологических параметров производства. В большинстве своем эти изделия изготавливаются из полимерных композитов.

Значительное изменение имеющихся у материала свойств и придание ему новых характеристик возможно за счет введения так называемых модифицирующих добавок, которые наряду с эксплуатационными изменяют и технологические свойства, облегчая переработку материала в изделие при снижении производственных затрат. Большими перспективами в области модификации свойств обладают полимеры и материалы на их основе. Это связано с большим разнообразием видов полимеров, которые отличаются друг от друга свойствами и хорошей совместимостью полимеров с различными модифицирующими добавками.

В свою очередь среди материалов на основе полимеров наибольший интерес в плане дальнейшей модификации и возможностей широкого использования представляют полимерные композиционные материалы (ПКМ). Основу ПКМ составляют полимерные связующие, в которые для модификации их свойств вводят различные добавки, облегчающие их переработку, повышающие стойкость к различным видам деструкции и горению. Одними из добавок, в наибольшей степени изменяющих свойства полимерного связующего, являются наполнители. Кроме того, наполнители в отличие от других добавок не образуют со связующим однородного материала, а распределяются в нем в виде обособленных частей отдельной фазы [1].

Бутилкаучук как основа для ПКМ хорошо зарекомендовал себя благодаря выдающейся газо-, паронепроницаемости, высокой кислото-, щелочестойкости.

Как правило, полимер сочетается с пластификатором и наполнителем, что позволяет получать материалы с разными эксплуатационными свойствами. Пластификаторы и наполнители способны оказывать разнообразное воздействие на полимеры. Эти материалы должны обладать определенными свойствами, такими как прочность, морозостойкость, долговечность, демпфирующая способность, водонепроницаемость, адгезия. Значительное влияние на свойства композита оказывает также и пластификатор. Его вводят в полимер для снижения вязкости и улучшения обрабатываемости. Пластификаторы повышают гибкость цепей полимера в результате снижения силы сцепления между ними [2].

В композициях на основе неполярных каучуков, как правило, используются пластификаторы нефтяного происхождения, которые направлены на улучшение технологических и эластических свойств, повышение морозостойкости и клейкости, снижение вязкости, позволяющее повысить содержание наполнителей и, как следствие, снизить стоимость готового герметика [3].

Наиболее подходящими для неполярных каучуков являются такие пластификаторы, как индустриальное и вазелиновое масло [4].

В работах Р. Ю. Галимзяновой с соавторами изучено влияние пластификаторов [5] на свойства композитов на основе синтетических каучуков. В работе [6] коллективом авторов показаны физико-механические свойства высоконаполненных композиций на основе синтетических каучуков. Установлено, что при содержании наполнителей в области 40% (по объему) наблюдается максимальная адгезионная прочность к таким материалам, как сталь, дюралюминий, стекло.

#### Цель исследования

Исследование влияния количества карбоната кальция (наполнителя) на механические свойства полимерной смеси на основе бутилкаучука.

#### Задачи исследования

- 1) Изучить влияние количества наполнителя на изменение прочности при отслаивании.
- 2) Изучить влияние количества наполнителя на изменение прочности при отрыве.
- 3) Проанализировать, как изменяется пенетрация и плотность при изменении количества наполнителя в полимерной смеси.

#### Ведущий подход

Материалы. В качестве основы для полимерного композиционного материала использован бутилкаучук БК-1675Н ТУ 38-303103-93 (СИБУР, Россия). Пластификатор – индустриальное масло И-40 ГОСТ 20799-88 (Роснефть, Россия). Мел технический марки КМ-1 (ОАО «Стройматериалы», РФ), средний диаметр частиц – не более 45 мкм, ТУ 5743-001-54653514-05. В качестве агента липкости использована алкилфенол-формальдегидная смола SP-1045 («SI Group», France). Составы и марки изученных композитов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Составы и марки изученных композитов

	Объемная доля, %			Массовая доля, г		
	БК-1675Н	И-40	Мел	БК-1675Н	И-40	Мел
БМ4М30	42	28	30	27,6	18	54,4
БМ4М40	36	24	40	21,2	13,8	65
БМ4М50	30	20	50	16	10,4	73,6
БМ5М30	35	35	30	23	22,5	54,5
БМ5М40	30	30	40	17,7	17,3	65
БМ5М50	25	25	50	13,4	13,1	73,6
БМ6М30	28	42	30	18,4	27	54,5
БМ6М40	24	36	40	14,1	20,7	65,1
БМ6М50	20	30	50	10,7	15,7	73,7

Марка БМ4М30 означает: соотношение бутилкаучук/пластификатор в полимерной смеси – 60/40, соотношение матрица/наполнитель – 70/30.

Для пересчета объемных долей в массовые применялся удельный вес ингредиентов, составляющий для БК-1675Н – 0,92 г/см<sup>3</sup>; И-40 – 0,90 г/см<sup>3</sup>; мел (карбонат кальция) – 2,54 г/см<sup>3</sup>.

Полимерные смеси изготавливали с помощью лабораторного смесителя периодического действия с тангенциальными роторами. Полимер смешивали с пластификатором, затем добавляли наполнитель. Замес производили в течение 20 минут. Затем его прокатывали на машине прокатного стана до однородной толщины материала.

Методы. Определение прочности связи с металлом при отрыве определяли в соответствии с ГОСТ 24025-80 «Мастика невысыхающая 51-Г-7».

Определение прочности связи с металлом при отслаивании определяли по ГОСТ 21981-76 «Герметики. Метод определения прочности связи с металлом при отслаивании». При испытаниях отмечали характер разрушения образцов:



– разрушение произошло по границе герметик-металл (адгезионный);



– разрушение произошло между сеткой и герметиком (условно когезионный);



– разрушение произошло по герметику (когезионный).

Определение пенетрации, плотности производили согласно ГОСТ 25945-98 «Материалы и изделия полимерные строительные герметизирующие нетвердеющие. Методы испытаний».

### Результаты исследований, их обсуждение

Бутилкаучук обладает низкой липкостью и для обеспечения адгезии к металлу его необходимо пластифицировать. У образцов с объемным содержанием масла 40% проявляются наивысшие прочностные характеристики как при отслаивании, так и при отрыве. При дальнейшем увеличении содержания масла до 50 и 60% – прочность образцов снижается. Это говорит о снижении когезионной прочности материала (при увеличении доли пластификатора когезионная прочность падает). Однако стоит отметить, что у образца БМ4М50 наблюдаются самая низкая прочность при отрыве, среди образцов такой же наполненности (БМ5М50, БМ6М50). Дело в том, что данная смесь оказалась перенасыщенной наполнителем и потеряла адгезионные свойства.

Увеличение содержания наполнителя снижает прочностные характеристики у систем БМ4 и БМ5 и характер разрушения меняется с когезионного на адгезионный (БМ4М50) и условно когезионный (БМ5М50). Но для системы БМ6 с концентрации наполнителя в 40% наблюдается увеличение прочности и когезионный характер разрушения при любой концентрации наполнителя (рис. 1).

Увеличение содержания пластификатора повышает пенетрацию, а увеличение концентрации наполнителя снижает ее. Увеличение содержания пластификатора незначительно, но снижает плотность композита (плотность БК и масла близки по значению), но увеличение доли наполнителя заметно увеличивает плотность смеси (для всех полимерных смесей закон изменения плотности универсален) (рис. 2).

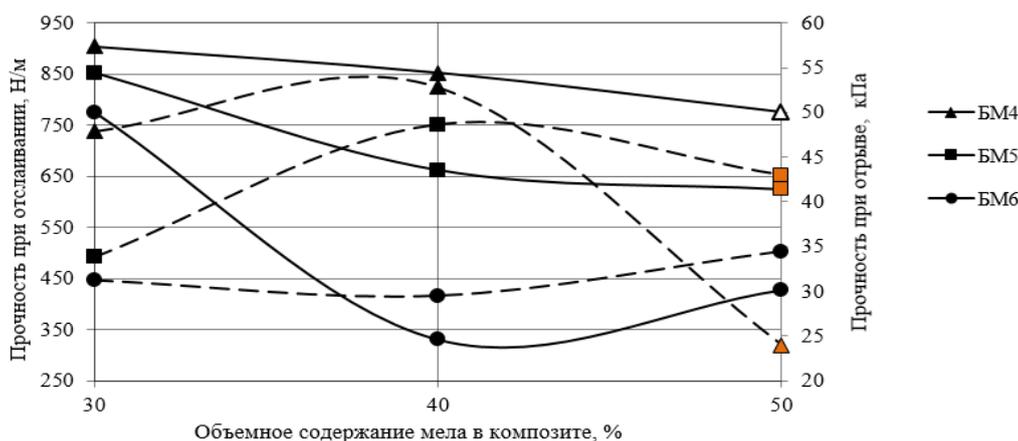


Рис. 1. Изменение прочности связи с металлом при отслаивании и при отрыве в зависимости от объемного содержания мела в полимерной смеси, % (сплошная линия – прочность при отслаивании; пунктирная – прочность при отрыве)

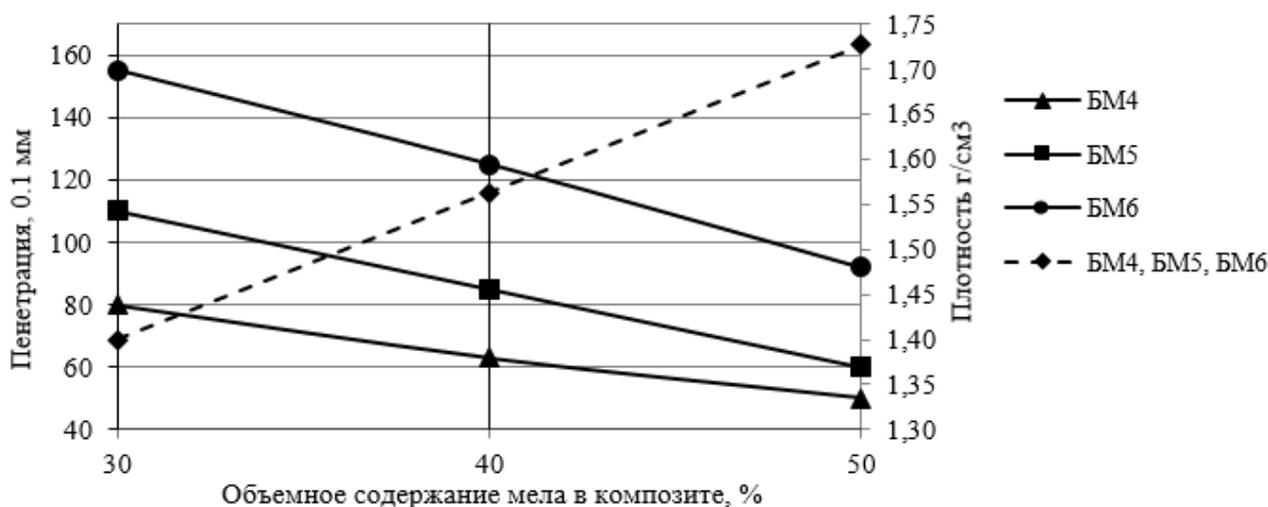


Рис. 2. Изменение пенетрации и плотности полимерной смеси в зависимости от объемного содержания мела, % (сплошная линия – пенетрация; пунктирная – плотность).

Проанализировав данные испытаний, можно выявить границы оптимальной концентрации наполнителя и пластификатора. Смеси БМ6М50, БМ6М40 показали прочность при отслаивании ниже предельно допустимой (600 Н/м); смеси БМ5М50, БМ4М50 дают адгезионный характер отрыва, что также недопустимо. Приняв во внимание условия максимального объемного содержания наполнителя (для более низкой стоимости), следует порекомендовать полимер с содержанием пластификатора (для системы полимер/пластификатор) и наполнителя (для системы матрица/наполнитель) от 40 до 45% по объему. Все образцы выдержали испытания на миграцию пластификатора.

### Выводы

Эта работа была проведена для исследования влияния количества карбоната кальция на механические свойства полимеров на основе бутилкаучука. Экспериментальным путем установлена зависимость изменения прочностных и реологических характеристик полимерной смеси от концентрации наполнителя.

1. Установлено, что наивысшая прочность при отрыве и отслаивании наблюдается у образцов с наименьшим содержанием пластификатора – 40% (за исключением смеси БМ4М50).

2. Установлено, что увеличение содержания наполнителя снижает прочностные характеристики для систем БМ4 и БМ5 и вызывает изменение характера разрушения с когезионного на адгезионный/условно адгезионный. Но для системы БМ6 повышение концентрации наполнителя увеличивает прочность и характер разрушения остается везде когезионный.

3. Установлено, что по мере увеличения наполненности полимера его плотность повышается, а пенетрация снижается. Интересно отметить, что закон изменения пенетрации с увеличением наполненности схож в первом приближении с законом изменения прочности. Следовательно, пенетрация может являться косвенным показателем прочности полимерной смеси.

### Список литературы

1. Колосова А. С., Сокольская М. К., Виткалова И. А., Торлова А. С., Пикалов Е. С. Наполнители для модификации современных полимерных композиционных материалов // *Фундаментальные исследования*. 2017. № 10-2. С. 290–295.
2. Чжао Ванг Юэ Хан, Син Чжан Чжао Хуэй Хуан, Чжан Лицзюнь Пластифицирующий эффект трансгенного соевого масла I на этилен-пропилен-диенового мономера (ЭПДМ) как заменитель парафинового масла // *Полимер*. 2013. С. 4457–4463.
3. Корнев А. Е. Технология эластомерных материалов / А. Е. Корнев, А. М. Буканов, О. Н. Шевердяев. М.: Эксим, 2000. 128 с.
4. Муртазина Л. И., Гарифуллин А. Г., Никульцев И. А., Галимзянова Р. Ю., Хакимуллин Ю. Н. и др. Регулирование свойств не отверждаемых герметиков на основе этилен-пропилен-диенового каучука пластификаторами // *Вестник казанского технологического университета*. 2014. Вып. 9. С. 119–122.
5. Галимзянова Р. Ю., Хакимуллин Ю. Н., Никульцев И. А. и др. Неотверждаемые герметики высокого наполнения на основе этиленпропилендиенового каучука // *Вестник казанского технологического университета*. 2013. Вып. 24. С. 71–73.

## Influence of calcium carbonate concentration on the mechanical properties of polymer materials based on butyl rubber

A. A. Fokin<sup>1</sup>, O. I. Tarasova<sup>2</sup>, Y. V. Yurkin<sup>3</sup>

<sup>1</sup>post-graduate student of the Department of building structures and machines, Vyatka State University, Russia, Kirov. E-mail: aleksandr\_fokin93@mail.ru

<sup>2</sup>assistant of the Department of building structures and machines, Vyatka State University, Russia, Kirov. E-mail: tarasovaolga63@vyatsu.ru

<sup>3</sup>PhD of technical sciences, head of the Department of building structures and machines, Vyatka State University, Russia, Kirov. E-mail: yurkin@vyatsu.ru

**Abstract.** Currently, most of the sealing, vibration absorbing materials and some protective materials in the construction field are polymer composite materials. This article aims to study the effect of calcium carbonate concentration on the strength characteristics of composite materials based on butyl rubber. The paper presents an analysis and conclusions based on experimental data reflecting the dependence of the amount of filler and changes in the mechanical properties of the polymer. It is noted that with an increase in the volume fraction of the filler in the composite, the cohesive strength increases, and with an increase in the volume fraction of the plasticizer – the adhesive strength increases. Therefore, the content of the filler in the polymer composite should be optimal both in terms of the possibility of its processing, and in terms of its impact on the performance of the polymer. With the help of the revealed regularities, it was possible to determine the optimal concentration of filler and oil, in which the composite has a strength of at least 600 N/m, the nature of the separation is cohesive, there is no migration of the plasticizer.

**Keywords:** butyl rubber, filler, adhesive and cohesive properties of the mixture, concentration.

### References

1. Kolosova A. S., Sokol'skaya M. K., Vitkalova I. A., Torlova A. S., Pikalov E. S. *Napolniteli dlya modifikatsii sovremennyh polimernyh kompozitsionnyh materialov* [Fillers for the modification of advanced polymeric composite materials] // *Fundamental'nye issledovaniya – Fundamental research*. 2017, No. 10-2, pp. 290–295.
2. ChzhaoVangYue Han, Sin Chzhan Chzhaohuej Huan, Chzhan Litsyun` *Plastifitsiruyushchij effekt transgennogo soevogo masla I na etilen-propilen-dienovogo monomera (EPDM) kak zamenitel' parafinovogo masla* [Plasticizing effect of transgenic soy oil I on ethylene-propylene-diene monomer (EPDM) as a substitute for paraffin oil] / *Polimer – Polymer*. 2013, pp. 4457-4463.
3. Kornev A. E. *Tehnologiya elastomernyh materialov* [Technology of elastomeric materials] /A. E. Kornev, A. M. Bukanov, O. N. Sheverdyayev. M. Eksim. 2000. P. 128.
4. Murtazina L. I., Garifullin A. G., Nikul'tsev I. A., Galimzyanova R. YU., Hakimullin YU. N. et al. *Regulirovanie svojstv neotverzhdaemyh germetikov na osnove etilen-propilen-dienovogo kauchuka plastifikatorami* [Regulation of the properties of non-hardenable sealants based on ethylene-propylene-diene rubber plasticizers]. *Vestnik kazanskogo tehnologicheskogo universiteta – Herald of Kazan Technological University*. 2014, issue. 9, pp. 119–122.
5. Galimzyanova R. YU., Hakimullin YU. N., Nikul'tsev I. A. et al. *Neotverzhdaemye germetiki vysokogo napolneniya na osnove etilenpropilendienovogo kauchuka* [Unhardened high filling sealants based on ethylene propylene diene rubber]. *Vestnik kazanskogo tehnologicheskogo universiteta – Herald of Kazan Technological University*. 2013, issue 24, pp. 71–73.

**Advanced science**

**Научный журнал № 1(12) (2019)**

16+

Научное издательство Вятского государственного университета,  
610000, г. Киров, ул. Московская, 36  
(8332) 208-964