УДК 512 DOI 10.25730/VSU.0536.19.002

Интегративный подход в преподавании курса общей алгебры бакалаврам педагогического образования

Е. Н. Лубягина[1], Л. В. Панкратова[2], Д. В. Широков[3]
[1]кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальной математики,
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров.
ORCID: 0000-0001-5071-6208. E-mail: shishkina.en@mail.ru
[2]кандидат педагогических наук, доцент кафедры фундаментальной математики,
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: pankratovalarisa19@rambler.ru
[3]кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальной математики,
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: dimshirokov79@mail.ru

Аннотация. В статье анализируется проблема изучения общей (абстрактной) алгебры бакалаврами педагогического образования, будущими учителями математики и информатики. Поскольку предстоящая им профессиональная деятельность связана с обучением школьников, проведен поиск путей сближения общей алгебры со школьной математикой. В процессе решения данной задачи исследованы возможности внедрения интегративного подхода в обучение студентов.

Осмысление возможностей интегративного подхода в практике преподавания общей алгебры будущим учителям математики и информатики представляет полноценную исследовательскую научно-методическую задачу. На очередном этапе внедрения интегративного подхода в изучение абстрактной алгебры предстоит продумать методы и формы работы со студентами, возможности компьютерной поддержки занятий и самостоятельной деятельности обучающихся, способы контроля усвоения материала и мониторинга эффективности выбранной методики обучения. Предполагается и далее работать над ее решением.

Ключевые слова: абстрактная алгебра, интегративный подход, методика обучения, педагогическое образование.

Курс алгебры является одним из ключевых компонентов в цикле математических дисциплин направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, профили «Математика», «Информатика» (уровень бакалавриата). Его изучение в рамках учебного плана продолжается четыре семестра и предусматривает освоение нескольких разделов: вводного курса алгебры, линейной алгебры, общей алгебры, алгебры многочленов. Отметим, что именно раздел общей алгебры отличается наибольшей степенью абстрактности и, по мнению многих обучающихся, полной изолированностью от школьной математики. Подобные мнения нередки, что подтверждают даже зарубежные исследователи. К примеру, в предисловии к [8] авторы отмечают: «Многие студенты начинают любить математику. Некоторым это нравится настолько, что они даже хотят учить ее. Однако когда они достигают продвинутых математических разделов (таких как абстрактная алгебра), они оказываются сбитыми с толку и разочарованными. В их учебниках рассказывается о странных математических вещах, о которых они никогда не слышали, которые имеют бессмысленные свойства».

Заметим однако, что именно изучение общей алгебры способно приблизить студентов к пониманию современных научных идей, сформировать их представления об актуальных направлениях математических исследований, многообразии приложений алгебраических теорий. Обозначенное противоречие между необходимостью целостного понимания будущими учителями математических структур с одной стороны и усвоением математического содержания как профессиональной основы обучения школьников с другой делает курс общей алгебры важным объектом методико-педагогического исследования.

Предложения по сближению университетского курса общей алгебры со школьной математикой неоднократно высказывались как отечественными, так и зарубежными педагогами и математиками. В данной связи нельзя не вспомнить классический труд Ф. Клейна «Элементарная математика с точки зрения высшей». Позиция Ф. Клейна активно поддерживалась и поддерживается О. А. Ивановым, А. Н. Колмогоровым, А. Б. Скопенковым, Г. Г. Хамовым и др. При этом процесс конвергенции предлагается осуществлять различными путями, в числе которых: пересмотр содержания школьного математического образования, внедрение элементов абстрактной алгебры во внеурочную деятельность учащихся, выявление и демонстрация обучающимся внутрипредметных и межпредметных связей общей алгебры и т. д. Анализ обозначенных направлений с учетом особенностей будущей профессиональной деятельности бакалавров педагогического образования позволил предположить эффективность применения интегративного подхода в изучении ими курса общей алгебры.

Аргументируем сказанное.

1. Стремление к глобальному характеру мышления и овладению универсальными знаниями и способами действий сегодня делает интеграцию доминирующим фактором образования, а интегративный подход – одной из ведущих форм взаимодействия фундаментальной и прикладной науки, вуза и школы, традиционных и экспериментальных технологий обучения.

2. Интегративный подход к отбору содержания курса общей алгебры и методики его преподавания нацеливает на иное понимание формата данной дисциплины. В нем следует ассоциировать изложение понятий, идей и утверждений элементарной (школьной и внешкольной) математики с общими математическими понятиями, идеями и утверждениями, которые известны студентам по базовым университетским математическим курсам.

3. Считаем необходимым в освоении общей алгебры будущими учителями математики и информатики сделать упор на решение школьных и «околошкольных» математических задач, задач кружкового и олимпиадного характера, поскольку данный шаг обеспечит содержательное единство курса, позволит произвести обобщающее повторение базовых математических понятий и утверждений, а также продемонстрировать частные методики работы с отдельными задачами.

Анализ исследований по внедрению интегративного подхода и интегративных курсов в высшее образование выявил следующее. Е. А. Перминов в [6] подчеркивает фундаментальную роль элементов современной алгебры в профильном обучении будущих учителей математики и предлагает использовать специализированные курсы в их вариативной методической подготовке. Однако автор не рассматривает детали содержательного наполнения таких курсов. С. Н. Дворяткина (см. [2]) обращается к алгебраическим структурам при проектировании интегративного курса по формированию компетенций в постановке профессиональных задач и их математическом решении для студентов-бакалавров. Но будущих учителей математики автор не рассматривает в качестве слушателей данного курса, он ориентирован на такие направления подготовки, как «Психология», «Юриспруденция», «Социальная работа», «Менеджмент». Достаточно подробная методика реализации интегративного подхода изложена в [3], однако авторы разработали ее для курса математического анализа вуза. Отметим здесь же, что проблемы преподавания студентам абстрактной алгебры исследовались Е. М. Вечтомовым (см., например, [1]).

Таким образом, реализация принципов интегративного подхода для бакалавров педагогического образования (профили «Математика», «Информатика») при изучении ими курса общей алгебры представляет актуальную научно-методическую задачу.

В процессе решения данной задачи содержание курса общей алгебры для будущих учителей математики и информатики было пересмотрено. Выявлены возможности внедрения интегративного подхода в практику преподавания, произведен отбор теоретического и задачного материала, обеспечивающего реализацию принципов интегративного подхода. Сделан ряд важных, на наш взгляд, выводов.

1. Необходимость соотнесения фактов школьной математики и понятий абстрактной алгебры. Ассоциируем, к примеру, изучаемые в школе основные числовые множества с понятиями полугруппы, группы, кольца и поля. Первая полугруппа, с которой встречаются школьники (не зная самого термина «полугруппа»), – это аддитивная полугруппа натуральных чисел. Следующей будет мультипликативная полугруппа натуральных чисел, далее – аддитивные и мультипликативные полугруппы целых, рациональных и действительных чисел. Кроме того, школьники работают с полугруппами натуральных чисел относительно операций НОД, НОК, min и max, а также с их булеанами относительно операций пересечения и объединения. Подчеркнем, что исходные понятия теории полугрупп просты для усвоения: для задания полугруппы достаточно указать множество и задать на нем бинарную операцию, удовлетворяющую требованию ассоциативности. Конечную полугруппу можно восстановить по множеству ее элементов и табличному заданию операции (таблице Кэли). Важным объектом изучения в рамках школьного курса математики является множество целых чисел $\boldsymbol{Z}$, которое относительно сложения и умножения образует кольцо. Множества $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{C}$ представляют примеры полей. Знание студентами аксиоматики поля (полугруппы, группы, кольца) обеспечит глубину понимания свойств основных числовых множеств.

Учащиеся профильных школ и классов при изучении геометрии (см., например, [7]) знакомятся с группами симметрий куба, правильного тетраэдра, икосаэдра, а также с теоремой о числе элементов группы симметрий правильного многогранника. Знание аксиом группы отрабатывается при обосновании факта, что группой будет множество всех преобразований (движений) пространства.

Нетривиальные примеры, позволяющие работать со старшеклассниками и студентами-математиками над определениями абстрактной алгебры, можно найти в архивных номерах журнала «Математика в школе». Автор [5], к примеру, определяет операции сложения и умножения точек параболы, что дает возможность рассматривать это множество как группу, кольцо или поле. В [5] подчеркивается, что изучение подобной тематики будет «полезно учащимся, так как покажет им возможность выполнения различных операций над объектами иной природы, чем числа». Несмотря на то что цитируемая работа опубликована около полувека назад, она и сегодня может стать интересной находкой в контексте организации внеурочной деятельности школьников по математике и даже послужить отправной точкой проекта или исследовательской работы обучающихся.

Важную роль в курсе общей алгебры играет понятие изоморфизма, позволяющее объединять внешне различные алгебраические структуры в классы объектов, не различимых по алгебраическим свойствам. Идея выделения алгебраически значимых свойств объектов является основополагающей в рассматриваемой дисциплине.

2. Выявление внутрипредметных и межпредметных связей общей алгебры. Общая алгебра тесно связана с другими алгебраическими разделами. Например, теория делимости в целостных кольцах есть абстрактное обобщение теории делимости целых чисел. Частным же случаем теории делимости является теория делимости многочленов, в которой, в свою очередь, используются свойства евклидовости и факториальности, изучаемые в курсе абстрактной алгебры. Другим примером может служить линейная алгебра, доставляющая целый пласт частных примеров аддитивных групп: геометрических векторов, матриц одной размерности, линейных операторов и др.

При изучении групп студенты узнают, что теория групп позволила решить такие труднейшие математические задачи, как вопрос разрешимости уравнений в радикалах и возможность построений циркулем и линейкой (другие методы столетиями не давали результатов). Здесь иллюстрируется идея сопоставления геометрической конфигурации соответствующего алгебраического объекта, по алгебраическим свойствам которого можно судить о геометрических свойствах конфигурации (см. [4]).

К понятию полугруппы, проиллюстрированному выше с помощью основных числовых множеств, активно обращаются и различные приложения алгебры (алгебраическая геометрия, компьютерная математика, теория автоматов, теория кодов, математическая лингвистика, математическая биология и пр.). Приведем вопрос, позволяющий нацелить студентов на соответствующие размышления. Известно, что всякая компьютерная программа имеет дело лишь с конечным множеством рациональных чисел, поскольку только такие числа представляются в его памяти. Будет ли множество Sзамкнуто относительно каких-либо арифметических операций? Обоснуйте свой ответ (операция незамкнута из-за ограниченности памяти машины).

3. *Подбор задач с элементарной фабулой, сочетающих различные методы решения, в том числе использование фактов общей алгебры.* Хорошим примером станет задача о классификации правильных многогранников, которая сводится к классификации конечных подгрупп движений сферы. Здесь обращение к абстрактной алгебре при решении геометрической задачи мы считаем удачным, поскольку данный шаг позволяет глубже уяснить строение правильных многогранников (понять, что их только пять). Другим примером может служить задача решения уравнений в целых числах. Зачастую с использованием свойств вычетов по модулю подобные уравнения решаются менее громоздко, чем школьными методами.

На очередном этапе внедрения интегративного подхода в изучение абстрактной алгебры предстоит продумать методы и формы работы со студентами, возможности компьютерной поддержки занятий и самостоятельной деятельности обучающихся, способы контроля усвоения материала и мониторинга эффективности выбранной методики обучения. Таким образом, осмысление возможностей интегративного подхода в практике преподавания общей алгебры будущим учителям математики и информатики представляет полноценную исследовательскую научно-методическую задачу. Предполагается и далее работать над ее решением.

Список литературы

1. *Вечтомов Е. М.* Курс «Современная алгебра» для магистрантов математических профилей // Сб. статей по м-лам Всерос. науч.-практ. конф. преподавателей, аспирантов, магистрантов и учителей. Н. Новгород : НГПУ им. К. Минина, 2013. С. 47–52.
2. *Дворяткина С. Н.* Интегративные курсы как эффективный содержательный и организационный аспект технологии синергетического обучения математике // Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. 2017. № 2(22).
3. *Жохов А. Л., Юнусов А. А., Сайдахметов П. А., Бедебаева М. Е.* Интегративные учебные материалы и задания к первым темам курса «Начала математического анализа» для студентов вуза // Успехи современного естествознания. 2015. № 2. С. 164–168.
4. *Кожухов И. Б., Прокофьев А. А.* Абстрактная алгебра и задачи на построение // Соросовский образовательный журнал. 2001. № 7. С. 117–122.

5. *Кузнецова Г. Б.* Алгебра точек параболы // Математика в школе.1974. № 2. С. 74–75.
6. *Перминов Е. А.* О методологии отражения элементов современной алгебры в содержании математической и методической подготовки будущих учителей // Вестник ВятГГУ. 2014. № 8. С. 115–120.
7. *Потоскуев Е. В., Звавич Л. И.* Геометрия. 11 кл. : учеб. для классов с углуб. и профильным изучением математики общеобразоват. учрежд. М. : Дрофа, 2010. 368 с.
8. *Hill J., Thron C.* Elementary Abstract Algebra: Examples and Applications. URL: http://abstractalgebra.altervista.org/aafmt.pdf (дата обращения 18.03.2019).

Integrative approach in teaching general algebra to bachelors of pedagogical education

E. N. Lubyagina[1], L. V. Pankratova[2], D. V. Shirokov[3]
[1] PhD of physical and mathematical sciences, associate professor of of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. ORCHID: 0000-0001-5071-6208. E-mail: shishkina.en@mail.ru
[2] PhD of pedagogical sciences, associate professor of the Department of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: pankratovalarisa19@rambler.ru
[3] PhD of physical and mathematical sciences, associate professor of the Department of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: dimshirokov79@mail.ru

Abstract. The article analyzes the problem of studying general (abstract) algebra by bachelors of pedagogical education, future teachers of mathematics and Informatics. As the forthcoming professional activity is connected with training of school students, search of ways of rapprochement of the general algebra with school mathematics is carried out. In the process of solving this problem the possibility of implementing an integrative approach to the training of students is investigated.

Understanding the possibilities of an integrative approach in the practice of teaching general algebra to future teachers of mathematics and computer science is a full-fledged research scientific and methodological problem. At the next stage of the implementation of an integrative approach to the study of abstract algebra we are to consider methods and forms of work with students, the possibility of computer support classes and independent activities of students, ways to control the assimilation of the material and monitoring the effectiveness of the chosen teaching methods. It is expected to continue to work on its solution.

Keywords: abstract algebra, integrative approach, teaching methods, pedagogical education.

References

1. *Vechtomov E. M. Kurs «Sovremennaya algebra» dlya magistrantov matematicheskih profilej* [Course on "Modern algebra" for students of mathematical profiles] // *Sb. Statej po m-lam Vseros. nauch.-prakt. konf. prepodavatelej,aspirantov, magistrantovi uchitelej* – Coll. articles on materials of all-Russia scient.-pract. conf. of lecturers, postgraduate students, master students and teachers. N. Novgorod. NSPU n.a. K. Minin. 2013. Pp. 47–52.
2. *Dvoryatkina S. N. Integrativnye kursy kak effektivnyj soderzhatel`nyj i organizatsionnyj aspekt tehnologii sinergeticheskogo obucheniya matematike* [Integrative courses as an effective content and organizational aspect of the technology of synergetic teaching mathematics] // *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta* – Herald of the Orenburg State Pedagogical University. 2017, № 2 (22).
3. *ZHohov A. L., Yunusov A. A., Sajdahmetov P. A., Bedebaeva M. E. Integrativnye uchebnye materialy i zadaniya k pervym temam kursa «Nachala matematicheskogo analiza» dlya studentov vuza* [Integrative learning materials and tasks for first topics of the course "The beginning of mathematical analysis" for students of school] // *Uspehi sovremennogo estestvoznaniya* – Success of modern science. 2015, No. 2, pp. 164–168.
4. *Kozhuhov I. B., Prokof`ev A. A. Abstraktnaya algebra i zadachi na postroenie* [Abstract algebra and construction problems]. // *Sorosovskij obrazovatel`nyj zhurnal* – Soros educational journal. 2001, No. 7, pp. 117–122.
5. *Kuznetsova G. B. Algebra tochek paraboly* [Algebra of points of parabola] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 1974, No. 2, pp. 74–75.
6. *Perminov E. A. O metodologii otrazheniya elementov sovremennoj algebry v soderzhanii matematicheskoj i metodicheskoj podgotovki budushchih uchitelej* [On the methodology of reflection of elements of modern algebra in the content of mathematical and methodological training of future teachers]. // *Vestnik VyatGGU* – Herald of VyatSHU. 2014, No. 8, pp. 115–120.
7. *Potoskuev E. V., Zvavich L. I. Geometriya. 11 kl. : ucheb. dlya klassov s uglub. i profil`nym izucheniem matematiki obshcheobrazovat. uchrezhd.* [Geometry. 11 grade: textbook for classes with advanced and profile study of mathematics of general educational institution]. M. Drofa. 2010. 368 c.
8. *Hill J., Thron C.* Elementary Abstract Algebra: Examples and Applications. Available at: http://abstractalgebra.altervista.org/aafmt.pdf (accessed: 18.03.2019).