

## Совершенствование профессиональной подготовки будущих учителей математики при изучении геометрии

Л. В. Тимшина

старший преподаватель кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. E-mail: larisatimshina@rambler.ru

**Аннотация.** Новые стандарты среднего образования уделяют большое внимание проектному методу. Актуальным становится поиск новых тем для проведения учебных исследований школьниками и подготовка к организации такой деятельности будущего педагога. Накопление образовательных ресурсов студентами – будущими учителями – возможно в рамках изучения курса «Геометрия», который напрямую связан с их профессиональной деятельностью. Нами предложены индивидуальные задания для самостоятельной работы студентов при изучении раздела «Геометрические преобразования». Такие задания в дальнейшем можно адаптировать для работы со школьниками.

**Ключевые слова:** самостоятельная работа, профессиональная подготовка, геометрические преобразования.

Ведущей формой деятельности в вузе является учение, которое традиционно реализуется в форме лекций, практических занятий, семинаров и самостоятельной работы. На лекции, как правило, выносятся наиболее важный в смысловом и структурном значении материал. Практические и семинарские занятия призваны углублять, расширять, детализировать знания, полученные на лекции, являться средством оперативной обратной связи, содействовать выработке навыков профессиональной деятельности.

В современных условиях проектная деятельность является одним из видов профессиональной деятельности, к которой по завершении обучения должен быть подготовлен выпускник – будущий педагог. Способность к проектной деятельности предполагает умение анализировать проблемы, ставить цели, разрабатывать и выбирать альтернативные решения поставленной задачи, оценивать последствия принятия решений, работать в команде [11]. Решающим здесь является индивидуальность личности, ее склонности и интересы.

На наш взгляд, развитие и совершенствование перечисленных умений возможно в процессе самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа имеет большие, чем другие типы занятий, возможности для удовлетворения индивидуальных образовательных запросов и потребностей обучающихся, так как имеется определенная свобода в выборе форм и содержания индивидуальных заданий, средств и методов работы.

Не менее важным является определение содержания проектных тем, которые будущий учитель сможет применить в своей трудовой деятельности. Опыт работы с будущими учителями математики и информатики показывает возможность использования в рамках самостоятельной работы по дисциплине «Геометрия» различных индивидуальных заданий. Опишем некоторые из них более подробно.

**1. Самоподобные фигуры.** Данное задание имеет интегративный характер и затрагивает вопросы геометрического моделирования. Исследуемым объектом является самоподобная фигура. Дадим краткие пояснения.

Фигуру  $F$  называют **самоподобной**, если ее можно разрезать на несколько фигур  $F_1, F_2, \dots, F_n$ , каждая из которых подобна исходной. Необходимо для предложенной конкретной фигуры выполнить ее разбиение на подобные фигуры. Так как каждая фигура  $F_i$  подобна фигуре  $F$ , то имеется преобразование подобия  $h_i$ , переводящее фигуру  $F$  в фигуру  $F_i$ . Требуется, предварительно разместив  $F$  в системе координат, определить аналитическое задание каждого преобразования подобия. Далее, используя идею игры «Хаос» [4; 5; 10], составить компьютерную программу, результатом которой является изображение данной фигуры и ее частей.

**2. Инверсия плоскости.** В курсе вузовской геометрии изучаются различные виды преобразований евклидовой плоскости: движения, преобразования подобия, аффинные преобразования. Инверсия представляет собой более сложное преобразование геометрических фигур. Интересный результат дает инверсия невырожденных кривых второго порядка. Их образами являются различные «замечательные кривые», такие как строфоида, циссоида Диоклеса, улитка Паскаля, кардиоида,

лемниската Бернулли [6]. Целью исследования является изучение инверсных образов равносторонней гиперболы, параболы, эллипса при различном расположении центра инверсии. Необходимо выполнить визуализацию образов рассматриваемых кривых, например, в программе GeoGebra.

**3. Эллипс как фигура аффинно эквивалентная окружности.** Инварианты аффинных преобразований позволяют изучать свойства фигур путем рассмотрения аффинно эквивалентной фигуры. Целью данного индивидуального задания является обоснование различных свойств эллипса [12]. Приведем некоторые из рассматриваемых свойств: геометрическим местом середин параллельных хорд эллипса является некоторый диаметр эллипса; параллелограммы, построенные на парах сопряженных полу диаметров эллипса, имеют одну и ту же площадь, равную площади прямоугольника, построенного на полуосях эллипса; площадь эллипса вычисляется по формуле  $S = \pi ab$ , где  $a$  и  $b$  полуоси эллипса.

**4. Гомотетия в доказательствах геометрических теорем.** Предлагается по учебным пособиям [2; 7] рассмотреть доказательства с использованием гомотетии теорем элементарной геометрии, которые достаточно редко рассматриваются в школьном курсе. Теорема Наполеона описывает свойства конфигурации, состоящей из трех правильных треугольников, извне построенных на сторонах произвольного треугольника. Точки пересечения медиан трех правильных треугольников являются вершинами равностороннего треугольника, центроид которого находится в точке пересечения медиан произвольного треугольника. Также гомотетия позволяет установить существование *окружности девяти точек* треугольника и доказать, что в треугольнике центроид, ортоцентр и центр описанной около треугольника окружности лежат на одной прямой.

**5. Группы самосовмещений геометрических фигур.** Понятие группы является одним из основных понятий математики. Природа элементов группы достаточно разнообразна. Обширный и очень важный класс групп составляют группы «самосовмещений» геометрических фигур, на их основе могут быть визуализированы различные абстрактные понятия теории групп [1].

**6. Геометрические построения на плоскости.** При решении геометрических задач на построение с помощью циркуля и линейки используются некоторые типичные ситуации применения метода геометрических преобразований [8]. Рекомендуется изменить расположение фигуры или ее частей. Рассмотреть точку как пересечение двух фигур, из которых одна является образом некоторой данной фигуры при геометрическом преобразовании. Построить фигуру, удовлетворяющую только некоторым условиям задачи, из нее искомая фигура может быть получена с помощью геометрического преобразования определенного вида. Иногда удается заметить, что при некотором преобразовании фигура переходит сама в себя. Отмеченное свойство фигуры дает возможность построения дополнительных ее элементов, не указанных в условии.

Данное индивидуальное задание предполагает рассмотрение типичных ситуаций и подбор комплекта задач по каждой из них. Также необходимо познакомиться с компьютерной программой Euclidea (<http://www.euclidea.xyz>) и оценить возможности ее использования для решения задач данного типа.

**7. Задачи на нахождение геометрических мест точек.** Целью выполнения данного задания является решение задач на нахождение множества, точки которого и только они обладают указанным свойством. Общий подход к решению предложенных задач состоит в том, что по условию задачи определяется множество точек, из которого искомое получается с помощью какого-либо геометрического преобразования. К таким задачам относятся, например, следующие:

1. На данном отрезке  $AC$  построены всевозможные прямоугольные треугольники с прямым углом  $C$ . Найти множество точек пересечения медиан этих треугольников.
2. На данном отрезке  $AC$  построены всевозможные треугольники  $ABC$  с одной и той же площадью. Найти множество точек пересечения медиан этих треугольников.
3. На данном отрезке  $AC$  построены всевозможные треугольники  $ABC$ , в которых медианы  $AF$  и  $CE$  взаимно перпендикулярны. Найти множество вершин  $B$  и множество оснований данных медиан.
4. Даны две точки  $A$  и  $B$ . Найти множество точек плоскости, каждая из которых симметрична точке  $A$  относительно некоторой прямой, проходящей через точку  $B$ .
5. На данном отрезке  $AD$  построены всевозможные параллелограммы  $ABCD$  так, что  $AD = a$ ,  $AB = b$ . Найти множество точек пересечения диагоналей этих параллелограммов.
6. Даны прямая  $a$  и не принадлежащая ей точка  $C$ . Вершина  $A$  треугольника  $ABC$  лежит на прямой  $a$ . Треугольник вращается вокруг точки  $C$  с сохранением формы так, что вершина  $A$  скользит по прямой  $a$ . Какую линию при этом описывает вершина  $B$ ?
7. Найти множество точек пересечения высот треугольников, вписанных в данную окружность.

Для индивидуальной работы по разделу «Геометрические преобразования» могут также быть предложены следующие темы [3; 7]: композиция движений, композиция гомотетий, движения про-

странства, алгебраическое изложение отдельных вопросов теории движений, аналитический способ задания преобразований и другие.

Достаточно редко среди заданий самостоятельной работы встречается **реферирование научной статьи или иной публикации**. Основные цели такого типа работы: научиться анализировать информацию и воспринимать научный стиль; выделять главную идею и доносить ее до слушателя в максимально сжатой форме; получить необходимые сведения об исследованиях в определенной области. Желательно предложить студенту соблюдать определенную структуру реферата.

Отражается тема и проблема работы, поставленная цель и предмет исследования.

Выполнена статья одним автором или коллективом авторов. Носит она теоретический или экспериментальный характер.

Какие в научном мире существуют точки зрения на предмет исследования.

Изложение основной сути научной работы. Используемые методы.

Какой результат достигнут. Какую ценность он имеет – теоретическую, практическую, экспериментальную или другую. Проанализировать выводы автора, привести свои умозаключения.

Из известных нам публикаций, имеющих интересующую нас тематику, будущим педагогам полезно ознакомиться, например, с очерками [9].

В процессе выполнения индивидуальных заданий происходит расширение багажа знаний и умений студентов по конкретной дисциплине, осваиваются новые методы познания, формируется индивидуальный стиль работы и личностные качества. Все это способствует профессиональному становлению будущего учителя математики.

### Список литературы

1. Александров П. С. Введение в теорию групп. М. : Бюро Квантум, 2008. 160 с.
2. Атанасян Л. С. Геометрия. Доп. главы к учебнику 9 кл. : учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. Изд. 2-е, дораб. М. : Вита-Пресс, 2002. 174 с.
3. Атанасян Л. С., Базылев В. Т. Геометрия : в 2-х ч. Ч. I : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. М. : Просвещение, 1986. 336 с.
4. Долбиллин Н. Игра «Хаос» и фракталы // Квант. 1997. № 4. С. 2–8.
5. Долбиллин Н. Самоподобные мозаики // Квант. 1998. № 2. С. 9–15.
6. Лубягина Е. Н., Тимшина Л. В. Опыт организации учебно-исследовательской деятельности студентов при изучении кривых второго порядка // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2017. Вып. 2 (23). С. 70–84.
7. Понарин Я. П. Геометрия : учеб. пособие. Ростов-на-Дону : Феникс, 1997. 512 с.
8. Рубанов И. С. Восемь ремней для мотора, или Как применять геометрические преобразования к решению задач // Математический вестник педвузов Волго-Вятского региона. Вып. 2. Киров : Изд-во Вятского госпедуниверситета, 2000.
9. Скопец З. А. Геометрические миниатюры / сост. Г. Д. Глейзер. М. : Просвещение, 1990. 224 с.
10. Шеремет Г. Г. Геометрические преобразования и фрактальная геометрия / Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет. Пермь, 2012. 176 с.
11. Яковлева Н. Ф. Проектная деятельность в образовательном учреждении : учебное пособие. Изд. 2-е, стер. М. : ФЛИНТА, 2014. 144 с.
12. Яглом И. М., Ашкинузе В. Г. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. Ч. I. М. : 1962.

## Improving the professional training of future teachers of mathematics in the study of geometry

L. V. Timshina

senior lecturer of the Department of Fundamental Mathematics, Vyatka State University.  
Russia, Kirov. E-mail: larisatimshina@rambler.ru

**Abstract.** New standards of secondary education pay great attention to the project method. The search for new topics for conducting educational research by schoolchildren and preparing for the organization of such activities of the future teacher becomes relevant. Accumulation of educational resources by students – future teachers – is possible within the framework of studying the course "Geometry", which is directly related to their professional activities. We have proposed individual tasks for independent work of students in the study of the section "Geometric transformations". Such tasks can be adapted to work with schoolchildren in the future.

**Keywords:** independent work, professional training, geometric transformations.

## References

1. Aleksandrov P. S. *Vvedenie v teoriyu grupp* [Introduction to the theory of groups]. M. Bureau Quantum. 2008. 160 p.
2. Atanasyan L. S. *Geometriya. Dop. glavy k uchebniku 9 kl. : ucheb. posobie dlya uchashchihsya shkol i klassov s uglubl. izuch. matematiki* [Geometry. Additional chapters to the textbook 9 grade : textbook students of schools and classes with an advances course of mathematics] / L. S. Atanasyan, V. F. Butuzov, S. B. Kadomtsev et al. 2nd publ., add. M. Vita-Press. 2002. 174 p.
3. Atanasyan L. S., Bazylev V. T. *Geometriya : v 2-h ch. Ch. I : ucheb. posobie dlya studentov fiz.-mat. fak. ped. in-tov* [Geometry : in 2 parts. Pt. I : textbook. for students of physics and mathematics of fac. of ped. universities]. M. Prosveshchenie (Enlightenment). 1986. 336 p.
4. Dolbilin N. *Igra "Haos" i fraktaly* [The game "Chaos" and fractals] // *Kvant – Kvant*. 1997. No. 4. Pp. 2–8.
5. Dolbilin N. *Samopodobnye mozaiki* [Self-similar mosaics] // *Kvant – Kvant*. 1998. No. 2. Pp. 9–15.
6. Lubyagina E. N., Timshina L. V. *Opyt organizacii uchebno-issledovatel'skoj deyatel'nosti studentov pri izuchenii krivyh vtorogo poryadka* [The experience of organizing educational and research activities of students in the study of second-order curves] // *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* – Herald of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Computer science. 2017. Is. 2 (23). Pp. 70–84.
7. Ponarin Ya. P. *Geometriya : ucheb. posobie* [Geometry : tutorial]. Rostov-na-Donu. Phoenix. 1997. 512 p.
8. Rubanov I. S. *Vosem' remnej dlya motora, ili Kak primenyat' geometricheskie preobrazovaniya k resheniyu zadach* [Eight belts for a motor, or How to apply geometric transformations to solving problems] // *Matematicheskij vestnik pedvuzov Volgo-Vyatskogo regiona* – Mathematical Bulletin of pedagogical colleges of the Volga-Vyatka region. Is. 2. Kirov. Vyatka State University Publishing House. 2000.
9. Skopec Z. A. *Geometricheskie miniatyury* [Geometric miniatures] / comp. G. D. Glazer. M. Prpsveshchenie (Enlightenment). 1990. 224 p.
10. Sheremet G. G. *Geometricheskie preobrazovaniya i fraktal'naya geometriya* [Geometric transformations and fractal geometry] / *Permskij gosudarstvennyj gumanitarno-pedagogicheskij universitet* – Perm State Humanitarian Pedagogical University. Perm. 2012. 176 p.
11. Yakovleva N. F. *Proektnaya deyatel'nost' v obrazovatel'nom uchrezhdenii : uchebnoe posobie* [Project activity in an educational institution : textbook]. 2nd ed., ster. M. FLINTA. 2014. 144 p.
12. Yaglom I. M., Ashkinuze V. G. *Idei i metody affinnoj i proektivnoj geometrii* [Ideas and methods of affine and projective geometry. Pt. I]. M. 1962.