№1 (28) 2023

ISSN: 2782-2672

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК Вятского государственного университета

MATHEMATICAL BULLETIN of Vyatka State University

Вятский государственный университет

Математический вестник Вятского государственного университета

Н а у ч н ы й   ж у р н а л

№ 1 (28)

Киров
2023

УДК 51(051)
М34

Научный журнал «Математический вестник Вятского государственного университета»
как средство массовой информации зарегистрирован в Роскомнадзоре
(Свидетельство о регистрации СМИ Эл № ФС77-80462 от 01 марта 2021 г.)
Учредитель журнала – ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет»
Адрес издателя: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)
Адрес редакции: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)
Редактор **А. В. Мариева**
Компьютерная верстка **Л. А. Кислицына**
Редактор выпускающий **А. Ю. Егоров**
Ответственный за выпуск **И. В. Смольняк**

Цена свободная

СОДЕРЖАНИЕ

УДК 517.926 DOI 10.25730/VSU.0536.23.001

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом понижения порядка

Коледин Виктор Владимирович

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры гуманитарных, естественно-научных и технических дисциплин, Южно-Уральский государственный университет, филиал. Россия, г. Нижневартовск. ORCID: 0000-0002-8410-918X. E-mail: vikoled@mail.ru

Аннотация. Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами традиционно является по ряду причин непростой задачей для студентов. В статье предлагается метод понижения порядка дифференциальных уравнений этого типа, сводящий задачу к дифференциальным уравнениям первого порядка, способы решения которых хорошо известны.

Ключевые слова: линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, интегрирующий множитель, понижение порядка дифференциального уравнения.

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами традиционно вызывает у студентов большое количество вопросов и, как показывает опыт, 80–90 % студентов не могут справиться до конца с данным заданием. Причин, из-за которых так происходит, крайне много: от школьных пробелов в математике до чисто психологических проблем. Стандартный подход, прописанный в учебниках высшей математики, использующий метод неопределенных коэффициентов, довольно громоздок. Нахождение решения линейного неоднородного дифференциального уравнения требует выучивания макета частного решения дифференциального уравнения, выяснения кратности корня характеристического уравнения, работы с тригонометрическими функциями и комплексными числами, а также понимания, в каких случаях частное решение нужно искать так, а не иначе [3]. Возник вопрос, как упростить решение дифференциального уравнения, чтобы студенту было проще справиться с заданием. Ответом служит метод понижения порядка дифференциального уравнения: после некоторых преобразований с помощью замены переменной получается дифференциальное уравнение первого порядка, способов решения которого довольно много [1–3].

Пусть требуется решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами вида

$$y'' + py' + qy = f\left(x\right), \tag{1}$$

где p и q – постоянные коэффициенты.

Составим характеристическое уравнение соответствующего однородного дифференциального уравнения: $k^2 + pk + q = 0.$

Рассмотрим случай, когда дискриминант характеристического уравнения неотрицателен, а значит, k_1 и k_2 – действительные числа. Тогда уравнение (1) преобразуется к виду

$$y'' - (k_1 + k_2)y' + k_1k_2y = f(x) \text{ или } y'' - k_1y' - k_2(y' - k_1y) = f(x). \tag{2}$$

В результате получаем

$$(y' - k_1y)' - k_2(y' - k_1y) = f(x). \tag{3}$$

Уравнение (3) после замены $g(x) = y' - k_1y$ принимает вид

$$g'(x) - k_2g(x) = f(x). \tag{4}$$

Уравнение свелось к линейному неоднородному дифференциальному уравнению первого порядка, которое можно решить, например, с помощью метода интегрирующего множителя $\mu\left(x\right)$.

$$\mu(x)g'(x) - k_2\mu(x)g(x) = \mu(x)f(x). \tag{5}$$

Интегрирующий множитель будем искать в таком виде, чтобы $k_2\mu(x) = \mu'(x)$. Тогда левую часть (5) можно преобразовать по формуле производной произведения:

$$\mu(x)g'(x) - \mu'(x)g(x) = \mu(x)f(x), \tag{6}$$

где

$$\mu(x) = e^{\int k_2 dx} = e^{k_2 x}. \tag{7}$$

Уравнение (6) перепишем в виде

$$\left(\mu(x)g(x)\right)' = \mu(x)f(x). \tag{8}$$

Интегрируя левую и правую часть (8) и выражая искомую функцию, имеем

$$g(x) = \frac{\int \mu(x)f(x)dx}{\mu(x)}. \tag{9}$$

Вернувшись к переменной *y*, получим линейное неоднородное уравнение первого порядка:

$$y' - k_1 y = \frac{\int \mu(x)f(x)dx}{\mu(x)}. \tag{10}$$

Таким образом, с помощью замены переменной линейное дифференциальное уравнение второго порядка свели к линейному дифференциальному уравнению первого порядка.

Рассмотрим приведенную теорию на примере.

Пример. Необходимо найти решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка

$$y'' - 2y' - 3y = x^2.$$

Решая характеристическое уравнение, находим его корни $k_1 = 3,\ k_2 = -1$. Зная корни, уравнение можно переписать в виде

$$y'' - 3y' + y' - 3y = x^2.$$

Сгруппируем слагаемые

$$\left(y'' + y'\right) - 3\left(y' + y\right) = x^2$$

и перепишем уравнение в виде

$$\left(y' + y\right)' - 3\left(y' + y\right) = x^2.$$

Сделаем замену

$$g = y' + y.$$

Тогда уравнение примет вид

$$g' - 3g = x^2.$$

Будем решать уравнение методом интегрирующего сомножителя, используя

$$\mu(x) = e^{-3x}.$$

Получаем

$$e^{-3x}g' - 3e^{-3x}g = e^{-3x}x^2.$$

Левая часть сворачивается по формуле производной произведения

$$\left(e^{-3x}g\right)' = e^{-3x}x^2.$$

Интегрируя обе части, получим

$$e^{-3x}g = \int e^{-3x}x^2 dx.$$

Применив метод интегрирования по частям и выразив g, имеем

$$g = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x - \frac{2}{27} + C_1 e^{3x}.$$

Возвращаемся к замене:

$$y' + y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x - \frac{2}{27} + C_1 e^{3x}.$$

Решая данное уравнение, получаем ответ:

$$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{9}x-\frac{14}{27}+\frac{C_1}{4}e^{3x}+C_2e^{-x}.$$

Из этого решения нетрудно выделить, как общее решение линейного однородного дифференциального уравнения, так и частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения.

$$y_{чр}=-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{9}x-\frac{14}{27} \text{ и } y_{о.о}=\frac{C_1}{4}e^{3x}+C_2e^{-x}.$$

Если решать данное дифференциальное уравнение стандартным образом, то отличие от данного ответа будет только в общем решении, а именно в виде произвольной постоянной C_1.

В заключении отметим, что предложенная идея понижения порядка линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами помогает, во-первых, закрепить методы решения дифференциальных уравнений первого порядка, а во-вторых, позволяет повысить процент студентов, доведших до конца решение дифференциального уравнения, поскольку действия при решении сводятся к элементарным. Алгоритм этих действий хорошо запоминается, а через практику хорошо усваивается.

Список литературы

1. Высшая математика для экономистов : учеб. для вузов / под ред. проф. Н. Ш. Кремера. М. : ЮНИТИ, 2002.

2. *Пискунов Н. С.* Дифференциальное и интегральное исчисление : учеб. пособие для втузов. Т. 1. М. : Интеграл-Пресс, 2002. 416 с.

3. *Шипачев В. С.* Высшая математика : учеб. пособие для вузов. Изд. 8-е, перераб. и доп. М. : Юрайт, 2021. 447 с.

Solution of a linear inhomogeneous differential equation of the second order with constant coefficients by the method of decreasing the order

Koledin Viktor Vladimirovich

PhD in Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Humanities, Natural Sciences and Technical Disciplines, South Ural State University (branch).
Russia, Nizhnevartovsk. ORCID: 0000-0002-8410-918X. E-mail: vikoled@mail.ru

Abstract. Solving a linear inhomogeneous second-order differential equation with constant coefficients is traditionally a difficult task for students for a number of reasons. The article proposes a method for lowering the order of differential equations of this type, reducing the problem to differential equations of the first order, the methods of solving which are well known.

Keywords: linear inhomogeneous differential equation of the second order with constant coefficients, integrating factor, lowering the order of the differential equation.

References

1. *Vysshaya matematika dlya ekonomistov : ucheb. dlya vuzov* – Higher Mathematics for economists : studies. for universities / ed. by prof. N. S. Kremer. M. UNITY. 2002.

2. *Piskunov N. S. Differencial'noe i integral'noe ischislenie : ucheb. posobie dlya vtuzov. T. 1* [Differential and integral calculus : textbook manual for higher education institutions]. Vol. 1. M. Integral-Press. 2002. 416 p.

3. *Shipachev V. S. Vysshaya matematika : ucheb. posobie dlya vuzov. Izd. 8-e, pererab. i dop.* [Higher mathematics : textbook manual for universities. Ed. 8th, reprinted and exp.]. M. Yurayt. 2021. 447 p.

УДК 159.955 DOI 10.25730/VSU.0536.23.002

О диалогах Платона и методах восхождения от житейских понятий к научным

Когаловский Сергей Рувимович
кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики, информатики и методики обучения, Шуйский филиал, Ивановский государственный университет. Россия, г. Иваново. E-mail: askogal@yandex.ru

Аннотация. Диалоги Платона являются прекрасными образцами обсуждений учителя и ученика, ведущих ученика от наивных представлений к зрелому понятию. В заметке раскрываются используемые в них когнитивные механизмы. На этих механизмах основывается продуктивная стратегия приобщения учащихся к фундаментальным математическим понятиям. В заключительной части заметки мы обращаемся к образу пещеры как к метафорическому выражению состояния сознания познающего субъекта, в котором обострение его «внутреннего зрения» открывает возможность «увидеть» с позиции вненаходимости не только предмет исследования, но и себя как его познающего.

Ключевые слова: диалоги Платона, когнитивный диссонанс, обращенность к целому, понятие математической структуры, категория количества, образ пещеры как состояния обостренного «внутреннего зрения».

Диалоги Платона являются прекрасными образцами обсуждений учителя и ученика, ведущих ученика от наивных представлений, от житейского понятия к зрелому понятию. Рассмотрение их с метапредметных позиций позволяет усмотреть общую схему их построения и тем раскрыть используемые в них когнитивные механизмы. Эта схема такова:

1. Обсуждение исследуемого житейского понятия на обыденном уровне.
2. Осуществление собеседником-учителем столкновений с пограничными ситуациями, то есть с такими, в которых выявляется размытость содержания житейского понятия. Они создаются обращениями к таким предметам, в отношении которых выявляется принципиальная неразрешимость вопросов об их вхождении в объем этого понятия. Это порождает у собеседника-ученика когнитивный диссонанс, а с ним осознание необходимости уточнения исследуемого понятия и энергию направленности на его поиск.
3. Процесс уточнения этого понятия осуществляется как процесс восхождения к такому целому, в рамках которого, с позиций которого это понятие необходимо или, по крайней мере, целесообразно рассматривать. Находимое в рамках этого целого уточнение является, по сути, продуктивной моделью исходного житейского понятия, представляющей компонент или аспект этого целого. Оно исследуется как предмет освоения.

Эта схема не просто раскрывает используемые в платоновских диалогах когнитивные механизмы. Она раскрывает их в рамках раскрываемой ею логики процесса уточнения житейского понятия как логики процесса восхождения к подходящему целому и погружения рассмотрения исследуемого житейского понятия в рамки этого целого, исследование его с позиций этого целого, а тем самым как логики восхождения к системному подходу (диалоги Платона демонстрируют его начальные проявления). Абстрактной формой такого целого является понятие математической структуры по Бурбаки (точнее говоря, его элементарный вариант, обычно рассматриваемый в общей теории систем). Обращение к этому понятию есть «овнешнение» такой «внутренней» направленности описываемых процессов.

Понятие математической структуры относится к категории количества. И уже это говорит о месте и роли количественных (в современном понимании) планов в исследовательской деятельности, о том, что восхождение к конкретному, постижение сущности осуществимо (и выразимо) через обращения к количественным планам[1]. Это метафорически выражает пифагорейский тезис «все есть число».

[1] Говоря здесь о количественных планах во множественном числе, мы имеем в виду в первую очередь то, что изучение объекта состоит в изучении не только его «собственных» свойств, но и его связей и отношений с внешними по отношению к нему объектами. К тому же и его «собственные» свойства познаваемы посред-

Здесь нелишне подчеркнуть, что категория количества представляется далеко не единственно понятиями числа, вычисления, измерения, величины. Вместе с другими философскими категориями она представляет формирующиеся и развивающиеся всеобщие формы действительного и возможного, бытия и мышления, знания, деятельности. И потому к ней должно относить не только соответствующие онтологические (в традиционном понимании) планы, но и общие методы, характерные для исследований количественных планов, а значит, общие методы, общие формы математических исследований, не в последнюю очередь такие, как абстрагирование, схематизация, трансцендирование, идеализация, моделирование. Все это высвечивает место и роль гуманитарного плана во всякой научно-исследовательской деятельности. Роль субъектного начала в математической деятельности, в формировании фундаментальных математических понятий заставляет видеть в математике гуманитарную область знания. Как никакие другие области знаний математика использует радикальные абстрагирования, радикальные идеализации, радикальные трансцендирования, обращенности к возможным мирам. Идеальные методы исследования идеальных объектов способствуют обращенности к возможным мирам, а с нею обращенности к проблемам формирования и развития орудий исследований в таких мирах и «средств производства» таких орудий. В условиях использования идеальных способов изучения идеальных объектов, погруженных в идеальные миры, и приложений его результатов, в условиях нарастания разнообразия рассматриваемых объектов и методов их исследования происходит развитие субъектов такой деятельности, рождается новый тип мышления, новый тип рефлексии. Их развитие сопровождается развитием воображения, нарастанием дальновидения и дальнодействия мышления, нарастанием его многомерности и многоуровневости [3]. Нарастающее разнообразие исследуемых идеальных миров способствует и более глубокому постижению миров, ставших классическими, усмотрению их уникальности. Обращения к возможным мирам обогащают математику и как «часть физики» и ведут к далеко идущему ее развитию. Достижения математики в области формирования, развития и широкого использования идеальных орудий исследовательской деятельности и «средств производства» таких орудий делают ее важной «частью» эпистемологии. Как никакая другая область знаний математика использует и развивает способность человека «выходить за свои собственные границы и находить основания своего бытия вне той или иной культуры, идеологии, этноса, общества… Подлинное бытие личности… заключается… в постоянном преодолении любых границ, любых форм предметно-сущего» [1, с. 80].

Вбирая в себя предметное богатство, относящееся к категории количества, математика преобразует его в метапредметное богатство и развивает его, превращая в эффективные и широко используемые орудия поисково-исследовательской деятельности, в орудия восхождения от абстрактного предметного к конкретному метапредметному, в «средства производства» таких орудий. Выступая в качестве «средств производства» разнообразных орудий исследовательской деятельности, фигурируя в необозримо широком разнообразии научных и общекультурных контекстов и в предметных, и в орудийных ролях, фундаментальные понятия математики являют ее метапредметную и метаорудийную природу.

Но не слишком ли общим является такое понимание категории количества? Сообразуется ли оно с тем, что эта категория связана с «отображением общего в качественно однородных вещах и явлениях», с тем, что «чтобы выявить в них это общее, необходимо, во-первых, установить их однородность, т. е. показать, в каком именно отношении они эквивалентны между собой, во-вторых, выделить то свойство или отношение, по которому рассматриваемые вещи сравниваются, и абстрагироваться от других их свойств» [9]? Но разве любые объекты, рассматриваемые как принадлежащие какому-нибудь множеству, не качественно однородны в отношении принадлежности этому множеству? Да и «поскольку все явления в природе и человеческой истории существуют в пространстве и изменяются во времени, постольку они и могут рассматриваться… со стороны лишь количественных различий, а категория количества является универсальной, т. е. логической категорией, необходимой ступенькой познания действительности» [8]. Здесь уместно отметить и относимость логик к категории количества.

При исследовании проблем обучения математике обращение к диалогам Платона напрашивается как обращение к продуктивной стратегии восхождений к фундаментальным математическим понятиям, образующим несущий каркас математических знаний и арсенал несомых ими орудийных средств, к стратегии восхождений от эмпирического, или рассудочного уровня мышления на теоретический, на уровень разумного мышления, и его освоения. Эта стратегия выражается схемой, приведенной в начале статьи[2].

ством изучения его связей и отношений с внешними по отношению к нему объектами, а значит, посредством изучения этого объекта как компонента тех или иных математических структур.

[2] Средства реализации такой стратегии представлены, в частности, в [4; 5, с. 23–35; 7]. См. также [2, с. 39–48].

Конечно, форма воплощения этой стратегии, «тактические» средства ее воплощения не могут не быть иными, чем в диалогах Платона. Они не могут не сообразовываться с местом и ролью логического плана в математической деятельности, с природой математики, с особенностями психологии развивающейся математической деятельности, с целями и средствами развивающего обучения. К тому же если в диалогах Платона начальные представления о предметах исследования и о тех целостностях, обращения к которым проясняют сущности этих предметов, уже имеются у собеседника-ученика (в силу его социализированности), то при обучении математике необходимо формировать и начальные представления, играющие роли истоков фундаментальных понятий, как их «предыстории».

Освоение фундаментального математического понятия – это, говоря метафорически, освоение молота вместе с наковальней, в их единстве. Этому не отвечает прямое введение такого понятия посредством его определения (даже снабженное предваряющими пояснениями) [см. 6; 7].

Процесс освоения такого понятия, долженствующего играть полифункциональную роль как на предметном, так и на метапредметных уровнях, не может быть линейным, не может не сопровождаться возвращениями к его началам (тогда как процесс развертывания диалогов Платона носит линейный или почти линейный характер). О важности предваряющих стадий восхождений к таким понятиям и о непродуктивности прямого их введения говорит и то, что более поздние, более продвинутые формы познавательной деятельности «требуют для своего появления примитивного фона, из которого они дифференцируются и из которого никогда полностью не отделяются… Согласно Х. Вернеру возврат… к примитивным формам познания… является необходимым механизмом дальнейшего развития» [14, с. 86]. Такой процесс не может не предваряться формированием «предыстории» понятия и не сопровождаться обращениями к представлениям, долженствующим служить истоками этого понятия [7]. Этим создается и возможность активного участия учащихся в таком процессе как субъектов учебной деятельности. «Предыстория» должна служить пред-«наковальней» для «молота» деятельности, направленной на «выковывание» понятия как орудия математической деятельности.

Процесс продуктивного освоения фундаментального математического понятия не может не быть, прежде всего, процессом его формирования, процессом многоступенного восхождения к нему вместе с постижением логики самого этого процесса. Последнее роднит его с системой обучения Эльконина – Давыдова в плане направленности на освоение учащимися теоретического мышления. Однако в отличие от системы Эльконина – Давыдова такой процесс широко использует развивающееся эмпирическое мышление как необходимый, как всепронизывающий компонент теоретического мышления, как форму его представления, как необходимое средство его развития.

Если «предыстория» такого понятия подобна камню, служащему пред-«наковальней» для его формирования, то крепкой «наковальней», пригодной для того, чтобы овладевать его широким использованием как «молота», для того чтобы этот процесс стал образцом формования «кузнечных» орудий, является долженствующая осознаваться учащимися используемая метатеоретическая база.

Обращенность к метатеоретическому плану необходима для видения учащимися «несущей конструкции» процесса освоения такого понятия, для того чтобы посредством этого смочь «укореняться» на уровне теоретического мышления, осваивать его и далее. Она вместе с «предысторией» понятия является и необходимым средством формирования и освоения «наковальни».

Освоение учащимися фундаментальных математических понятий становится продуктивным посредством активного их участия в процессах восхождения к ним от наивных представлений, в процессах их формирования. Такой процесс – это процесс освоения и развития необходимых когнитивных механизмов и отправных представлений учащихся, сопровождаемый их многоступенными преображениями. Он ведет к смысловому скачку, несущему рождение понятия как творческого продукта в смысле А. Ф. Лосева [11]. Освоение сформированного понятия – это процесс формирования сопутствующих ему понятий, это процесс наращивания его связей с уже освоенными понятиями, это процесс расширения освоенной системы знаний и ее преображения. Это процесс построения такого целого, в рамках которого формируемое понятие предстает как широко используемое эффективное орудие исследовательской деятельности и как эффективное средство производства таких орудий. Он протекает как процесс «вызревания» теоретического мышления в лоне развивающегося эмпирического мышления и не единожды сопровождается смысловыми скачками.

Результатом такого процесса является рождение целого как двуединства следующих его форм. Одна из них – это математическая структура, такая, что сформированное понятие выступает в ней либо как одно из ее ведущих, определяющих ее отношений, либо как отношение, определяемое через определяющие ее отношения. Вторая форма – это теория (или начала теории), представляющая сформированное понятие как эффективное орудие исследовательской деятельности и эффективное «средство производства» таких орудий и как несущая эффективные формы его представления в этих качествах.

Описанная стратегия – это не просто одна из эффективных стратегий освоения фундаментальных математических понятий, это и не просто «природосообразная» стратегия такого рода. Она необходима как стратегия, отвечающая целям развивающего обучения [7].

Если бытующие системы обучения формируют у учащихся платонистское понимание фундаментальных математических понятий и несомых ими методов как предзаданных, как имеющих онтологическую природу, то осознание того, что эти понятия имеют деятельностную природу, что они формируются как модели представлений, имеющих деятельностное происхождение, преображает сознание учащихся, раскрепощает их как субъектов учебной деятельности, преображает характер их мышления, пробуждая в них фантазию, воображение, творческое начало и необходимую для него высокую детскость [4]. Этому способствует формируемая у них описанными процессами релятивизация представлений, смыслов, оснований как на предметных, так и на метапредметных уровнях [4, глава 10].

Диалог о пещере играет особую роль в творчестве Платона. В нем «…мы имеем сокращенную транскрипцию всего платонизма. С необычайной интенсивностью используя удачно найденный образ, Платон в немногих словах запечатлевает все им постигнутое». В нем «с полною раздельностью устанавливается четыре различных духовных состояния: 1. Пребывание в узах на дне пещеры и почитание за истину теней. 2. Освобождение от уз и до мучительности трудное восхождение по крутым склонам к выходу из пещеры. 3. Постепенное, медленно завоевываемое зрение на истинные предметы, находящиеся вне пещеры и освещаемые солнцем. 4. Наконец, переход от предметов, лишь освещаемых солнцем, к самому солнцу…» – говорится в замечательной работе [15, с. 466].

Однако при всем том, что этот образ стал «столь животворным, столь властным… символом» [там же], при всем том, что «пещера навсегда стала внутренней реальностью человеческого духа» [там же], не менее естественным и не менее выразительным является использование его как метафорического выражения того состояния сознания познающего субъекта, в котором обострение его «внутреннего зрения» открывает возможность «видеть» предмет мышления с позиций вненаходимости по отношению не только к миру, в котором он пребывает, но и по отношению к самому себе как ищущему и познающему, с позиций направленности на восхождение к эйдосу[3]. Именно «в пещере» открывается возможность осуществления феноменологической редукции по Гуссерлю. Именно «в пещере» открывается возможность восхождений от обыденных, наивных представлений, от житейских понятий к научным понятиям как к их продуктивным моделям. «В пещере» осуществляется восхождение на теоретический уровень мышления. «Погружение в пещеру» – это погружение в «сумерки» радикального абстрагирования как средства восхождения к конкретному, как средства восхождения к сущности, открываемой и выражаемой на мета-метапредметном уровне. Такое восхождение начинается с первичного усмотрения «в сумерках входа в пещеру» формы «тени» исследуемого объекта и форм его исследования.

«Тени», отбрасываемые «извне» на вход в «пещеру», их формы, формы их «движений» – это то, что не «усматриваемо» «вне ее», «на свету». В погружении в «пещеру» начало идеи числа. В нем начало более высокой идеи, стоящей за идеей числа и метафорически выражаемой словом «число». В нем начало математической деятельности. В нем исток методологии математики. Обращенность к «теням» – это начальная форма обращенности к

категории количества, к количественным планам, являющимся всепронизывающими планами исследовательской деятельности.

«Углубление в пещеру» несет сосредоточение на количественных планах. Оно открывает возможность развития собственно математического плана, возможность формирования и развития орудий математической деятельности и отвечающих им форм исследования. «Углубление в пещеру» – это радикальное обострение «внутреннего зрения», способствующее усмотрению-открытию таких идеальных (трансцендентальных) форм и самого исследуемого предмета и методов его исследования, которые ведут к усмотрению его сущности. Это процесс, подобный феноменологической редукции (мы говорим здесь лишь о подобии феноменологической редукции, поскольку такой процесс неотделим от дидактических, прагматических, целевых и гуманитарных установок). Обращения к вопросам метаматематики, погружения в исследование ее проблематики (так же, как и усмотрения в ее достижениях орудий собственно математической деятельности) – это еще более радикальные погружения «во тьму пещеры».

---

[3] Как замечено Ю. М. Лотманом, «стоит выделиться какому-либо уровню семиотического освоения мира, как в рамках его тотчас же намечается оппозиция… Без этого данный семиотический механизм оказывается лишенным внутренней динамики и способным лишь передавать, но не создавать информацию» [12, с. 38].

Но не в «ви́дении» в «пещере» как противопоставляемом «видению» «на свету», а в активном взаимодействии этих полярностей, несущем развитие и самих таких «ви́дений» и их взаимодействий, исток всепронизывающей роли математики. В этом исток идеи математического моделирования. Шире говоря, в этом исток общей идеи моделирования. В этом исток всепронизывающей роли категории количества, ее всепронизывающей природы. В этом природа двойственности математики, о которой говорил фон Нейман. «Двоякий лик – подлинное лицо математики» [11, с. 88–95]. Точнее говоря, подлинное лицо математики – это активные и многосторонние взаимодействия ее ликов. Более правомерно говорить не о двух, а о трех ликах математики, о ее триединстве, а не двуединстве (что согласуется с трехуровневостью научных знаний [10]). Ее третьим ликом является метаматематика, та ее область, которая одновременно является метапредметной по отношению к ней.

Трансцендентальность фундаментальных математических понятий, их недоступность чувственному опыту делают ведущим средством их исследования обострение «внутреннего зрения» «в пещере» посредством обращений к логическим средствам, к многообразным формам взаимодействий синтаксического и семантического планов, а тем самым к многообразным формам взаимодействий анализа и синтеза, формального и содержательного, взаимодействий эмпирического мышления на трансцендентальном уровне и теоретического мышления. Не просто найти такие формы взаимодействий полярных методов научной деятельности, которые не использовались бы (в соответствующем виде) в математической деятельности, в исследованиях количественных планов. И это заставляет видеть в пифагорейском тезисе «все есть число» еще более глубокий смысл, выражаемый пониманием математики как μάθησις.

Список литературы

1. *Волков В. Н.* Онтология личности. Иваново : Изд-во ИвГУ, 2001. 378 с.

2. *Когаловский С. Р.* О ведущих планах обучения математике // Педагогика. 2006. № 1. С. 39–48.

3. *Когаловский С. Р.* О природе математики // Философские науки. 2017. № 6. С. 80–95.

4. *Когаловский С. Р.* Онтогенетический подход к обучению школьников математике. Иваново : Ивановский гос. университет, 2018. 316 с.

5. *Когаловский С. Р.* Об эмпирическом компоненте теоретического мышления // Школьные технологии. 2021. № 2. С. 23–35.

6. *Когаловский С. Р.* О филогенетическом и онтогенетическом подходах к обучению // Научный поиск: личность, образование, культура. 2022. № 1 (43). С. 3–13.

7. *Когаловский С. Р.* О методе восхождения учащихся к ведущим математическим понятиям // Вестник Ивановского государственного университета. 2022. Вып. 2. С. 41–62.

8. Количество // Философская энциклопедия. Т. 2. М. : Советская энциклопедия, 1962. 575 с.

9. Количество // Новая философская энциклопедия. М. : Мысль, 2001.

10. *Лебедев С. А.* Уровни научного знания // Вопросы философии. 2010. № 1. С. 62–75.

11. *Лосев А. Ф.* Диалектика творческого акта (краткий очерк) // Контекст 1981. М. : Наука, 1982. С. 48–78.

12. *Лотман Ю. М.* Избранные статьи : в 3 т. Т. 1. Статьи по семиотике и типологии культуры. Таллинн, 1992.

13. *Нейман Дж. фон.* Математик // Природа. 1983. № 2. С. 88–95.

14. *Чуприкова Н. И.* Психология умственного развития: Принцип дифференциации. М. : Столетие, 1997. 480 с.

15. *Эрн В. Ф.* Верховное постижение Платона // В. Ф. Эрн. Сочинения. М. : Правда, 1991. С. 463–532.

About Plato's dialogues and methods of ascent from everyday concepts to scientific ones

Kogalovsky Sergey Ruvimovich

PhD in Physical and Mathematical Sciences, professor, professor of the Department of Mathematics, Computer Science and Teaching Methods, Shuisky Branch, Ivanovo State University.

Russia, Ivanovo. E-mail: askogal@yandex.ru

Abstract. Plato's dialogues are excellent examples of discussions between a teacher and a student, leading a student from naive ideas to a mature concept. The article reveals the cognitive mechanisms used in them. These mechanisms are the basis for a productive strategy of introducing students to fundamental mathematical concepts. In the final part of the note, we turn to the image of the cave as a metaphorical expression of the state of consciousness of the cognizing subject, in which the sharpening of his "inner vision" opens up the opportunity to "see" not only the subject of the study, but also himself as his cognizer from the position of non-occurrence.

Keywords: Plato's dialogues, cognitive dissonance, appeal to the whole, the concept of mathematical structure, the category of quantity, the image of a cave as a state of acute "inner vision".

References

1. *Volkov V. N. Ontologiya lichnosti* [Ontology of personality]. Ivanovo. Publishing House of IvSU. 2001. 378 p.

2. *Kogalovskij S. R. O vedushchih planah obucheniya matematike* [About the leading plans of teaching mathematics] // *Pedagogika* – Pedagogy. 2006. No. 1. Pp. 39–48.

3. *Kogalovskij S. R. O prirode matematiki* [On the nature of mathematics] // *Filosofskie nauki* – Philosophical Sciences. 2017. No. 6. Pp. 80–95.

4. *Kogalovskij S. R. Ontogeneticheskij podhod k obucheniyu shkol'nikov matematike* [Ontogenetic approach to teaching mathematics to schoolchildren]. Ivanovo. Ivanovo State University. 2018. 316 p.

5. *Kogalovskij S. R. Ob empiricheskom komponente teoreticheskogo myshleniya* [On the empirical component of theoretical thinking] // *Shkol'nye tekhnologii* – School technologies. 2021. No. 2. Pp. 23–35.

6. *Kogalovskij S. R. O filogeneticheskom i ontogeneticheskom podhodah k obucheniyu* [On phylogenetic and ontogenetic approaches to learning] // *Nauchnyj poisk: lichnost', obrazovanie, kul'tura* – Scientific search: personality, education, culture. 2022. No. 1 (43). Pp. 3–13.

7. *Kogalovskij S. R. O metode voskhozhdeniya uchashchihsya k vedushchim matematicheskim ponyatiyam* [On the method of students' ascent to the leading mathematical concepts] // *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo universiteta* – Herald of Ivanovo State University. 2022. Is. 2. Pp. 41–62.

8. *Kolichestvo* – Quantity // *Filosofskaya enciklopediya* – Philosophical Encyclopedia. Vol. 2. M. Soviet Encyclopedia. 1962. 575 p.

9. *Kolichestvo* – Quantity // *Novaya filosofskaya enciklopediya* – New philosophical encyclopedia. M. Mysl (Thought). 2001.

10. *Lebedev S. A. Urovni nauchnogo znaniya* [Levels of scientific knowledge] // *Voprosy filosofii* – Questions of philosophy. 2010. No. 1. Pp. 62–75.

11. *Losev A. F. Dialektika tvorcheskogo akta (kratkij ocherk)* [Dialectics of the creative act (a brief essay)] // *Kontekst 1981* – Context 1981. M. Nauka (Science). 1982. Pp. 48–78.

12. *Lotman Yu. M. Izbrannye stat'i : v 3 t. T. 1. Stat'i po semiotike i tipologii kul'tury* [Selected articles : in 3 vols. Vol 1. Articles on semiotics and typology of culture]. Tallinn. 1992.

13. *Neiman J. von. Matematik* [Mathematician] // *Priroda* – Nature. 1983. No. 2. Pp. 88–95.

14. *Chuprikova N. I. Psihologiya umstvennogo razvitiya: Princip differenciacii* [Psychology of mental development: The principle of differentiation]. M. Stoletie (Century). 1997. 480 p.

15. *Ern V. F. Verhovnoe postizhenie Platona* [The supreme comprehension of Plato] // *V. F. Ern. Sochineniya* [Works]. M. Pravda (Truth). 1991. Pp. 463–532.

УДК 519.24 DOI 10.25730/VSU.0536.23.003

Применение статистического моделирования в вероятностных курсах для реализации компетентностного подхода

Облакова Татьяна Васильевна
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики и математической физики,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана.
Россия, г. Москва. ORCID: 0000-0001-7130-3170. E-mail: obltv@inbox.ru

Аннотация. В статье обобщается опыт преподавания курсов теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов для студентов математических и инженерных специальностей. Предложена концепция обучения вероятностным дисциплинам с параллельным использованием систем компьютерной математики для совершенствования навыков программирования и статистического моделирования студентов. Обоснована необходимость обязательного сопровождения вероятностных курсов серией практико-ориентированных заданий, нацеленных на выработку навыков обработки больших числовых массивов, самостоятельной реализации изучаемых алгоритмов, включая элементы статистического моделирования. Предложен примерный перечень тем заданий, охватывающий всю линейку вероятностных дисциплин, входящих в учебные планы бакалавров-математиков, приведены примеры из комплекса реализованных лабораторных работ, выполненных в среде Mathcad и Python 3. Сформулирован перечень достигаемых профессиональных компетенций, вырабатываемых в процессе выполнения каждого задания.

Ключевые слова: компетентностный подход, лабораторная работа, статистическое моделирование, системы компьютерной математики.

Введение. В эпоху цифровизации традиционное преподавание, заключающееся в начитывании лекционного материала, сопровождающегося решением типовых задач на практических занятиях, все менее популярно. А в ряде курсов, таких как линейка вероятностных дисциплин (математическая статистика, теория случайных процессов, стохастический анализ и далее), усвоение теоретических понятий и выработка необходимых компетенций, в силу специфики предмета в рамках модели «лекция-семинар» просто неэффективны. Математическая статистика предполагает работу с большими массивами данных, а изучение случайных процессов лучше проходит, если мы генерируем эту случайность и имеем возможность визуализировать сложные для усвоения понятия. Сопровождение курса серией лабораторных работ – лежащее на поверхности решение этой методической проблемы [5; 10].

Речь идет не о глобальном пересмотре учебных планов, а об эффективном использовании достаточно большой доли учебного времени, отводимого на самостоятельную работу студента. На современном этапе материально-техническое оснащение образовательного процесса позволяет студенту выполнять основную часть работы в своем темпе в домашних условиях, оставив в аудиторной учебной сетке только установочную лекцию-демонстрацию и защиту выполненной работы.

Темой настоящей работы является обоснование концепции обучения вероятностным дисциплинам с обязательным параллельным использованием систем компьютерной математики и совершенствованием навыков программирования и статистического моделирования студентов.

Наряду с использованием компьютера для визуализации изучаемого материала в аудиторных занятиях [2] эта концепция подразумевает разработку серии домашних заданий – лабораторных работ для сопровождения учебного процесса. Целью является не только освоение основных понятий, но также получение навыков работы с системами компьютерной математики, в частности, моделирования статистических данных. Последняя компетенция в настоящее время составляет неотъемлемую часть большинства исследовательских работ.

Примерный перечень тем лабораторных заданий.

Математическая статистика:

1. Первоначальная обработка статистических данных;
2. Моделирование заданного дискретного закона распределения;
3. Моделирование абсолютно непрерывного закона распределения;
4. Построение доверительных интервалов для параметров распределения;
5. Проверка простых параметрических гипотез о параметрах нормального закона;
6. Последовательный критерий отношения правдоподобия Вальда;
7. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона;

8. Создание численного критерия на основе предложенной метрики;
9. Простейшая линейная регрессионная модель.

Теория случайных процессов и стохастический анализ:
1. Моделирование траекторий марковской цепи и изучение ее свойств;
2. Моделирование гауссовского процесса с заданной автоковариационной функцией;
3. Моделирование двумерного винеровского процесса и изучение его свойств;
4. Моделирование и изучение свойств модели ARMA(p,q);
5. Фильтр Калмана;
6. Численное решение стохастических дифференциальных уравнений.

Приведенный перечень не претендует на полноту, скорее, это список реализованных работ. Остановимся подробнее на некоторых пунктах.

Первоначальная обработка статистических данных. Цель работы: освоение основных понятий математической статистики и поэтапная реализация процедуры первоначальной обработки статистических данных.

Эта задача встречается в любой области деятельности, ее решение уже превратилось в рутинную процедуру. В таких системах компьютерной математики, как R, Excel [3; 4; 7; 8] и других, имеются блоки для решения как этой, так и других стандартных статистических задач. Поскольку в своей практической деятельности выпускник будет осуществлять первоначальную обработку данных автоматизированно, особенно важно на начальном этапе обучения подробно разобрать алгоритм работы соответствующих встроенных функций. Предполагается, что студент самостоятельно выбирает систему компьютерной математики. Ниже приведен текст условия и фрагмент выполнения задания в среде MATHCAD.

Задание. По приведенной выборке требуется:

1. Найти крайние члены вариационного ряда и размах выборки.
2. Осуществить группировку данных (количество интервалов находим по правилу Стёрджеса).
3. По сгруппированным в пункте 2 данным построить гистограмму относительных частот, используя встроенные функции.
4. По виду гистограммы определить возможный закон распределения, оценить параметры этого закона по методу моментов или максимального правдоподобия, построить совмещенные графики гистограммы и плотности предполагаемого закона.
5. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график; вычислить выборочное среднее и выборочную дисперсию.

Импортируем массив данных, находим крайние члены вариационного ряда и размах выборки. Этот начальный этап обработки представлен на рисунке 1.

ORIGIN := 1

$n := 100$

$l := \mathrm{trunc}(1 + 3.32\cdot\log(n))$

$l = 7$

$\max(x) = 10.39$

$\min(x) = 0.02$

$$x := \begin{pmatrix} 1.913 & 2.875 & 3.302 & 2.338 & 3.967 & 0.702 & 0.655 & 2.038 & 0.342 & 0.331 \\ 8.936 & 7.5 & 0.86 & 1.763 & 3.297 & 2.003 & 3.036 & 6.432 & 3.267 & 2.78 \\ 0.679 & 2.7 & 0.927 & 3.094 & 2.928 & 2.274 & 4.5 & 3.229 & 5.441 & 2.86 \\ 8.084 & 4.336 & 3.673 & 1.261 & 1.217 & 0.383 & 6.351 & 0.561 & 0.276 & 3.415 \\ 2.626 & 1.753 & 2.088 & 0.552 & 4.465 & 5.842 & 6.888 & 1.189 & 0.454 & 5.123 \\ 3.136 & 0.25 & 3.536 & 0.369 & 0.859 & 8.418 & 3.623 & 2.261 & 2.289 & 2.373 \\ 3.884 & 3.107 & 0.02 & 0.354 & 6.632 & 4.586 & 1.594 & 2.683 & 10.39 & 0.648 \\ 0.471 & 10.102 & 0.094 & 0.192 & 0.471 & 6.658 & 4.263 & 0.049 & 4.102 & 0.818 \\ 0.617 & 1.39 & 1.527 & 5.405 & 2.492 & 5.335 & 0.521 & 1.716 & 0.489 & 0.228 \\ 2.839 & 2.647 & 1.243 & 5.501 & 1.115 & 7.52 & 4.539 & 1.494 & 0.865 & 0.869 \end{pmatrix}$$

Рис. 1. Начальный этап обработки данных

Осуществляем группировку и строим гистограмму относительных частот, используя встроенные функции (рисунок 2).

$$h := \frac{\max(x) - \min(x)}{1}$$

$$f := \mathrm{histogram}(1, x) = \begin{pmatrix} 0.761 & 37 \\ 2.242 & 24 \\ 3.724 & 17 \\ 5.205 & 10 \\ 6.686 & 5 \\ 8.168 & 4 \\ 9.649 & 3 \end{pmatrix}$$

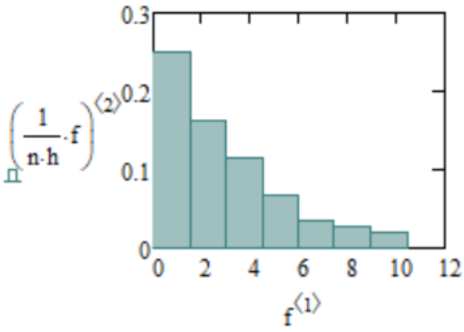

Рис. 2. Построение гистограммы относительных частот

По виду гистограммы заключаем, что распределение эмпирических частот похоже на показательный закон, оцениваем параметр распределения λ по методу моментов и строим совмещенные графики (рисунок 3).

$$M\xi := \int_0^\infty x \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}\, dx \ \Big|\begin{matrix} \text{simplify} \\ \text{assume}, \lambda > 0 \end{matrix} \rightarrow \frac{1}{\lambda}$$

$$m := \mathrm{mean}(x) = 2.841 \qquad \lambda := \frac{1}{m} = 0.352$$

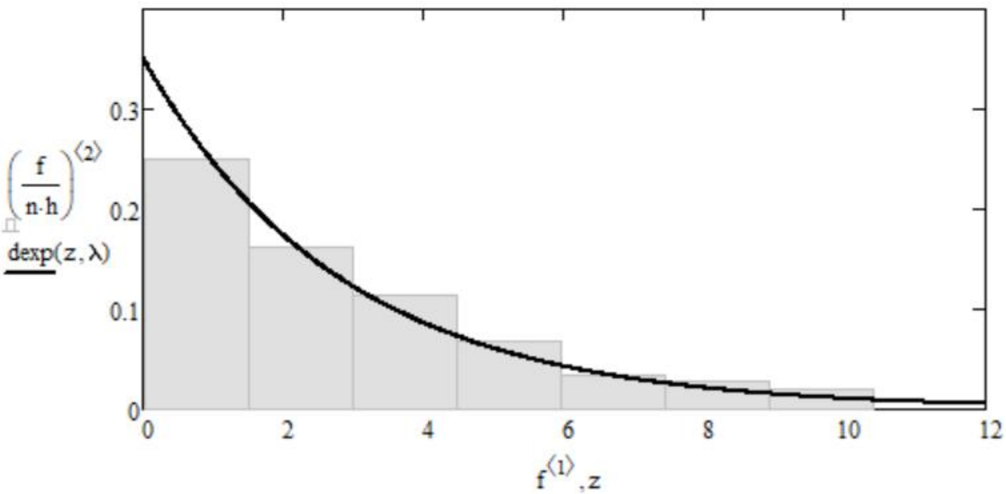

Рис. 3. Совмещенные графики гистограммы и подобранного закона

Таким образом, в процессе выполнения работы студент осваивает не только начальные понятия математической статистики, но и получает навыки работы в выбранной системе компьютерной математики. Также при подборе закона распределения возникает задача оценки параметров, которая может быть решена разными методами, что логично приводит к изучению качества оценок. Далее в процессе обучения студент может применять изучаемые критерии для проверки различных гипотез о выборке [6; 9].

Последовательный критерий отношения правдоподобия Вальда. Современные системы компьютерной математики позволяют достаточно просто и наглядно визуализировать трудные для усвоения понятия, к которым можно отнести отношение правдоподобия. В качестве примера рассмотрим лабораторную работу на критерий Вальда, здесь используются вычислительные и графические возможности MATHCAD.

Задание. По приведенной выборке из нормального закона с известной дисперсией σ_1^2:

1. Постройте на уровне значимости α критерий для проверки гипотезы о значении математического ожидания $H_0: a = a_0$ против простой альтернативы $H_1: a = a_1$.

2. Найдите ошибку второго рода β построенного критерия.

3. Постройте последовательный критерий Вальда для проверки $H_0: a = a_0$ против альтернативы $H_1: a = a_1$ при заданной ошибке первого рода α и вычисленной ошибке второго рода β.

4. Развернув таблицу данных по столбцам, примените построенный критерий к заданной выборке, сформулируйте результат. Дайте графическую иллюстрацию последовательного критерия.

5. Вычислите математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе H_0 и при альтернативе H_1.

6. Сравните результаты применения критериев Вальда и Неймана – Пирсона и сформулируйте выводы.

Данные. Массив объемом $n = 120$;

$\alpha = 0.05$ – уровень значимости;
$\sigma_1 = 2$-известная дисперсия;
$H_0: a = -3.5$ – основная гипотеза;
$H_1: a = -4$ – альтернатива.

Критерий строим на основе статистики $\frac{\overline{X}-a}{\sigma_1} \cdot \sqrt{n}$, распределение которой как известно, является стандартным нормальным, что в случае заданной левосторонней альтернативы приводит к следующему критическому множеству:

$$S = \left\{\frac{\overline{X}-a_0}{\sigma_1} \cdot \sqrt{n} \le u_\alpha\right\} = \left\{\overline{X} \le a_0 + \frac{u_\alpha \sigma_1}{\sqrt{n}}\right\} = \{\overline{X} \le c\}. \tag{1}$$

Тогда ошибка второго рода вычисляется по формуле

$$\beta = P(\overline{X} > c | a_1) = 1 - \Phi\left(u_\alpha + \frac{a_0 - a_1}{\sigma_1}\sqrt{n}\right). \tag{2}$$

Подставив значения констант, получаем критерий $S = \{\overline{X} \le -3.8\}$ и ошибку второго рода $\beta = 0.137$ (рисунок 4).

ORIGIN := 1 n := 120

$$x := \begin{pmatrix} -10.038 & -5.731 & -3.571 & -4.769 & -2.148 & -5.876 & -2.89 & -5.026 & -6.664 & -6.096 \\ 0.547 & -6.359 & -8.738 & -3.841 & -3.484 & -5.938 & -4.247 & -7.16 & -2.433 & -3.9 \\ -1.69 & -0.59 & -3.802 & -4.19 & -1.819 & -2.458 & 1.452 & -3.434 & -5.249 & -2.01 \\ -4.633 & -3.08 & -8.746 & -5.19 & -3.556 & -2.031 & -4.076 & -2.69 & -4.211 & -2.686 \\ -3.498 & -2.744 & -3.635 & -6.06 & -4.377 & -3.914 & -2.641 & -5.916 & -4.041 & -2.953 \\ -6.094 & -6.146 & -2.992 & -4.37 & -0.334 & -6.045 & -2.156 & -5.746 & -2.191 & -6.026 \\ -2.762 & -5.168 & -3.052 & -2.823 & -6.32 & -2.055 & -3.915 & -4.372 & -0.723 & -3.751 \\ -4.142 & -1.953 & -4.221 & 0.238 & -2.718 & -5.712 & -2.016 & -3.995 & -7.838 & -3.634 \\ -3.843 & -1.986 & -3.188 & -1.993 & -6.454 & -4.969 & -5.13 & -6.158 & -2.055 & -3.492 \\ -5.332 & -9.888 & -2.272 & -5.609 & -3.733 & -6.413 & -2.637 & -3.782 & -4.319 & -2.973 \\ -4.319 & -3.607 & -3.343 & -3.979 & -2.975 & -5.756 & -5.843 & -4.214 & -6.592 & -6.628 \\ -1.026 & -1.497 & -5.495 & -4.451 & -3.347 & -4.243 & -3.505 & -1.886 & -3.364 & -3.669 \end{pmatrix}$$

xm := mean(x) = −4.015 Var(x) = 3.916

$\alpha := 0.05$ $\sigma := 2$ a0 := −3.5 a1 := −4

$$c := a0 - \frac{\mathrm{qnorm}(1-\alpha, 0, 1)}{\sqrt{n}} \cdot \sigma = -3.8$$ критическое значение

$$\beta := 1 - \mathrm{cnorm}\left[\frac{(c - a1)\cdot\sqrt{n}}{\sigma}\right] = 0.137$$ ошибка второго рода

Рис. 4. Вычисление критического значения и ошибки второго рода

Поскольку выборочное среднее для заданного массива $\overline{X} = -4.015$ попадает в критическое множество (1), основную гипотезу нужно отклонить.

Далее превращаем матрицу в одномерный массив (по столбцам), используя встроенную функцию (рисунок 5) и строим критерий Вальда с заданной ошибкой первого рода и вычисленной ошибкой второго рода (2).

$$A = \frac{1-\beta}{\alpha}, B = \frac{\beta}{1-\alpha}. \tag{3}$$

$k := 12 \qquad m := 10 \qquad j := 1..k \cdot m$

$$X_j := x_{j-k\,\mathrm{floor}\left(\frac{j-1}{k}\right),\, 1+\mathrm{floor}\left(\frac{j-1}{k}\right)}$$

$X^T =$

	1	2	3	4	5	6	7
1	-10.038	0.547	-1.69	-4.633	-3.498	-6.094	...

Рис. 5. Чтение массива по столбцам

Статистикой критерия будет случайный набор$(\nu, X_1, \dots X_\nu)$, где $\nu = \min\{n: z(\vec{X}_n) \notin (B, A)\}$, а отношение правдоподобия имеет вид:

$$z(\vec{X}_n) = \frac{L(\vec{X}_n, a_1, \sigma_1)}{L(\vec{X}_n, a_0, \sigma_1)} = \prod_{k=1}^{n} \frac{p(X_k, a_1, \sigma_1)}{p(X_k, a_1, \sigma_1)} = exp\left\{\frac{a_1 - a_0}{\sigma_1^2} \sum_{k=1}^{n} X_k + n\frac{a_0^2 - a_1^2}{2\sigma_1^2}\right\}. \tag{4}$$

Критерий: если $z(\vec{X}_\nu) \geq A$, то принимается H_1, если $z(\vec{X}_\nu) \leq B$, то принимается H_0.

Как видно из рисунка 6 в рассматриваемом примере, принимается альтернативная гипотеза.

На этом же рисунке отмечено критическое значение C для критерия Неймана – Пирсона, которое, как следует из (4), равно

$$C = exp\left\{\frac{a_1 - a_0}{\sigma_1^2} \sum_{k=1}^{n} X_k + n\frac{a_0^2 - a_1^2}{2\sigma_1^2}\right\}. \tag{5}$$

$A := \frac{1-\beta}{\alpha} = 17.259 \qquad B := \frac{\beta}{1-\alpha} = 0.144$ критические значения

$$Lf(j) := \prod_{i=1}^{j} e^{\left[\frac{X_i \cdot (a1 - a0)}{\sigma^2} + \frac{a0^2 - a1^2}{2 \cdot \sigma^2}\right]}$$ отношение правдоподобия

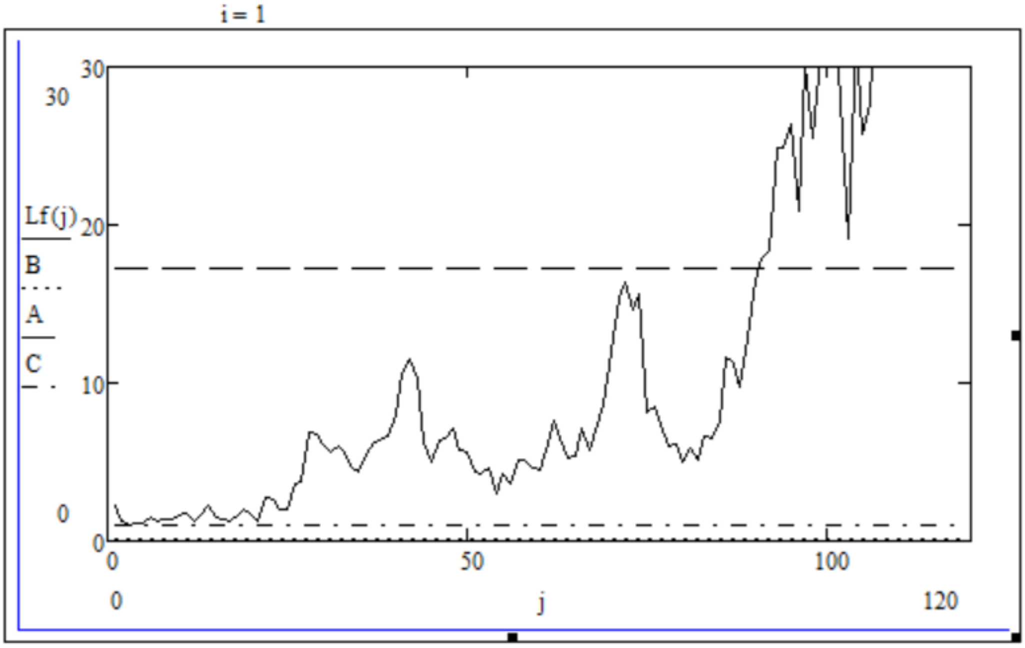

Рис. 6. Иллюстрация работы критерия Вальда

Таким образом, формулируем вывод о совпадении результатов применения критериев Вальда (3) и Неймана – Пирсона с критическим значением (5) и изучаем особенности их применения. Выборку лучше генерировать так, чтобы данных хватило для принятия решения.

На выходе можно ожидать прочного усвоения смысла отношения правдоподобия в контексте задачи проверки статистических гипотез и всего комплекса связанных с этой задачей понятий.

Моделирование гауссовского процесса с данной автоковариационной функцией. Целью этой лабораторной работы является усвоение понятия автоковариационной функции на примере достаточно несложно моделируемого гауссовского процесса. Ниже приведен полный текст задания и фрагменты выполнения на языке Python3.

Задание. На отрезке $[0, T]$ с шагом h смоделируйте n траекторий гауссовского процесса с заданным математическим ожиданием $m(t)$ и заданной автоковариационной функцией $K(t_1, t_2)$. Выведите на печать две–три траектории.

Выберите несколько сечений смоделированного процесса ξ_{t_i} и постройте гистограммы относительных частот, совмещенные с теоретической плотностью распределения СВ ξ_{t_i}.

Выберите несколько пар сечений построенного процесса (для далеких значений t_1 и t_2, для близких, для соседних). Постройте для выбранных пар сечений диаграммы рассеяния, вычислите выборочные коэффициенты корреляции, постройте 95 % доверительные интервалы и сравните с теоретическими значениями соответствующих коэффициентов корреляции. Сформулируйте выводы.

Данные:

Интервал $[0, T] = [0,6]$;

Шаг $h = 0.05$;

Число траекторий $n = 180$;

Математическое ожидание $m(t) = 1 - 0.2t$;

Автоковариационная функция $K(t_1, t_2) = 3e^{-2|t_1 - t_2|}(1 + 2|t_1 - t_2|)$.

Для выполнения работы подключаем модули *numpy*, *matplotlib.pyplot* и *math,* присваиваем значения переменным и определяем вспомогательные функции для расчета математического ожидания и автоковариационной функции (поскольку после центрирования процесс становится стационарным, то введем обозначение $\tau = t_1 - t_2$):

```
T = 6
h = 0.05
n = 180
N = int(T/h)
def expectation(t):
    return 1 - 0.2*t
def covariance_function(tau):
    return 3*math.exp(-2*abs(tau))*(1+2*abs(tau))
```

Создаем массив математических ожиданий $M\xi_{kh} = m(kh)$ и матрицу ковариаций $\Sigma = (\sigma_{ij})$, $\sigma_{ij} = cov\left(\xi_{hi}, \xi_{hj}\right) = K(h(i - j))$:

```
M_xhi = [expectation(h*i) for i in range(N)]
calculate_sigma_row(i, h):
def calculate_sigma_row(i, h):
    row = [covariance_function(h*(i-j)) for j in range(N)]
    return row
sigma = [calculate_sigma_row(i, h) for i in range(N)]
```

Воспользуемся библиотекой *numpy* для генерации выборки $\bar{\varepsilon}^T = (\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N)$ из стандартного нормального распределения:

```
epsilon = np.random.normal(0,1,N)
```

Найдем такую нижнетреугольную матрицу L, что $\Sigma = LL^T$, то есть вычислим квадратный корень Холецкого из матрицы Σ. Воспользуемся функцией *np.linalg.cholesky()* библиотеки *numpy* для нахождения матрицы L.

```
L = np.linalg.cholesky(sigma)
```

Тогда матрица Σ будет ковариационной для центрированной последовательности $\bar{\eta} = L\bar{\varepsilon}$, поскольку

$$M\bar{\eta}\bar{\eta}^T = ML\bar{\varepsilon}(L\bar{\varepsilon})^T = M(L\bar{\varepsilon}\,\bar{\varepsilon}^T L^T) = LM(\bar{\varepsilon}\,\bar{\varepsilon}^T)L^T = LEL^T = \Sigma$$

Умножим матрицу L на вектор $\bar{\varepsilon}$, воспользовавшись функцией *dot()* библиотеки *numpy*, добавляем ранее найденное математическое ожидание: $\xi_{kh} = \eta_k + m(kh)$ и заполняем предварительно инициализированный массив траекторий *trajectories*:

```
for i in range(n):
    epsilon = np.random.normal(0,1,N)
    eta = L.dot(epsilon)
    trajectories.append([eta[j]+M_xhi[j] for j in range(N)])
```

Таким образом, выполнена первая часть задания. Далее представлены некоторые из необходимых графических иллюстраций и таблица выводов.

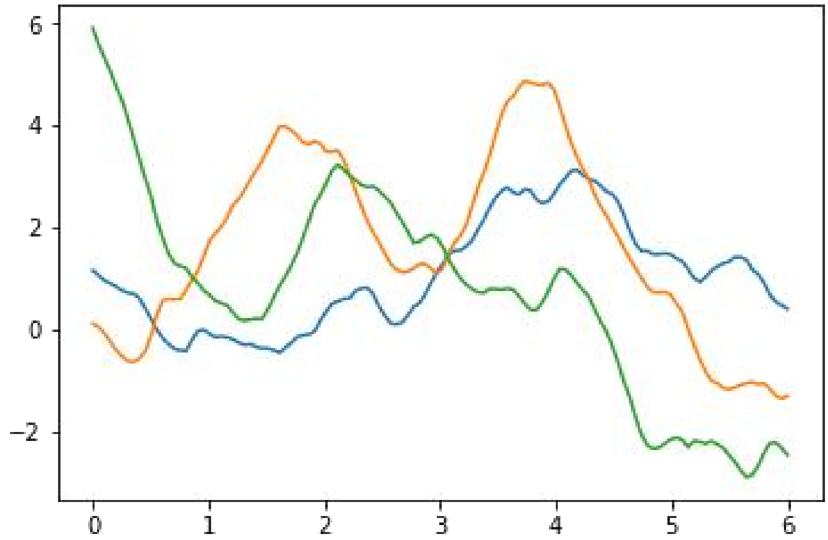

Рис. 7. Траектории смоделированного случайного процесса

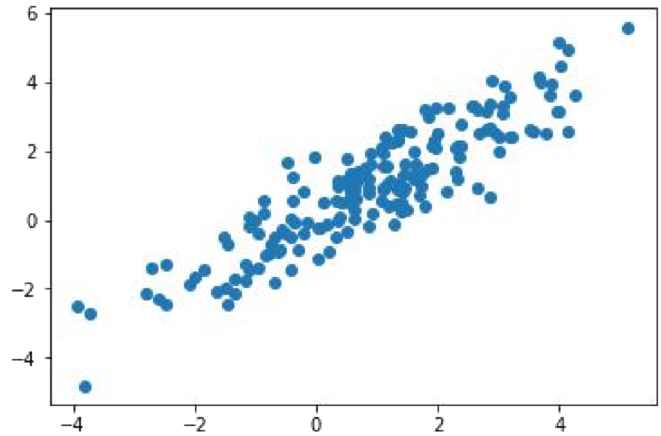

Рис. 8. Диаграмма рассеяния для близких значений: $t_1 = 0$ и $t_2 = 5h$

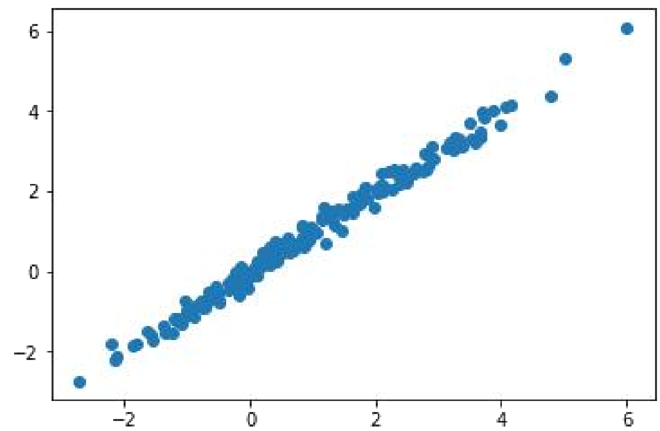

Рис. 9. Диаграмма рассеяния для соседних значений: $t_1 = 0$ и $t_2 = h$

Таблица 1

Сравнение коэффициентов корреляции

Пары сечений \ Результаты	Выборочный коэффициент корреляции	Теоретический коэффициент корреляции	Доверительный интервал
$t_1 = 0, t_2 = 50h$	0.0432	0.0404	[-0.1038, 0.1881]
$t_1 = 0, t_2 = 5h$	0.9274	0.9098	[0.9032,0.9451]
$t_1 = 0, t_2 = h$	0.99531	0.99532	[0.9937,0.9964]

В результате выполнения этой лабораторной работы наглядно усваиваются понятия траектории и сечения случайного процесса, его автоковариационной функции, а также приобретаются навыки работы в выбранной вычислительной среде.

Заключение. Математическая статистика и другие вероятностные дисциплины в настоящее время важны как никогда, поскольку являются одной из основ таких актуальных курсов, как Big Data Science, Machine learning, искусственный интеллект, нейронные сети и т. п. Компетентностный подход, положенный в основу современных образовательных технологий, требует не только и не столько накопления знаний, но скорее, умения применять полученные знания для решения практико-ориентированных задач [1]. На выходе после изучения курса ТВиМС, обогащенного комплектом лабораторных работ с элементами визуализации изучаемых понятий [2], должна быть достигнута компетенция осмысленного применения стандартных математических пакетов при решении статистических задач в практической и исследовательской деятельности.

Список литературы

1. *Анисова Т. Л., Облакова Т. В.* Оценка уровней достижений математических компетенций бакалавров-инженеров // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2016. Вып. 18. Киров : Изд-во ВятГУ. С. 136–141.

2. *Башкин М. А.* Лекция-визуализация по высшей математике в техническом вузе // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2020. № 8. С. 27–32.

3. *Буре В. М., Парилина Е. М., Седаков А. А.* Методы прикладной статистики в R и Excel. СПб. : Лань, 2019. 152 с.

4. *Вайнштейн И. И., Кустицкая Т. А.* Теория вероятностей и математическая статистика. Методы математической статистики и их реализация в среде Mathcad : учебно-методическое пособие. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. 88 с.

5. *Ветров Л. Г., Сунчалина А. Л.* Лабораторные работы в курсе математической статистики // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 5. URL: http://engjournal.ru/catalog/pedagogika/hidden/737.html.

6. *Ивченко Г. И., Медведев Ю. И.* Математическая статистика. М. : Либроком, 2019. 352 с.

7. *Синицын В. Ю.* Практикум по вычислительной статистике в среде R : учеб. пособие. Казань, 2021. 196 с.

8. *Шубарин М. А.* Применение языка R при изучении прикладной статистики (для студентов нематематических дисциплин) // Математический вестник ВятГУ. 2022. № 4.

9. *Энатская Н. Ю., Хакимуллин Е. Р.* Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений : учебник и практикум. М. : Юрайт, 2015. 399 с.

10. *Яркова О. Н.* Цепи Маркова и системы массового обслуживания. Ч. 1: «Цепи Маркова с дискретным множеством состояний и дискретным временем» : методические указания к лабораторному практикуму и самостоятельной работе студентов специальностей 080116-ММЭ, 080801-ПРИМ. ГОУ ОГУ, 2006. 41 с. URL: http://elib.osu.ru/handle/123456789/7185.

Application of statistical modeling in probabilistic courses for the implementation of the competence approach

Oblakova Tatiana Vasilyevna

PhD in Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University.

Russia, Moscow. ORCID: 0000-0001-7130-3170. E-mail: obltv@inbox.ru

Abstract. The article summarizes the experience of teaching courses in probability theory, mathematical statistics and random processes for students of mathematical and engineering specialties. The concept of teaching probabilistic disciplines with parallel use of computer mathematics systems to improve students' programming and statistical modeling skills is proposed. The necessity of mandatory support of probabilistic courses with a series of practice-oriented tasks aimed at developing skills in processing large numerical arrays, independent implementation of the studied algorithms, including elements of statistical modeling, is substantiated. An approximate list of task topics covering the entire range of probabilistic disciplines included in the curricula of bachelor mathematicians is proposed, examples from a set of implemented laboratory work performed in Mathcad and Python 3 are given. The list of achieved professional competencies developed in the process of performing each task is formulated.

Keywords: competence approach, laboratory work, statistical modeling, computer mathematics systems.

References

1. *Anisova T. L., Oblakova T. V. Ocenka urovnej dostizhenij matematicheskih kompetencij bakalavrov-inzhenerov* [Assessment of achievement levels of mathematical competencies of bachelor engineers] // *Matematicheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vyatskogo regiona* – Mathematical herald of pedagogical colleges and universities of the Volga-Vyatka region. 2016. Is. 18. Kirov. VyatSU Publishing House. Pp. 136–141.

2. *Bashkin M. A. Lekciya-vizualizaciya po vysshej matematike v tekhnicheskom vuze* [Lecture-visualization on higher mathematics in a technical university] // *Aktual'nye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskom vuze* – Actual problems of teaching mathematics in a technical university. 2020. No. 8. Pp. 27–32.

3. *Bure V. M., Parilina E. M., Sedakov A. A. Metody prikladnoj statistiki v R i Excel* [Methods of applied statistics in R and Excel]. SPb. Lan'. 2019. 152 p.

4. *Weinstein I. I., Kustitskaya T. A. Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika. Metody matematicheskoj statistiki i ih realizaciya v srede Mathcad : uchebno-metodicheskoe posobie* [Probability theory and mathematical statistics. Methods of mathematical statistics and their implementation in the Mathcad environment : an educational and methodical manual]. Krasnoyarsk. Sib. Feder. University. 2012. 88 p.

5. *Vetrov L. G., Sunchalina A. L. Laboratornye raboty v kurse matematicheskoj statistiki* [Laboratory work in the course of mathematical statistics] // *Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii* – Engineering Journal: Science and Innovation. 2013. Is. 5. Available at: http://engjournal.ru/catalog/pedagogika/hidden/737.html.

6. *Ivchenko G. I., Medvedev Yu. I. Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. M. Librocom. 2019. 352 p.

7. *Sinicyn V. Yu. Praktikum po vychislitel'noj statistike v srede R : ucheb. posobie* [Workshop on computational statistics in the R environment : textbook]. Kazan. 2021. 196 p.

8. *Shubarin M. A. Primenenie yazyka R pri izuchenii prikladnoj statistiki (dlya studentov nematematicheskih disciplin)* [The use of the R language in the study of applied statistics (for students of non-mathematical disciplines)] // *Matematicheskij vestnik VyatGU* – Mathematical herald of VyatSU. 2022. No. 4.

9. *Enatskaya N. Yu., Hakimullin E. R. Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika dlya inzhenerno-tekhnicheskih napravlenij : uchebnik i praktikum* [Probability theory and mathematical statistics for engineering and technical areas : textbook and workshop]. M. Yurayt. 2015. 399 p.

10. *Yarkova O. N. Cepi Markova i sistemy massovogo obsluzhivaniya. Ch. 1: "Cepi Markova s diskretnym mnozhestvom sostoyanij i diskretnym vremenem" : metodicheskie ukazaniya k laboratornomu praktikumu i samostoyatel'noj rabote studentov special'nostej 080116-MME, 080801-PRIM* [Markov chains and queuing systems. Part 1: "Markov chains with discrete set of states and discrete time" : guidelines for laboratory practice and independent work of students of specialties 080116-MME, 080801-APPROX]. State educational establishment OSU, 2006. 41 p. Available at: http://elib.osu.ru/handle/123456789/7185.

УДК 372.851 DOI 10.25730/VSU.0536.23.004

Применение специальных форм тестовых заданий для повышения эффективности тестирования обучающихся по математике при удаленном обучении

Суханова Анна Геннадьевна
кандидат технических наук, доцент, Военная академия войсковой противовоздушной обороны Вооруженных сил Российской Федерации им. Маршала Советского Союза А. М. Василевского.
Россия, г. Смоленск. E-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема объективности контроля знаний обучающихся по математике при проведении удаленного тестирования, указываются некоторые объективные причины его снижения. Для повышения эффективности тестирования, в частности, предлагается применение специальных форм тестовых заданий, достаточного количества вариантов тестов, предоставление каждому тестируемому индивидуального варианта тестовых заданий, включения заданий на логику, использование цепных систем тестовых заданий. В работе представлены некоторые примеры тестовых заданий с различными предложенными формами.

Отмечено, что при проведении тестирования в вузе при удаленном обучении, также, как и при традиционном обучении необходимо учитывать соответствие тестовых материалов требованиям образовательных стандартов, учитывать индивидуальные особенности обучающихся, наличие у них технических возможностей для прохождения тестов.

Ключевые слова: цепные системы тестовых заданий, удаленное тестирование.

Возросшие за последнее время требования к профессиональным навыкам специалистов на рынке труда, сформированным навыкам и компетенциям у выпускников высших учебных заведений привели к тому, что в настоящее время предъявляются повышенные требования к качеству высшего профессионального образования, об эффективности которого позволяет судить педагогический контроль [7].

Наряду с такими традиционными формами педагогического контроля, как самостоятельная работа, контрольная работа, зачет в высшей школе широко применяется тестирование. Эта форма контроля показала свою применимость в том числе при удаленном обучении.

При дистанционном обучении эффективность педагогического контроля при проведении его в форме тестирования снижается за счет объективных причин [5]: «Обучающийся даже если не знает ответа на вопрос, может найти его, например, в сети интернет; за тестируемого может пройти тест другой человек; тестируемые могут посмотреть ответы друг у друга; отсутствие у обучающегося возможности в момент тестирования задать вопрос преподавателю, если ему не понятен вопрос теста, и сразу получить ответ». В связи с этим необходимо применять дополнительные меры, чтобы применение тестирования в качестве текущего и промежуточного контролей способствовало качественной оценке знаний обучающихся. В данной работе предложено применение некоторых специальных форм тестовых заданий для повышения эффективности педагогического контроля в рамках дистанционного обучения.

Некоторые варианты организации контроля знаний и умений студентов при дистанционном обучении рассмотрены в работе [3].

Педагогическим тестом называют систему заданий специфической формы, определенного содержания [6]. Применение тестов в учебном процессе позволяет преподавателю минимизировать затраты времени и усилий, получить информацию о качестве усвоения обучаемыми изучаемой дисциплины для дальнейшей корректировки их знаний.

Можно отметить следующие преимущества тестирования по сравнению с другими формами контроля:

1) требует меньше времени у преподавателя и обучающегося;
2) дает объективную картину знаний обучающегося по предмету;
3) психологически легче, чем, например, экзамен, воспринимается обучающимися;
4) можно проводить удаленно и без участия преподавателя.

В работе [3] авторы для проведения экзамена в форме тестирования предлагают: обеспечение случайного распределения вопросов или билетов между обучающимися, прохождение тестирования в режиме видеоконференции, возможность задать при необходимости вопросы тестируемому по предоставленному ответу.

Для повышения объективности тестирования можно также предложить следующее:

– использование различных форм тестовых заданий;

– предоставление каждому тестируемому индивидуального варианта тестовых заданий.

При удаленном тестировании обучающихся так же, как и при очном, важно учитывать индивидуальные особенности тестируемых [2]. Для этого необходимо, чтобы тесты содержали задания различной степени трудности. Трудность как одна из характеристик тестового задания может быть определена как относительное число тестируемых, не давших верный ответ на вопрос в задании.

В практике российских образовательных учреждений для организации дистанционного обучения широко используется Система Moodle. Приведем примеры тестовых заданий основных форм тестов, используемых в системе Moodle по теме «Матрицы и определители».

Тип вопроса теста «Множественный выбор» предполагает выбор одного или нескольких правильных ответов из заданного списка. Задание 1 является примером тестового задания на множественный выбор по теме «Матрицы и определители».

Задание 1. Выберите несколько вариантов ответа.

1) при транспонировании матрицы ее определитель не изменяется;

2) при транспонировании матрицы ее определитель меняет знак на противоположный;

3) при перестановке строк матрицы ее определитель не изменяется;

4) при перестановке строк матрицы ее определитель меняет знак на противоположный;

5) при умножении строки матрицы на число k ее определитель не изменяется;

6) при умножении строки матрицы на число k ее определитель умножается на число k.

Тип вопроса «Верно/Неверно» предполагает выбор только одного из двух вариантов ответа: «Верно» или «Неверно». Примером тестового задания типа «Верно/Неверно» по теме «Матрицы и определители» является задание 2.

Задание 2. Укажите «Верно/Неверно» для следующего утверждения. Умножение матриц является коммутативным.

Тип вопроса «Краткий ответ» предполагает ответ в краткой форме. Примером такого вопроса по теме «Матрицы и определители» является задание 3.

Задание 3. Запишите вариант ответа. Квадратная матрица, у которой все элементы, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю, называется…

Для повышения эффективности удаленного тестирования предлагается включать в тест задания типа эссе, на соответствие, множественный выбор с несколькими правильными ответами из заданного списка. Как показывает практика, наибольшее число тестируемых дает неверные или частично верные ответы на данные типы вопросов.

Примером тестового задания на соответствие по теме «Матрицы и определители» может быть задание 4.

Задание 4. Расставьте соответствие свойств определителей.

1) при транспонировании матрицы ее определитель;

2) при перестановке строк матрицы ее определитель;

3) если в матрице есть пропорциональные строки, то ее определитель;

4) при умножении строки матрицы на число k, ее определитель;

5) если в матрице есть нулевые строки, то ее определитель;

Варианты ответов:

а) не изменяется;

б) меняет знак на противоположный;

в) равен нулю;

г) умножается на число k.

В качестве примера тестового задания множественного выбора с несколькими правильными ответами из заданного списка по теме «Матрицы и определители» можно предложить тестовое задание 5.

Задание 5. Выберите несколько вариантов ответа.

Диагональной называется квадратная матрица, у которой

1) все недиагональные элементы равны нулю;

2) все диагональные элементы равны нулю, а все недиагональные элементы не равны нулю;

3) все элементы, у которых номер строки равен номеру столбца, равны нулю, а все остальные элементы не равны нулю;

4) все элементы, у которых номер строки не равен номеру столбца, равны нулю.

Задания с выбором одного правильного ответа имеют большую вероятность угадывания правильного ответа.

Ответ на тип вопроса «Эссе» необходимо предоставить в текстовой форме. Он, как правило, содержит несколько предложений или абзацев. Задание 6 представляет собой тестовое задание по теме «Матрицы и определители» типа «Эссе».

Задание 6. Привести 5 примеров матриц из реальной жизни.

Могут быть вопросы нестандартных типов: выбор пропущенных слов, перетаскивание в текст, упорядочение и т. д. Примеры таких вопросов представлены в заданиях 7–8.

Задание 7. Заполните пропуски. Операция умножения матриц определена только для матриц A и B, у которых число … столбцов матрицы … равно числу … матрицы В. Такие матрицы называются …

Задание 8. Заполните пропуски, перетянув верный вариант ответа.

Произведением матриц $A=\left(a_{ij}\right)$ размера … и $B=\left(b_{jk}\right)$ размера … называется матрица $C=\left(c_{ik}\right)$ размера …, элементы которой вычисляются по формуле

$$c_{ik}=a_{i1}b_{1k}+a_{i2}b_{2k}+\ldots+a_{in}b_{nk}\text{, где } i=\overline{1\ldots m},\ k=\overline{1\ldots p},$$

т. е. элемент i -й строки и k -го столбца произведения C равен сумме произведений элементов i -й строки матрицы A на соответствующие элементы k -го столбца матрицы B.

Варианты ответов:

а) $m\times n$;

б) $n\times p$;

в) $m\times p$;

г) $p\times m$.

Для усложнения тестирования предлагается также включать в тест тестовые задания на логику. Применение вопросов на логику в тестах вызывает наибольшие проблемы у тестируемых. Примером вопроса на логику по теме «Матрицы и определители» является тестовое задание 9.

Задание 9. Выберите лишний вариант ответа.

Варианты ответов:

1) диагональная матрица;
2) нулевая матрица;
3) треугольная матрица;
4) единичная матрица.

В работе [1] автором Аванесовым В. С. предложены задания, в которых правильный ответ на задание полностью зависит от правильного ответа на предыдущее задание. Это так называемые цепные системы тестовых заданий. Такие задания подходят для организации самостоятельного изучения теоретического материала и для самоконтроля и их также можно использовать для удаленного тестирования обучающихся. Примером цепной системы тестовых заданий по теме «Матрицы и определители» первой и второй формы может быть тестовое задание 10.

Задание 10. Заполните пропуск.

1) Дана матрица $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -1\end{pmatrix}$. Матрица $B=4A-A^2+5$ имеет вид ….

2) Выберите один вариант ответа.

Матрица $5B-4$ равна

1) $\begin{pmatrix}33 & 42\\ 54 & -21\end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix}26 & 36\\ 66 & -19\end{pmatrix}$, 3) $\begin{pmatrix}31 & 44\\ 63 & -17\end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix}36 & 46\\ 55 & -11\end{pmatrix}$.

Для повышения эффективности оценивания тестирования обучающихся при дистанционном обучении можно использовать модель многослойного персептрона, предложенную в работе [4].

Тестирование по сравнению с другими формами педагогического контроля имеет определенные преимущества и позволяет судить об эффективности качества образования. Удаленное тестирование в отличие от тестирования в присутствии преподавателя связано с рядом недостатков. Тестирование с использованием различных форм тестовых заданий, достаточного количества вариантов тестов, включения заданий на логику, использование цепных систем тестовых заданий позволяет существенно повысить объективность тестирования.

При проведении тестирования в вузе при удаленном обучении так же, как и при традиционном обучении, необходимо учитывать соответствие тестовых материалов требованиям образовательных стандартов, учитывать индивидуальные особенности обучающихся, наличие у них технических возможностей для прохождения тестов. Тестирование должно способствовать проверке различных уровней знаний обучающихся, проверке усвоения знаний (определений, свойств, теорем), проверке умения применять полученные знания.

Список литературы

1. *Аванесов В. С.* Композиция тестовых заданий. М. : Центр тестирования, 2002. 240 с. URL: http://hum.uch-lit.ru/szbrannoe/avanesov-v-s-kompozitsiya-testovyih-zadaniy-onlayn.

2. *Донская Е. Ю.* Тестирование как неотъемлемая часть системы дистанционного обучения в высшей школе // Мир науки. Педагогика и психология. 2020. № 1. URL: https://mir-nauki.com/PDF/67PDMN120.pdf.

3. *Дюндин А. В., Савченкова Н. Н.* Организация текущего и промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном обучении // Системы компьютерной математики и их приложения : мат-лы XXII Международной научной конференции. Смоленск : Изд-во СмолГУ, 2021. С. 346–351.

4. *Леванов Д. Н., Феоктистов Н. А.* Особенности использования многослойного персептрона при автоматизированном контроле знаний в электронных учебных курсах // Интернет-журнал «Науковедение». Вып. 2. 2014. С. 1–13.

5. *Суханова А. Г.* Повышение эффективности тестирования обучающихся по математике при удаленном обучении // Математика и проблемы образования : мат-лы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров : Изд-во ВятГУ, 2022. С. 153–155.

6. *Шеметев А. А.* Тесты как эффективный инструмент проверки знаний студентов высшей школы // Современные научные исследования и инновации. 2014. № 2. URL: http://web/snauka.ru/issues/2014/02/31055.

7. *Щербинина И. А.* Интеграция традиционного контроля и компьютерного тестирования как средство повышения эффективности обучения в вузе : дисс. … д-ра пед. наук. Владивосток : Дальневост. гос. ун-т, 2007. 23 с.

The use of special forms of test tasks to improve the effectiveness of testing students in mathematics in remote learning

Suhanova Anna Gennadievna

PhD in Technical Sciences, associate professor,

Military Academy of the Armed Forces of the Russian Federation n. a. Marshal of the Soviet Union of A. M. Vasilevsky.

Russia, Smolensk. E-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

Abstract. The article deals with the problem of the objectivity of the control of students' knowledge in mathematics during remote testing, some objective reasons for its decline are indicated. In order to increase the effectiveness of testing, in particular, it is proposed to use special forms of test tasks, a sufficient number of test options, providing each test subject with an individual version of test tasks, including logic tasks, using chain systems of test tasks. The paper presents some examples of test tasks with various proposed forms.

It is noted that when conducting testing at a university with remote training, as well as with traditional training, it is necessary to take into account the compliance of test materials with the requirements of educational standards, take into account the individual characteristics of students, whether they have the technical capabilities to pass tests.

Keywords: chain systems of test tasks, remote testing.

References

1. *Avanesov V. S. Kompoziciya testovyh zadanij* [Composition of test tasks]. M. Testing Center. 2002. 240 p. Available at: http://hum.uch-lit.ru/szbrannoe/avanesov-v-s-kompozitsiya-testovyih-zadaniy-onlayn.

2. *Donskaya E. Yu. Testirovanie kak neot'emlemaya chast' sistemy distancionnogo obucheniya v vysshej shkole* [Testing as an integral part of the distance learning system in higher school] // *Mir nauki. Pedagogika i psihologiya* – World of science. Pedagogy and psychology. 2020. No. 1. Available at: https://mir-nauki.com/PDF/67PDMN120.pdf.

3. *Dyundin A. V., Savchenkova N. N. Organizaciya tekushchego i promezhutochnogo kontrolya znanij studentov v distancionnom obuchenii* [Organization of current and intermediate control of students knowledge in distance learning] // *Sistemy komp'yuternoj matematiki i ih prilozheniya : mat-ly XXII Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii* – Computer mathematics systems and their applications : materials of the XXII International Scientific Conference. Smolensk. SmolGU Publishing House. 2021. Pp. 346–351.

4. *Levanov D. N., Feoktistov N. A. Osobennosti ispol'zovaniya mnogoslojnogo perseptrona pri avtomatizirovannom kontrole znanij v elektronnyh uchebnyh kursah* [Features of the use of a multilayer perceptron in automated control of knowledge in electronic training courses] // *Internet-zhurnal "Naukovedenie"* – Online journal "Naukovedenie". Is. 2. 2014. Pp. 1–13.

5. *Suhanova A. G. Povyshenie effektivnosti testirovaniya obuchayushchihsya po matematike pri udalennom obuchenii* [Improving the effectiveness of testing students in mathematics with remote learning] // *Matematika i problemy obrazovaniya : mat-ly 41-go Mezhdunarodnogo nauchnogo seminara prepodavatelej matematiki i informatiki uni-*

versitetov i pedagogicheskih vuzov – Mathematics and problems of education : materials of the 41st International Scientific Seminar of Teachers of Mathematics and Computer Science of universities and pedagogical universities. Kirov. VyatSU Publishing House, 2022. Pp. 153–155.

6. *Shemetev A. A. Testy kak effektivnyj instrument proverki znanij studentov vysshej shkoly* [Tests as an effective tool for testing the knowledge of higher school students] // *Sovremennye nauchnye issledovaniya i innovacii* – Modern scientific research and innovation. 2014. No. 2. Available at: http://web/snauka.ru/issues/2014/02/31055.

7. *Shcherbinina I. A. Integraciya tradicionnogo kontrolya i komp'yuternogo testirovaniya kak sredstvo povysheniya effektivnosti obucheniya v vuze : diss. dokt. ped. nauk* [Integration of traditional control and computer testing as a means of improving the effectiveness of education at the university : diss. … Doctor of Pedagogical Sciences]. Vladivostok. Far Eastern State University. 2007. 23 p.

ПЕРСОНАЛИИ

УДК 51(091) DOI 10.25730/VSU.0536.23.005

Опыт автобиографии по случаю юбилея

Вечтомов Евгений Михайлович
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой
фундаментальной математики, Вятский государственный университет.
Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0002-3490-2956. E-mail: vecht@mail.ru

Аннотация. Излагаются – от первого лица – ключевые этапы жизни и деятельности Е. М. Вечтомова по случаю 70-летнего юбилея. Прослеживается путь Вечтомова как математика и педагога. Излагаются его жизненные принципы.

Ключевые слова: математика, математическое образование, Вечтомов Евгений Михайлович.

Введение. Статья написана на основе моего часового выступления 29 мая 2023 г. на Творческой встрече в Герценке (Кировская ордена Почета государственная универсальная областная научная библиотека им. А. И. Герцена), организатором которой явился руководитель научно-исследовательского Центра регионоведения Герценки, доктор исторических наук, профессор Михаил Сергеевич Судовиков.

Хочу вкратце поведать о своем пути математика, педагога, человека, подвести предварительные итоги, надеюсь, промежуточные.

Сразу скажу: мое предназначение и моя судьба в целом совпали, наложились друг на друга. И в жизни пришлось не так часто делать то, что не нравится, что неправильно, что несправедливо.

Детство. Родился 15 мая 1953 года в Кирове. Безоблачное счастливое советское детство! Отличные родители, бабушки, дедушки, родня. Из первых 9 лет моей жизни 7 лет мы жили в сельской местности, в лоне прекрасной вятской природы – в селах Гордино (Афанасьевский район), Плелое (Сунский район), Сретенск (Нолинский район).

Полтора года учился в сретенской восьмилетней школе. Еще до школы отец Михаил Александрович научил нас с братом Вовой играть в шахматы. До школы хорошо считал, читал по слогам, но письму научился в школе. В первом классе уроки порой велись вместе с третьим классом. Как-то я первым решил вычислительную задачку, предложенную третьеклассникам. Запомнились еще два события: песня «О тревожной молодости» на концерте после сельских выборов весной 1960 г. и день 12 апреля 1961 г. – по дороге из школы из громкоговорителя разнеслась весть о полете в космос Юрия Гагарина, светило солнце, текли ручьи, чирикали птички, лаяли собаки.

Средняя школа. В феврале 1962 г. мы переехали в город Краснокамск Пермской области, куда был переведен на должность главного ветеринарного врача района отец. Учился в средней общеобразовательной трудовой политехнической школе № 8 города Краснокамска; в 1970 г. ее окончил. До июля 1970 г. семья жила в Краснокамске. Все учителя были отличные или просто хорошие, знающие, ответственные, настоящие профессионалы, справедливые и в меру строгие. Хорошо помню нашу учительницу начальных классов Марию Матвеевну, историка-Ришелье, учительницу математики до 9 класса Эсфирь Александровну, физика Роберта Федоровича и других учителей.

Очень нравились школьные предметы: история, география, физика, химия, биология, литература. Решать арифметические задачи пристрастился с первого класса. В школе больше любил геометрию (чем алгебру), поскольку она была интереснее, более доказательна, наглядна, конструктивна, развивала пространственное воображение.

С 8-го класса участвовал и побеждал в районных олимпиадах по математике, физике, химии, а в 9–10-х классах участвовал в областных олимпиадах по математике и химии. В 10-м классе стал дипломантом Пермской областной химической олимпиады, заняв 2-е место в теоретическом туре. В 1969–1970 учебном году был чемпионом по шахматам среди краснокамских школьников и вице-чемпионом на молодежном шахматном первенстве города Краснокамска.

В 6-м классе во Дворце культуры сыграл Муравья на английском языке, после чего охладел к этому языку. За хорошую учебу, успехи в олимпиадах, участие в художественной самодеятельности награждался грамотами гороно Краснокамска.

В начале 1970 г. вышло замечательное пособие Г. В. Дорофеева, М. К. Потапова, Н. Х. Розова по математике для поступающих в вузы. С удовольствием прочитал это пособие, прорешал почти все задачи, особенно понравились стереометрические задачи на сечение. После такой подготовки можно было поступать в любой вуз.

Институт. В начале июля 1970 г. мы вернулись в Киров. И я подал документы на ФАВТ Кировского политехнического института – там тогда был наибольший конкурс – 3,5 человека на место. Но уже 20 ноября перевелся в пединститут на математический факультет, который окончил в 1974 г. В пединституте преподавали математику основательно, математика была доказательной, преподаватели – знающие и ответственные.

К серьезным занятиям математикой меня привлек тонкий ценитель математики, в душе философ, ассистент кафедры алгебры Кировского пединститута Владимир Павлович Матвеев (1938–2006), ставший впоследствии моим другом и коллегой. Он окончил Казанский университет. Началось с того, что весной 1971 г. я единственный из курса решил пару задач о группах и полугруппах, предложенных В. П. Матвеевым. Владимир Павлович приучил меня к чтению математической литературы по теории множеств, математической логике, абстрактной алгебре, общей топологии, функциональному анализу. С 1971 г. стал собирать свою математическую библиотеку.

В октябре 1973 г. я поехал в Москву искать будущего научного наставника. Евгений Перминов познакомил меня с заведующим кафедрой алгебры МГПИ им. В. И. Ленина Леонидом Яковлевичем Куликовым (1914–2001) и указал на пробегающего мимо профессора МГУ Льва Анатольевича Скорнякова (1924–1989), моего будущего научного руководителя. Скорняков дал мне 3 задачи и полчаса на их решение, что я и сделал на подоконнике 2-го этажа матфака МГПИ, расположенного на Краснопрудной улице, 14. После чего предложил мне прочитать его книгу «Элементы теории структур» и прорешать упражнения из нее. Уже в конце 1973 г. Л. А. Скорняков поставил передо мной задачу о холловских многообразиях решеток (структур), изложение решения которой послужило мне вступительным рефератом в аспирантуру.

Аспирантура и защита кандидатской диссертации. Я поступил в аспирантуру МГПИ в 1974 г. сразу после окончания Кировского пединститута. Вступительный экзамен по математике сдавал 3 сентября 1974 г. вместе с будущими докторами физ.-мат. наук Сергеем Пчелинцевым (1952 г. р.) и Валерием Тарариным (1947–2007). Всего в аспирантуру на кафедру алгебры поступало 10 человек на 5 мест. Членами приемной комиссии были профессора Л. Я. Куликов и Л. А. Скорняков. Я ответил на вопросы Льва Анатольевича о прямой сумме идеалов кольца и строении конечных булевых алгебр. Тогда же я познакомился с Александром Фоминым (1949 г. р.) – тогдашним аспирантом Л. Я. Куликова; теперь он доктор наук, профессор, преемник Куликова на посту заведующего кафедрой алгебры. С 1 октября мы были зачислены в очную аспирантуру, и уже 4 октября (помню, был очень теплый солнечный день) я присутствовал на заседании кафедры алгебры, на котором проходила предзащита кандидатской диссертации Александра Иванова по абелевым группам. Запомнилось также, что успел застать живым академика П. С. Новикова. В течение 1975 г. мне пришлось сдавать три зачета: в январе Л. А. Скорнякову по кольцам, модулям и категориям; в июне Л. Я. Куликову по абелевым группам; в сентябре профессору МГУ В. И. Пономареву по общей топологии. В конце сентября я обсудил программу своего кандидатского экзамена по алгебре с профессором В. Г. Лемлейном (вскоре скончавшимся). На кандидатском экзамене, состоявшемся в декабре 1975 г., присутствовали профессора Л. Я. Куликов, Л. А. Скорняков, В. И. Нечаев. Именно Василий Ильич попросил меня сформулировать знаменитый критерий Куликова о разложимости абелевых p-групп в прямую сумму циклических групп. На экзамене мне достался один из любимых вопросов Л. Я. Куликова – о кольцах главных идеалов. Л. А. Скорняков задал вопрос о гомологической характеризации колец главных идеалов. Все кандидатские экзамены были сданы на «отлично». В самом конце сентября 1977 г. на заседании кафедры алгебры я представил свою кандидатскую диссертацию «Кольца непрерывных функций», выполненную под руководством профессора Л. А. Скорнякова.

В начале второго курса Скорняков поставил мне две исследовательские задачи на выбор – по топологическим кольцам и по кольцам непрерывных функций, вторую из которых быстро решил. И кольца непрерывных функций стали темой моих научных исследований, тем более что за год до этого я уже начал исподволь читать статьи по этому направлению.

За годы учебы в аспирантуре я опубликовал 4 работы, неоднократно выступал с докладами на алгебраическом семинаре МГПИ и два раза на исследовательском семинаре кафедры высшей алгебры МГУ им. М. В. Ломоносова. Трижды побывал в командировках с докладами – в Тарту на

III Всесоюзном симпозиуме по теории колец, алгебр и модулей (сентябрь 1976 г.), в Кишиневе в Институте математики с ВЦ АН Молдавской ССР (декабрь 1976 г.), в Новосибирске в Академгородке на 14-й Всесоюзной алгебраической конференции (сентябрь 1977 г.). Будучи в аспирантуре я познакомился со многими алгебраистами страны, а также со специалистами по общей топологии и функциональному анализу, особенно близко с коллективами кафедр алгебры МГПИ и высшей алгебры МГУ.

Осенью 1977 г. началась реорганизация ВАК, диссертационные советы временно закрылись, а в 1978 г. были введены единые программы кандидатских экзаменов по специальности. Одним из первых был переоткрыт совет в Кишиневе, куда мой научный руководитель и посоветовал подать документы на защиту. В декабре 1978 г. я вновь сдавал кандидатский экзамен по специальности 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел, но уже по новой программе и в Кишиневе, а 23 февраля 1979 г. защитил кандидатскую диссертацию «Кольца непрерывных функций» в Институте математики с ВЦ АН МССР. Официальными оппонентами выступили доктора физ.-мат. наук, профессора В. И. Арнаутов (Кишинев) и А. В. Зарелуа (Москва), в качестве ведущей организации – Институт математики и механики УрО АН СССР (отзыв написал будущий доктор физ.-мат. наук, профессор Ю. Н. Мухин).

Преподавание, наставничество. С 10 октября 1977 г. до конца 1983 г. я работал старшим преподавателем и доцентом кафедры алгебры КГПИ им. В. И. Ленина. В этот период организовал работу студенческих кружков по теории групп, теории множеств, упорядоченным множествам. В 1978–1981 гг. вместе с доцентом Ириной Исаковной Подгорной руководил преподавательским семинаром по функциональному анализу, регулярно выступал с докладами на этом семинаре. Под моим руководством в 1981 г. была выполнена одна из первых дипломных работ в КГПИ (дипломник Володя Слесарев, тема – евклидовы кольца).

В 1984–1986 гг. преподавал в должности старшего преподавателя и доцента на кафедре математического анализа Тобольского государственного педагогического института им. Д. И. Менделеева, по которой в 1986 г. получил ученое звание доцента. В апреле 1985 г. вместе со старшим преподавателем Тобольского пединститута Ольгой Борисовной Епишевой (1935–2014), будущим доктором педагогических наук, профессором, организовал и провел представительную межвузовскую конференцию по математике и математическому образованию. В Тобольске вел студенческий кружок по решению нестандартных и олимпиадных задач, руководил методологическим семинаром преподавателей физико-математического факультета, на котором делал свои первые доклады по философии математики. Опубликовал две учебно-методические брошюры и ряд статей. Часто бывал в командировках.

В октябре 1986 г. вернулся в родной институт на должность доцента кафедры алгебры. В июне 1988 г. был избран заведующим кафедрой алгебры КГПИ им. В. И. Ленина.

В период с октября 1986 г. до конца 1990 г. большое внимание уделял научно-исследовательской работе студентов (НИРС) математического факультета, будучи заместителем декана матфака КГПИ по НИРС на общественных началах. Являлся куратором группы математиков. Преподаватели факультета вели студенческие математические кружки: я – по теории групп, теории колец и кольцам непрерывных функций; доцент С. И. Калинин – по математическому анализу; В. П. Матвеев – по математической логике; доцент И. И. Подгорная – по нестандартному анализу; доцент Я. П. Понарин – по неевклидовым пространствам; доцент И. С. Рубанов – по общей топологии и решению нестандартных задач. Образовалась группа (МП) активных студентов-математиков разных курсов, которые в дальнейшем стали основой возникновения кировской научной алгебраической школы. Семеро из них в дальнейшем защитили кандидатские диссертации, один – докторскую. В эти годы ребята постоянно побеждали на математических олимпиадах педвузов Урала и окрест.

В это же время я занялся теорией пучков колец. В 1989 г. Василий Чермных защитил дипломную работу по теории функциональных (пучковых) представлений колец под моим руководством. Эта тема переросла далее в направление его научных исследований.

Активизируется моя учебно-методическая деятельность, опубликованы первые научно-методические работы. На базе КГПИ были организованы и проведены расширенный семинар математических кафедр (май 1989 г.) и солидная научно-методическая конференция вузов Северо-Западной зоны РСФСР (май 1990 г.).

Докторантура и защита докторской диссертации. Где-то в середине 80-х гг. ушедшего столетия я начал подумывать о докторантуре. В 1990 г. была открыта докторантура по математике в МПГУ. В октябре 1990 г. я прошел собеседование в отделе аспирантуры и докторантуры МПГУ, которым бессменно руководила всеми любимая и почитаемая Нина Петровна Родимова. В комиссию по приему в докторантуру от математического факультета входил профессор В. И. Мишин, бывший декан матфака МГПИ им. В. И. Ленина. Приказом от 25 декабря 1990 г. я был зачислен первым докторантом МПГУ по математике. С февраля 1991 г. по январь 1994 г. учился в докторантуре по кафедре алгебры МПГУ. В это же время вел кружок по современной алгебре для старшеклассников в Кировском физико-математическом лицее (школа № 35 г. Кирова), руководил дипломными работами студентов матфака КГПИ.

В течение 1991–1993 гг. я написал докторскую диссертацию «Кольца непрерывных функций со значениями в топологическом теле», которая была представлена и одобрена на заседании кафедры алгебры МПГУ в ноябре 1993 г. В это время постоянно выступал со своими результатами на алгебраических и топологических семинарах МПГУ и МГУ. Поскольку в МПГУ тогда не было докторского совета по алгебре, то кафедра алгебры в лице профессоров Л. Я. Куликова, С. В. Пчелинцева и А. А. Фомина обратилась к заведующему кафедрой высшей алгебры МГУ, член-корреспонденту АН СССР, профессору А. И. Кострикину (1929–2000) с просьбой рассмотреть мою диссертацию на возглавляемой им кафедре. Диссертацию поддержал председатель диссертационного совета – декан механико-математического факультета МГУ, член-корреспондент АН СССР (в дальнейшем академик), профессор О. Б. Лупанов. В феврале 1994 г. моя диссертация была рекомендована кафедрой высшей алгебры к защите в МГУ, которая и состоялась 8 апреля. Официальными оппонентами были доктора физ.-мат. наук, профессора В. И. Арнаутов, А. В. Михалев, А. А. Туганбаев, ведущая организация – ИММ УрО РАН.

Заведование кафедрой. Сразу после окончания докторантуры был избран на должность профессора кафедры алгебры КГПИ им. В. И. Ленина, вернулся на должность заведующего, а в мае 1995 г. получил ученое звание профессора по кафедре алгебры.

Я последовательно заведовал кафедрами:

– алгебры (май 1988 – март 2002, с перерывом на докторантуру);

– алгебры и геометрии (апрель 2002 – август 2006);

– высшей математики (сентябрь 2006 – январь 2011);

– алгебры и дискретной математики (февраль 2011 – август 2014) в Вятском государственном гуманитарном университете (ВятГГУ);

– фундаментальной и компьютерной математики (сентябрь 2014 – август 2018) в ВятГГУ и Вятском государственном университете (ВятГУ);

– фундаментальной математики (сентябрь 2018 – настоящее время) в ВятГУ.

После защиты докторской диссертации наступил новый плодотворный период в моей деятельности. В 1994 г. открылась аспирантура по алгебре, начал работать региональный научный алгебраический семинар (вплоть до 2019 г.), сформировалась основа научной школы «Функциональная алгебра и теория полуколец».

На эти годы пришелся пик моей преподавательской активности. Помимо профессорства в родном вузе я преподавал в Кировском филиале Московского гуманитарно-экономического института (1997–2005), в Кировском филиале Санкт-Петербургского института профсоюзов (2000–2003), в Центре детско-юношеского творчества (1996–2004). В 1995–1997 гг. вел рубрики – сначала «Логический сундучок», затем «Размышляйка» – в областной газете «Вятский край».

Активно занимался вузовской методикой математики, понимаемой мной, прежде всего, как методика изложения математического материала и решения задач. В течение 20 лет (1994–2014) особое внимание уделял вопросам методологии и философии математики.

Дальнейшая деятельность. В последние 30 лет мои усилия, помимо преподавания, направлены на научно-исследовательскую, наставническую, организаторскую и редакционно-издательскую деятельность.

Перечислю основные достижения.

– В математике развил общую теорию колец непрерывных функций, основанную на понятии максимального спектра и элементарной теории делимости функций. Решил ряд трудных проблем, поставленных известными математиками И. Капланским, М. А. Наймарком, Л. А. Скорняковым, А. А. Туганбаевым, М. Хенриксеном, задачу структурного изоморфизма для колец непрерывных функций (и для полуколец непрерывных функций – совместно с В. В. Сидоровым). Основоположник теории полуколец и полуполей непрерывных числовых функций. Вместе со своими учениками исследовал и описал ряд важных классов абстрактных полуколец и полутел (абелево регулярные положительные полукольца, мультипликативно идемпотентные полукольца, полукольца с циклическим умножением, полукольцевые расширения кольца и полутела, гельфандовы и бирегулярные полутела и др.).

– Являюсь автором или соавтором 570 научных, методических и методологических работ по математике, в том числе 10 монографий, 27 учебных и методических пособий, 18 научных обзоров и 17 научных отчетов, 70 статей в журналах, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Sciences.

– Под моим руководством: защищено 17 кандидатских диссертаций; Василий Владимирович Чермных стал доктором физико-математических наук (2008) по функциональным представлениям полуколец, Вадим Вениаминович Сидоров завершает работу над докторской диссертацией по структурным изоморфизмам полуколец непрерывных функций; выполнено 20 магистерских, 79 дипломных и 120 курсовых работ. Являюсь научным консультантом по докторским диссертациям доцентов С. Н. Ильина (КФУ) и В. В. Сидорова (ВятГУ).

Под руководством профессора Е. М. Вечтомова защищено 16 кандидатских диссертаций по специальности 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел:

1. Чермных Василий Владимирович «Пучковые представления полуколец» (14.03.1994, МПГУ).
2. Варанкина Вера Ивановна «Максимальные идеалы и делимость в полукольцах непрерывных функций» (11.11.1996, МПГУ).
3. Семенова Ирина Александровна «Конгруэнции на полукольцах непрерывных функций» (11.01.1999, МПГУ).
4. Подлевских Марина Николаевна «Полукольца непрерывных функций с топологией поточечной сходимости» (15.11.1999, МПГУ).
5. Ряттель Александра Владимировна «Положительно упорядоченные полутела» (17.03.2003, МПГУ).
6. Широков Дмитрий Владимирович «Идеалы в полукольцах непрерывных функций» (19.12.2005, МПГУ).
7. Старостина Ольга Валентиновна «Абелево-регулярные положительные полукольца» (29.10.2007, МПГУ).
8. Черанёва Анна Владимировна «Ядра и пучки полутел» (04.12.2008, КФУ).
9. Лукин Михаил Александрович «Полукольцевые расширения кольца и полутела» (12.03.2009, КФУ).
10. Чупраков Дмитрий Вячеславович «Конгруэнции на полукольцах и полуполях непрерывных числовых функций» (21.01.2010, КФУ).
11. Сидоров Вадим Вениаминович «Изоморфизмы решеток подалгебр полуколец непрерывных неотрицательных функций» (20.10.2011, КФУ).
12. Лубягина Елена Николаевна «Полукольца непрерывных [0, 1]-значных функций» (27.11.2012, ИММ УрО РАН).
13. Петров Андрей Александрович «Мультипликативно идемпотентные полукольца» (21.07.2015, ИММ УрО РАН).
14. Шалагинова Надежда Владимировна «Полукольца непрерывных функций со значениями в расширенном числовом луче» (22.12.2016, КФУ).
15. Орлова Ирина Валерьевна «Циклические полукольца с некоммутативным сложением» (02.11.2017, КФУ).
16. Чермных Оксана Владимировна «Решеточно упорядоченные полукольца и их функциональные представления» (19.12.2018, УлГУ).

Кроме того:

17. Бабикова Надежда Николаевна «Реализация комплекса межпредметных связей при обучении студентов-экономистов» (09.02.2006, ВятГГУ) – кандидатская диссертация по специальности 13.00.02 Теория и методика обучения и воспитания (математика).
18. Ильин Сергей Николаевич «Классы полуколец, характеризуемые гомологическими свойствами полумодулей над ними» (29.06.2023, КФУ) – докторская диссертация по специальности 1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Василий Владимирович Чермных защитил докторскую диссертацию «Функциональные представления полуколец и полумодулей» (28.06.2007, ИММ УрО РАН) по специальности 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Двое учеников В. В. Чермных защитили кандидатские диссертации по специальности 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел:

1. Марков Роман Владимирович «Пирсовские слои и цепи полуколец» (21.07.2015, ИММ УрО РАН).
2. Бабенко Марина Владимировна «Полукольца косых многочленов» (27.09.2022, ИММ УрО РАН).

– Являюсь организатором и председателем 9 Всероссийских и Международных научно-методических конференций (Киров), член оргкомитета и/или программного комитета 27 Всероссийских и Международных научно-практических конференций по математике и математическому образованию: Арзамас, Вологда; Глазов (2003, 2006, 2009, 2012, 2015, 2018, 2021); Екатеринбург, Казань, Москва, Н. Новгород; Сыктывкар (2005, 2008, 2011, 2014, 2017, 2019, 2022); Тобольск (2010, 2012). На различных научных форумах сделал около 430 докладов, включая 53 пленарных доклада.

Перечислю конференции, к которым имею непосредственное отношение.

1. Межвузовская конференция по математике и математическому образованию, Тобольск, апрель 1985 г. Соруководитель.
2. Расширенный семинар математических кафедр, Киров, май 1989 г. Организатор.

3. Научно-методическая конференция по математике вузов Северо-Западной зоны РСФСР, Киров, май 1990 г. Соруководитель.

4. Межрегиональная научная конференция «Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России», май 1998 г. Организатор и руководитель.

5. II межрегиональная научная конференция «Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России», апрель 2001 г. Организатор и руководитель.

6. III Всероссийская научная конференция «Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России», май 2004 г. Организатор и руководитель.

7. XXV Всероссийский семинар преподавателей математики университетов и педагогических вузов, сентябрь 2006 г. Организатор, председатель оргкомитета.

8. IV Всероссийская научно-методическая конференция «Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России», май 2009 г. Организатор и руководитель.

9. V Всероссийская научно-методическая конференция «Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России», май 2012 г. Организатор и руководитель.

10. XXXIII Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, сентябрь 2014 г. Организатор, председатель оргкомитета.

11. XLI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, сентябрь 2022 г. Организатор, председатель оргкомитета.

12. Международная научно-практическая конференция 17-е Колмогоровские Чтения «Наставничество в математике и в математическом образовании», сентябрь 2023 г. Организатор, председатель оргкомитета.

– Был официальным оппонентом по 4 докторским и 6 кандидатским диссертациям в сфере математики, составил 10 отзывов на докторские и кандидатские диссертации по линии ведущей организации.

– Руковожу аспирантурой 1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика с 1994 г. и магистратурой 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль «Алгебра и дискретная математика» с 2010 г. Инициатор открытия бакалавриата 02.03.01 Математика и компьютерные науки (2008) и магистратуры 44.04.01 Педагогическое образование, профиль «Математика» (2008).

– Прочитал все алгебраические курсы и большинство общематематических кафедральных курсов, разработал и провел 15 спецкурсов по современной математике. С 1990 по 2004 гг. занимался учебно-исследовательской работой по математике с кировскими старшеклассниками (физико-математический лицей, Центр детского и юношеского творчества). Под моим руководством школьники становились лауреатами всероссийского конкурса «Шаг в будущее», студенты побеждали в математических олимпиадах, студенты и аспиранты получали стипендии Правительства Кировской области, Правительства РФ и Президента РФ.

– Четырежды выигрывал грант соросовского профессора (1998–2001). Руководил грантами РФФИ (2003, 2008) и РГНФ (2006, 2012, 2015), тематическим планом Вятского государственного гуманитарного университета (ВятГГУ) (2009–2012), грантом ведущей научной школы ВятГГУ (2008, 2013, 2014), проектной частью госзадания Минобрнауки РФ «Функциональная алгебра и полукольца» (2014–2016), базовой частью госзадания Минобрнауки РФ «Полукольца и их связи» (2017–2019). Исполнитель по проекту Минобрнауки «Создание онлайн курсов по тематике математических и естественных наук», проект № 2020-11-МП-0001-ОК 155, онлайн курс по математике (2020–2021).

– Состоял членом диссертационных советов по методикам (2000–2014) и по философии и культурологии (2003–2014) при ВятГГУ, в 2019–2022 гг. был членом диссертационного совета КФУ.01.04 по математике при Казанском (Приволжском) федеральном университете.

– Председатель Совета УМО по математике педвузов и университетов Волго-Вятского региона (с 1996 г. проведено 25 заседаний). Был главным редактором межвузовского сборника «Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона» (с 1998 по 2019 гг. вышел 21 выпуск). Главный редактор научного журнала Advanced sciences (2017–2020), главный редактор сетевого научного журнала «Математический вестник Вятского государственного университета» с 2021 г., член редколлегий ряда российских и зарубежных научных журналов, референт американского журнала Mathematical Reviews с 2011 г. (написал 53 ревью).

– Вхожу в состав ФУМО по математике и механике с 2008 г., входил в секцию «Педагогические вузы» НМС по математике Минобрнауки РФ (2017–2019). Являюсь федеральным экспертом в научно-технической сфере (с 2014 г.) и экспертом РНФ (с 2014 г.). Член Московского математического общества (с 1989 г.) и Американского математического общества (с 2016 г.). Член Ученого Совета ВятГУ с 2017 г. Почетный профессор Вятского государственного университета (2018).

– Мной и коллегами ведется большая работа по оппонированию, рецензированию статей, монографий, учебных пособий и диссертаций, в том числе в рамках функционирования Совета УМО по математике педвузов и университетов Волго-Вятского региона.

– Вместе с профессором Сергеем Ивановичем Калининым руковожу научной школой «Кировская научно-методическая школа по математическому образованию», выросшей на базе научно-методической школы «Теория и методика обучения решению математических задач», созданной Ф. Ф. Нагибиным в КГПИ имени В. И. Ленина в 50-е гг. XX в.

– В настоящее время занимаюсь с магистрантами направления подготовки Математика и компьютерные науки, руковожу магистрантами и аспирантами, их учебной, научно-исследовательской и преддипломной практиками. С 2020 г. веду учебно-исследовательский алгебраический семинар для студентов и аспирантов.

Награды. Имею немало различных наград. Отличник народного просвещения (1996), почетный работник высшего профессионального образования РФ (2003), заслуженный работник высшей школы РФ (2008). Награжден министерскими почетными грамотами (1991, 1997) и знаком «За развитие научно-исследовательской работы студентов» (2009), почетным знаком «За заслуги перед Кировской областью» (2015). Лауреат Премии Кировской городской Думы (1996) и Премии Кировской области (2015). Победитель областного конкурса «Лучший по профессии» (1999) в номинации вузовский преподаватель, победитель и лауреат областного конкурса «Вятская книга года» (2006, 2011, 2014, 2016). Профессор года-2009 в ВятГГУ. Шесть раз был победителем конкурса ВятГГУ на лучшую научную работу – по естественно-научному направлению в 2002, 2005, 2008, 2010, 2012 гг. и гуманитарному направлению (2015, совместно с В. И. Варанкиной). По линии общероссийской общественной организации «Российское профессорское собрание» награжден дипломами общенациональной премии «Заслуженный профессор-2018» и «Профессор года-2019».

Работа на общественных началах. Помимо ведения кружков, семинаров, научных консультаций, рецензирования и прочее отмечу следующее:

1) В 1977–1979 гг. учился в Институте марксизма-ленинизма на отделении работников науки и преподавателей вузов факультета идеологических кадров (окончил с отличием).

2) Четыре года был командиром ДНД матфака КГПИ им. В. И. Ленина (1979–1983).

3) В 1984–1991 гг. являлся куратором двух студенческих групп (в ТГПИ им. Д. И. Менделеева и КГПИ им. В. И. Ленина).

4) Заместитель декана матфака по НИРС (1986–1990).

5) Руководство УМО по математике педвузов и университетов Волго-Вятского региона (1996 – по сей день).

6) Председатель и заместитель председателя ЭНС ВятГГУ (1996–2015).

7) Редактирование сборника «Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона» (1998–2019), журналов Advanced sciences (2017–2020) и «Математический вестник Вятского государственного университета» (2021 – по сей день).

8) Организация и проведение научно-методических конференций и семинаров по математике (11 форумов международного и российского уровня).

9) В период с 1999 г. по 2010 г. участвовал в госкомиссиях по аттестации вузов в качестве эксперта по естественно-математическим направлениям подготовки: 8 раз в вузах других городов России и 4 раза в Кирове.

О семье. Это старенькая мама, жена, две дочери, внук Тимур-Джон (Ваня) и внучка Нина-Фения (Феня). А также брат Владимир Михайлович и его семья.

– Жена Вера Ивановна Варанкина (род. 15.01.1962) – кандидат физико-математических наук, доцент, верный друг и соратник. Солистка фольклорного ансамбля «Горенка», лауреата международных и всероссийских песенных конкурсов, мастер на все руки.

– Старшая дочь Вечтомова Юлия Евгеньевна (род. 07.04.1979) окончила исторический факультет ВятГПУ (2001), аспирантуру ВятГГУ по отечественной истории (2006), магистратуру ВятГГУ по менеджменту (2015), кандидат исторических наук (2006). Работала доцентом кафедры менеджмента ВятГГУ и ВятГУ. В настоящее время стилист, дизайнер по одежде.

– Младшая дочь Вечтомова Мария Евгеньевна (род. 28.07.1991), окончила КЭПЛ (2008). Бакалавр экономики (окончила Высшую школу экономики, 2012), магистр экономики (Антверпенский университет, 2013); в настоящее время живет в Нидерландах, работает ведущим аналитиком и программистом в международной корпорации по доставке товаров.

– По отцовской линии принадлежу к священническому роду Пермской и Вятской земель Вечтомовых (Вештомовых), который упоминается с 1646 г. (тогда в Кунгуре служил дьячок Вештомов). Прадед Фёдор Иванович Вечтомов (1856–1920) был священником села Мулино Нагорского уезда Вятской губернии. Состою в родстве с первым вятским краеведом, историком и ботаником, учителем Александром Ивановичем Вештомовым (1768–1831), с художниками братьями Васнецовыми – Виктором Михайловичем (1848–1926) и Аполлинарием Михайловичем (1856–1933), с замечательным вятским историком Александром Степановичем Верещагиным (1835–1908), с генетиком, академиком РАН Сергеем Георгиевичем Инге-Вечтомовым (1939 г. р.), с другими известными фамилиями Вятской земли. Следует отметить, что семьи священнослужителей часто пересекались. Мой трижды прадед – священник села Курчум Александр Григорьевич Вечтомов (1784–1863). Его дочь Ольга (1807–1892) писала акварельные пейзажи и натюрморты, учила рисованию своих внуков Виктора и Аполлинария Васнецовых.

О гражданской позиции. Главное дело жизни – служение математике и математическому образованию, России, Вятскому краю и Вятскому государственному университету (как преемнику Вятского педагогического института). Мой девиз – «Жила бы страна родная!», само собой подразумевающий «Крым и Малороссия – наши!». Выступаю за сохранение и укрепление отечественного предметного высшего педагогического образования.

Об увлечениях. Помимо математических исследований, это чтение научной и популярной литературы по истории и философии, уединенные размышления о математике, ее методике и методологии, философствование, прогулки и поездки по своему городу и его окрестностям. В молодые и средние годы любил играть в шахматы и шашки, в футбол, кататься на велосипеде, плавать и нырять. Сейчас по утрам гуляю с собаками Раем и Жекой.

Этапы жизни. Если посмотреть на людей и обстоятельства, которые вели меня по жизни и профессии, то можно выстроить следующую цепочку:

1) родители (мама Нина Алексеевна, отец Михаил Александрович);

2) средняя школа № 8 города Краснокамска, школьные учителя;

3) матфак КГПИ им. В. И. Ленина (Матвеев Владимир Павлович);

4) аспирантура в МГПИ им. В. И. Ленина + кафедра высшей алгебры МГУ (Куликов Леонид Яковлевич + Скорняков Лев Анатольевич);

5) работа в Кировском пединституте (в промежутке физмат Тобольского пединститута им. Д. И. Менделеева);

6) руководство НИРС на матфаке КГПИ;

7) докторантура в МПГУ (наш старший коллега и товарищ Михалев Александр Васильевич);

8) заведование кафедрой, наука, преподавание, организаторская работа (соратник Варанкина Вера Ивановна);

9) семья (жена Вера в первую очередь).

Еще выделю ученика, коллегу, друга Василия Владимировича Чермных и бывшего нашего ректора Аркадия Михайловича Слободчикова.

Майские тезисы. В заключение сформулирую свои майские тезисы.

Мое кредо: человек как разумное существо и как гражданин должен:

1) уметь отличать белое от черного (истину ото лжи);

2) называть белое белым, а черное – черным, другими словами, «называть вещи своими именами»;

3) поступать сообразно этому знанию, согласно истине.

Данным постулатам лучше всего из учебных дисциплин и наук научает и образовывает именно математика!

Принципы в профессии:

Профессионализм + Справедливость + Великодушие.

Профессионализм преподавателя, учителя предполагает много составляющих. Выделю важнейшие: «ученье и труд все перетрут», включая самообразование + коммуникабельность, включая чувство юмора.

В профессиональной карьере человеку очень важно понимать потолок своих должностных возможностей, способностей. И не лезть «выше крыши». В теперешнем российском обществе это не работает. Вот и вкалывают профаны на всех уровнях власти! Какое тут может быть развитие?

Необходимо срочно возвращаться к советской системе образования:

1) образование – это важнейшее всенародное государственное дело, как и здравоохранение, культура, наука, армия;

2) управлять образованием должны профессионалы, а не так называемые «эффективные менеджеры»;

3) преподаватель, учитель – главная фигура в вузе, в школе;

4) правильное и справедливое финансирование: отмена подушевого финансирования, ведущего к профанации обучения; преподаватель-предметник должен получать больше офисного «планктона», профессор не меньше ректора;

5) обучение на всех уровнях образования должно быть бесплатным;

6) средняя школа должна давать универсальное и фундаментальное образование; вуз – фундаментальное высшее профессиональное образование; будущего учителя-предметника с двумя профилями нужно обучать 6 лет (6-й год – работа в школе при кураторстве вузовских преподавателей, написание дипломной работы, сдача госэкзаменов и защита ВКР).

Завершу изложение небольшой подборкой литературы [1–9].

Список литературы

1. *Варанкина В. И.* Мой муж – математик (к 70-летию Евгения Михайловича Вечтомова) // Герценка. Вятские записки. 2023. Вып. 43. С. 134–138.

2. *Варанкина В. И., Вечтомов Е. М.* Научная алгебраическая школа // Герценка. Вятские записки. 2009. Вып. 15. С. 199–207.

3. *Варанкина В. И., Вечтомов Е. М.* Первая кафедра математики на Вятской земле // Математический вестник ВятГУ. 2021. № 1. С. 39–56.

4. *Варанкина В. И., Вечтомов Е. М., Канин Е. С.* Профессор Фёдор Нагибин. Сквозь призму времени : монография. Т. 1. Киров : Изд-во ВятГГУ, Лобань, 2014. 316 с. (Серия «Научно-педагогическое наследие ВятГГУ»).

5. *Вечтомов Е. М.* Студенческий учебно-исследовательский семинар по алгебре // Математический вестник ВятГУ. 2021. № 3. С. 36–45.

6. *Вечтомов Е. М., Варанкина В. И.* Кировская научно-методическая школа по математическому образованию: история и современность // Материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педвузов «Математика и проблемы образования». Киров : ВятГУ, 2022. С. 4–8.

7. *Вечтомов Е. М., Чермных В. В.* Основные направления развития теории полуколец // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2021. № 4. С. 4–40.

8. Е. М. Вечтомов. Математик. Педагог. Философ : биобиблиографический указатель / сост. В. И. Варанкина; Киров, обл. науч. б-ка им. А. И. Герцена. Киров, 2018. 288 с.: ил., портр. (Ученые Вятского края; вып. 5).

9. *Сауров Ю. А.* Профессор Е. М. Вечтомов – духовный просветитель Вятского края (методологический портрет) // Вестник Вятского государственного университета. 2022. № 4. С. 168–175.

The experience of autobiography on the occasion of the anniversary

Vechtomov Evgeny Mikhailovich
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor,
Head of the Department of Fundamental Mathematics, Vyatka State University.
Russia, Kirov. ORCID: 0000-0002-3490-2956. E-mail: vecht@mail.ru

Abstract. The key stages of the life and work of E. M. Vechtomov on the occasion of the 70th anniversary are described in the first person. The path of Vechtomov as a mathematician and teacher is traced. His life principles are outlined.

Keywords: mathematics, mathematical education, Evgeny Mikhailovich Vechtomov.

References

1. *Varankina V. I. Moj muzh – matematik (k 70-letiyu Evgeniya Mihajlovicha Vechtomova)* [My husband is a mathematician (to the 70th anniversary of Evgeny Mikhailovich Vechtomov)] // *Gercenka. Vyatskie zapiski* – Hertsenka. Vyatka notes. 2023. Is. 43. Pp. 134–138.

2. *Varankina V. I., Vechtomov E. M. Nauchnaya algebraicheskaya shkola* [Scientific algebraic school] // *Gercenka. Vyatskie zapiski* – Hertsenka. Vyatka notes. 2009. Is. 15. Pp. 199–207.

3. *Varankina V. I., Vechtomov E. M. Pervaya kafedra matematiki na Vyatskoj zemle* [The first Department of Mathematics on Vyatka land] // *Matematicheskij vestnik VyatGU* – Mathematical herald of Vyatka State University. 2021. No. 1. Pp. 39–56.

4. *Varankina V. I., Vechtomov E. M., Kanin E. S. Professor Fyodor Nagibin. Skvoz' prizmu vremeni : monografiya* [Professor Fedor Nagibin. Through the prism of time : monograph.]. Vol. 1. Kirov. VyatSHU Publishing House, Loban'. 2014. 316 p.

5. *Vechtomov E. M. Studencheskij uchebno-issledovatel'skij seminar po algebre* [Student educational and research seminar on algebra] // *Matematicheskij vestnik VyatGU* – Mathematical herald of VyatSU. 2021. No. 3. Pp. 36–45.

6. *Vechtomov E. M., Varankina V. I. Kirovskaya nauchno-metodicheskaya shkola po matematicheskomu obrazovaniyu: istoriya i sovremennost'* [Kirov Scientific and Methodological school of mathematical education: history and modernity] // *Materialy 41-go Mezhdunarodnogo nauchnogo seminara prepodavatelej matematiki i informatiki universitetov i pedvuzov "Matematika i problemy obrazovaniya"* – Materials of the 41st International Scientific Seminar of Teachers of Mathematics and Computer Science universities and pedagogical colleges "Mathematics and problems of education". Kirov. VyatSU. 2022. Pp. 4–8.

7. *Vechtomov E. M., Chermnyh V. V. Osnovnye napravleniya razvitiya teorii polukolec* [The main directions of the development of the theory of half-rings] // *Vestnik Syktyvkarskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* – Herald of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Computer science. 2021. No. 4. Pp. 4–40.

8. *E. M. Vechtomov. Matematik. Pedagog. Filosof : biobibliograficheskij ukazatel'* [E. M. Vechtomov. Mathematician. Teacher. Philosopher : biobibliographic index] / comp. V. I. Varankina; Kirov, A. I. Herzen Regional Scientific Library. Kirov. 2018. 288 p.: ill., portr. (Scientists of the Vyatka Region; is. 5).

9. *Saurov Yu. A. Professor E. M. Vechtomov – duhovnyj prosvetitel' Vyatskogo kraya (metodologicheskij portret)* [Professor E. M. Vechtomov – spiritual educator of the Vyatka Region (methodological portrait)] // *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo universiteta* – Herald of Vyatka State University. 2022. No. 4. Pp. 168–175.

Математический вестник Вятского государственного университета

Научный журнал № 1 (28) (2023)

16+

Вятский государственный университет,
610000, г. Киров, ул. Московская, 36
(8332) 208-964