№1 (30) 2024

ISSN: 2782-2672

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК Вятского государственного университета

MATHEMATICAL BULLETIN of Vyatka State University

Вятский государственный университет

Математический вестник Вятского государственного университета

Научный журнал

№ 1 (30)

Киров
2024

УДК 51(051)
М34

Научный журнал «Математический вестник Вятского государственного университета»
как средство массовой информации зарегистрирован в Роскомнадзоре
(Свидетельство о регистрации СМИ Эл № ФС77-80462 от 01 марта 2021 г.)
Учредитель журнала – ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет»
Адрес издателя: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)
Адрес редакции: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)
Редактор **А. В. Мариева**
Компьютерная верстка **Л. А. Кислицына**
Редактор выпускающий **А. Ю. Егоров**
Ответственный за выпуск **И. В. Смольняк**

Цена свободная

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

УДК 519.175.3 DOI 10.25730/VSU.0536.24.001

Об экспоненциальном росте числа конечных асимметричных гамильтоновых графов

Перминов Евгений Александрович[1], Капленко Алексей Владимирович[2]
[1]доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры высшей математики и физики, Уральский технический институт связи и информатики.
Россия, г. Екатеринбург. ORCID: 0000-0002-8807-2476. E-mail: perminov_ea@mail.ru
[2]студент, Уральский технический институт связи и информатики.
Россия, г. Екатеринбург. E-mail: kaplenko595@gmail.com

Аннотация. Комбинаторный анализ различных алгебраических систем и их свойств является актуальной проблемой современной алгебры. В ряде работ изучалась функция роста алгебраических систем, которая для заданного натурального *n* указывает число n-элементных конечных алгебраических систем заданного вида.

Во многих работах исследовалась также актуальная проблема изучения различных преобразований алгебраических систем. В частности, исследовалось, насколько «богаты» или, наоборот, «бедны» рассматриваемые алгебраические системы преобразованиями того или иного вида.

В статье изучаются асимметричные гамильтоновы графы, обладающие только тождественным автоморфизмом. В статье доказано, что является экспоненциальной функция роста асимметричных гамильтоновых графов.

Ключевые слова: конечные асимметричные графы, функция роста.

Введение. Одной из актуальных проблем современной алгебры является изучение различных комбинаторных характеристик алгебраических систем. Наиболее известной из них является функция роста, которая для заданного натурального n указывает число -элементных конечных алгебраических систем заданного вида. В монографии Ф. Харари [5] можно найти много примеров функций роста, указывающих для каждого натурального n число n-элементных графов того или иного вида. О. А. Степанянц изучались функции роста конечных подгрупп разрешимых групп [3]. А. В. Мелешкиным исследовалась асимптотика роста инверсных и вполне регулярных полугрупп [1]. И. Трофимовым изучались другие интересные аналоги функций роста групп, луп, полугрупп, графов (см. [4]).

Для многих классов алгебраических систем задача нахождения функций роста оказалась очень трудной и нерешенной до сих пор. Например, не найдены такие функции, указывающие для каждого натурального n число -элементных различных конечных полугрупп, групп, колец, решеток, различных видов графов (гамильтоновых графов, турниров и др.). Поэтому вместо нахождения функции роста решается задача нахождения достаточно «хороших» нижней или верхней оценок числа -элементных алгебраических систем. А именно, устанавливается, что для данного натурального n существует не менее $g(n)$ или не более $h(n)$ алгебраических систем из заданного класса с n элементами, где $g(n)$ и $h(n)$ – некоторые функции натурального аргумента n.

Далее, во многих работах исследовалась также актуальная проблема изучения различных преобразований алгебраических систем, являющихся одним из эффективных средств их изучения. Одна из точек зрения здесь состоит в том, чтобы интересоваться, насколько богаты рассматриваемые алгебраические системы преобразованиями того или иного вида. На одном полюсе находятся алгебраические системы, имеющие много эндоморфизмов или автоморфизмов фиксированного вида (типичный пример – системы с транзитивной группой автоморфизмов), на другом – системы, любой их эндоморфизм или автоморфизм тривиален в некотором смысле. Например, известно более 10 работ, в которых изучались алгебраические системы, обладающие одним инъективным автоморфизмом. Такое условие для автоморфизмы линейно упорядоченных множеств исследовалось А. Г. Пинусом [2], для булевых алгебр S. Shelah [10].

Граф называется *асимметричным* [9], если он обладает только тождественным автоморфизмом. Из работы [8] следует, что для любого кардинала $\alpha \geq 7$ существует асимметричный неориентированный граф мощности α. В работах [6] и [7] установлено наименьшее и наибольшее число ребер, который может иметь конечный асимметричный граф того или иного вида с заданным числом вершин.

Важными видами графов являются гамильтоновы графы. В статье найдена нижняя оценка $g(n)$ числа асимметричных n-вершинных гамильтоновых графов. А именно доказана:

Теорема. Для любого натурального $n \geq 8$ существует 2^{n-8} асимметричных гамильтоновых графов с n вершинами.

Эта оценка свидетельствует о том, что является экспоненциальной функция роста числа n-вершинных асимметричных гамильтоновых графов.

Обозначим через $AutG$ группу всех автоморфизмов графа, через $|AutG|$ – число элементов этой группы.

Пусть K – некоторый класс графов. Граф G с n вершинами из класса K называется *симметричным* в этом классе, если не существует другого графа D из K с n вершинами такого, что $|Aut\mathrm{D}| > |AutK|$. Доказано:

Предложение. Для любого натурального n существует симметричный n-вершинный гамильтонов граф.

Необходимые определения. Далее всюду рассматриваются только обыкновенные (простые) графы, т. е. неориентированные графы без петель и кратных ребер.

Пусть дан граф $G =< V, E >$, где V – множество вершин и E – множество его ребер. Через (a, b) будем обозначать ребро, соединяющее в графе G инцидентные вершины $a, b \in E$.

Определение 1. Граф называется *гамильтоновым*, если существует цикл, содержащий все вершины графа.

Определение 2. Если при биекции φ множества вершин V_1 графа $G_1 = < V_1, E_1 >$ в множество вершин V_2 графа $G_2 =< V_2, E_2 >$ для любых вершин $a, b \in G_1$ ребро (a, b) отображается в ребро $(\varphi a, \varphi b)$, то биекция φ называется изоморфизмом графа G_1 в граф G_2. При этом графы G_1 и G_2 называются изоморфными.

Определение 3. Изоморфизм графа G в этот же граф G называется *автоморфизмом* этого графа.

Свойство автоморфизма. Вершина графа степени n при автоморфизме графа отображается в вершину той же степени.

Доказательство очевидно.

Определение 4. *Тождественным* называется автоморфизм φ графа $G =< V, E >$ такой, что $\varphi a = a$ для любой вершины $a \epsilon V$.

Определение 5. Пусть в графе G имеется вершина a такая, что при любом автоморфизме φ графа $\varphi a = a$. Таким образом, φ на вершине a действует как тождественный автоморфизм. Будем называть такую вершину кратко *неподвижной*.

Доказательства результатов. Теорема. Для любого натурального $n \geq 8$ существует 2^{n-8} асимметричных гамильтоновых графов G_n с n вершинами.

Доказательство. Рассмотрим множество

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\} \cup \{b_i \text{ и } 1 \leq i \leq k\}.$$

Определим на A обыкновенный граф $G_k^m =< V, E >$ следующим образом:

1) Подмножеством E_1 множества ребер E графа G_k^m является следующее подмножество: $\{(a_1, a_2), (a_1, a_5), (a_1, a_6), (a_1, a_4), (a_1, a_8), (a_2, a_3), (a_3, a_4), (a_3, a_5), (a_3, a_6), (a_4, a_7), (a_7, b_n), (a_8, b_1)\} \cup \{(b_i, b_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq i+1 \leq k\}$.

2) Выберем в k-элементном множестве ребер $B = (b_i \mid i \in N \text{ и } 1 \leq i \leq k)$ произвольное его непустое подмножество M. Тогда дополним множество E_1 ребер графа G_k^m следующим подмножеством:

$$E_2 = (a_1, b_j), \text{ где вершина } b_j \text{ принадлежит } M.$$

Таким образом, множеством всех ребер полученного таким образом графа G_k^M является множество

$$E = E_1 \cup E_2.$$

Заметим, что для любого j вершина b_j из множества M его ребер является вершиной степени 3.

Далее для удобства доказательства теоремы ребро (a_1, b_j) будем обозначать более просто (a_1, j).

Как известно, множество всех подмножеств -элементного множества

равно $C_k^0 + C_k^1 + \cdots + C_k^{k-1} + C_k^k = 2^k$. Поэтому множество всех подмножеств множества ребер B равно 2^k. Следовательно, число всех графов G_k^M тоже равно 2^k.

Из определения графа G_k^M следует, что в цепи этого графа с вершинами 1, 2, ..., k−1, k все вершины, кроме вершин из M, имеют степень 2.

Граф G_k^M при $k = 3$ и $M = \{2, 3\}$ изображен на рис. 1.

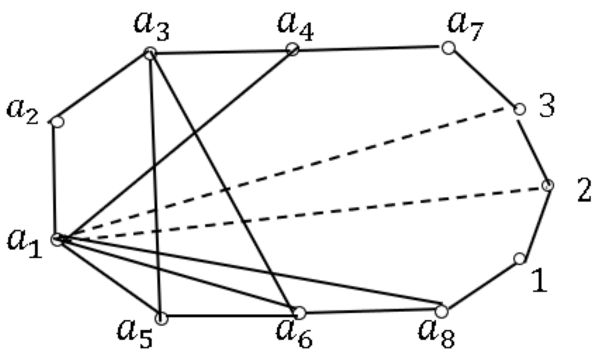

Рис. 1. Граф G_k^M при $k = 3$ и $M = \{2, 3\}$

Очевидно, на G_k^M существует цикл, полностью определяемый последовательностью своих вершин a_1, a_5, a_6, a_8, 1, 2, ... $k-1, k, a_7, a_4, a_3, a_2$. Поэтому граф G_k^M является гамильтоновым.

Договоримся далее ребро (u, v) графа G_k^M обозначать более удобно для рассуждений как $u \leftrightarrow v$. Символ $\leftrightarrow$ обозначает, что вершины u, v инцидентны.

Докажем, что граф G_k^M – асимметричный для любого множества M. Для доказательства введем понятие неподвижной вершины графа, а именно вершины c, на которую любой автоморфизм φ графа действует как тождественный (т. е. $\varphi c = c$).

Пусть φ – произвольный автоморфизм этого графа. Так как подмножество M непустое, в G_k^M имеется единственная вершина a_1 степени 5. Поэтому $\varphi a_1 = a_1$ и вершина a_1 является *неподвижной.*

Из $a_1 \leftrightarrow a_2$ следует $a_1 \leftrightarrow \varphi a_2$. Так как степень a_2 равна 2, то, очевидно, возможно только $\varphi a_2 = a_2$. Следовательно вершина a_2 также является неподвижной.

Так как $a_2 \leftrightarrow a_3$ и вершина a_2 неподвижная, справедливо $a_2 \leftrightarrow \varphi a_3$, откуда ввиду степени 4 вершины a_3 следует что $\varphi a_3 = a_3$ и вершина a_3 неподвижная.

Из $a_3 \leftrightarrow a_4$ и $\varphi a_3 = a_3$ следует $a_3 \leftrightarrow \varphi a_4$. Так как степень a_4 равна 3, то возможно только $\varphi a_4 \in \{a_4, a_5\}$.

Предположим, что $\varphi a_4 = a_5$ Тогда из $a_4 \leftrightarrow a_7$ вытекает $a_5 \leftrightarrow \varphi a_7$. Но степень вершины a_7 равна 2, поэтому обнаруживаем противоречие. Следовательно, $\varphi a_4 = a_4$, поэтому $\varphi a_5 = a_5$,и таким образом вершины a_4 и a_5 неподвижные.

Так как $a_1 \leftrightarrow a_6$ и вершина a_1 неподвижная, имеем $a_1 \ \leftrightarrow \varphi a_6$. Так как степень a_6 равна 4, возможно только, что $\varphi a_6 \in \{a_3, a_6\}$. Но вершина a_3 неподвижная, следовательно, $\varphi a_6 = a_6$, и вершина тоже a_6 неподвижная.

Из $a_4 \leftrightarrow a_7$ и $\varphi a_4 = a_4$ следует $a_4 \leftrightarrow \varphi a_7$. Так как степень a_7 равна 2, то возможно только $\varphi a_7 = a_7$, и вершина a_7 неподвижная.

Поскольку $a_6 \leftrightarrow a_8$ и $\varphi a_6 = a_6$, получаем, что $a_6 \leftrightarrow \varphi a_8$. Степень a_8 равна 3, то возможно только $\varphi a_8 \in \{a_5, a_8\}$. Но вершина a_5 неподвижная, вершина a_8 также неподвижная.

В силу неподвижности множества вершин $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\}$ можно доказать по индукции, что цепь из вершин $1 \le i \le k-1$ при произвольном автоморфизме φ отображается в себя.

База индукции. Рассмотрим вершину 1 и докажем, что $\varphi 1 = 1$. Так как $1 \leftrightarrow a_8$ имеем $\varphi 1 \leftrightarrow a_8$, откуда возможно лишь $\varphi 1 \in \{1, a_6, a_1\}$. Но вершины a_6, a_1 неподвижные, поэтому $\varphi 1 = 1$.

Шаг индукции. Предположим, что доказано $\varphi(m) = m$ для некоторого m, и докажем, что $\varphi(m+1) = m+1$. Из $m \leftrightarrow m+1$ и $\varphi(m) = m$ вытекает, что

$m \leftrightarrow \varphi(m+1)$. Поэтому возможно лишь $\varphi(m+1) \in \{m, a_1\}$. Но вершины $1, a_1$ неподвижные, поэтому $\varphi(m+1) = m+1$.

Таким образом, элементы цепи из вершин $1 \le i \le k-1$ являются неподвижными. Тогда доказано, что неподвижны все вершины графа G_k^M, кроме k. Поэтому очевидно, что из $k \leftrightarrow a_7$ вытекает $\varphi k = k$.

Напомним, в графе G_k^M, кроме вершин i $(1 \le i \le k)$ в нем есть вершины a_j $(1 \le j \le 8)$. Полагая $n = k + 8$, получаем асимметричный гамильтонов граф G_n с n вершинами. Так как число подмножеств -элементного множества ребер B равно 2^k, очевидно, что число графов G_n для произвольного натурального $n \ge 8$ равно 2^{n-8}.

Теорема доказана.

Предложение. Для любого натурального n существует симметричный n-вершинный гамильтонов граф.

Доказательство. Рассмотрим полный n-вершинный граф $G =< V, E >$, где $\{V = \{a_k \mid 1 \leq k \leq n\}$. Очевидно, в G есть цикл $a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots, a_n, a_1$, содержащий каждую вершину G. Поэтому граф G является гамильтоновым. Поскольку граф G – полный, любая подстановка на множестве его вершин является автоморфизмом графа. Следовательно, группа автоморфизмов $AutG$ графа G есть симметрическая группа S_n подстановок на множестве его вершин. Следовательно, граф G – симметричный.

Список литературы

1. *Мелешкин А. В.* Регулярные полугруппы полиномиального роста // Матем. заметки. 1990. Т. 47. Вып. 2. С. 58–64.
2. *Пинус А. Г.* О числе попарно несравнимых порядковых типов // Сиб. матем. журн. 1973. Т. 14. № 1. С. 225–234.
3. *Степанянц О. А.* О росте конечных подгрупп разрешимых групп // Вестник Моск. ун-та. 2002. Сер. 1. Матем., мех. № 6. С. 15–19.
4. *Трофимов В. И.* Функции роста алгебраических систем : дисс. канд. физ.-мат. наук. Новосибирск : НГУ, 1982. 10 с.
5. *Харари Ф.* Перечисление графов / Ф. Харари, Э. Палмер. М. : Мир, 1977. 324 с.
6. *Baron G*. Uber asymmetrische graphen // Math. Nachr. 1970. V. 46. № 1–6. S. 25–46.
7. *Frucht R., Allan G., Quintas L.* The least number of edges for graphs having automotphism group of order three // Lect. Notes Math. 1971. Vol. 186. Pp. 25–46.
8. *Hedrlin Z., Pultr A.* Symmetric relation (undirected graph) with given semigroup // Monatsh. Math. 1965. Vol. 69. № 4. Pp. 318–322.
9. *Pultr A., Trnkowa V.* Combinatorial, algebraic and topoiogical representations of groups, semigroups and categories. Prague : Academia, 1980. 372 p.
10. *Shelah S.* Why there many nonisomorphic models unsuperstable theories // In Proceeding of the Inter. Congress of Math. Vancouver, 1974. Pp. 553–557.

On the exponential growth of the number of finite asymmetric Hamiltonian graphs

Perminov Evgeny Alexandrovich[1], Kaplenko Alexey Vladimirovich[2]

[1]Doctor of Pedagogical Sciences, PhD in Physical and Mathematical Sciences, associate professor, professor of the Department of Higher Mathematics and Physics, Ural Technical Institute of Communications and Informatics. Russia, Yekaterinburg. ORCID: 0000-0002-8807-2476. E-mail: perminov_ea@mail.ru

[2]student, Ural Technical Institute of Communications and Informatics. Russia, Yekaterinburg. E-mail: kaplenko595@gmail.com

Abstract. Combinatorial analysis of various algebraic systems and their properties is an urgent problem of modern algebra. In a number of works, the growth function of algebraic systems has been studied, which, for a given natural n, indicates the number of n-element finite algebraic systems of a given type.

In many works, the actual problem of studying various transformations of algebraic systems has also been investigated. In particular, it was investigated how "rich" or, conversely, "poor" the considered algebraic systems are with transformations of one kind or another.

The paper studies asymmetric Hamiltonian graphs with only an identical automorphism. The article proves that the exponential growth function of asymmetric Hamiltonian graphs is.

Keywords: finite asymmetric graphs, growth function.

References

1. *Meleshkin A. V. Regulyarnye polugruppy polinomial'nogo rosta* [Regular semigroups of polynomial growth] // *Matem. zametki* – Matem. notes. 1990. Vol. 47. Is. 2. Pp. 58–64.
2. *Pinus A. G. O chisle poparno nesravnimyh poryadkovyh tipov* [On the number of pairwise incomparable ordinal types] // *Sib. matem. zhurn.* – Siberian mathematical journal. 1973. Vol. 14. No. 1. Pp. 225–234.
3. *Stepanyanc O. A. O roste konechnyh podgrupp razreshimyh grupp* [On the growth of finite subgroups of solvable groups] // *Vestnik Mosk. un-ta* – Herald of Moscow Univ. 2002. Ser. 1. Math., mech. No. 6. Pp. 15–19.
4. *Trofimov V. I. Funkcii rosta algebraicheskih sistem : diss. kand. fiz.-mat. nauk* [Growth functions of algebraic systems : diss. … PhD in Physical and Mathematical Sciences]. Novosibirsk. NSU, 1982. 10 p.
5. *Harari F. Perechislenie grafov* [Enumeration of graphs] / F. Harari, E. Palmer. M. Mir, 1977. 324 p.
6. *Baron G*. Uber asymmetrische graphen // Math. Nachr. 1970. V. 46. No. 1–6. Pp. 25–46.

7. *Frucht R., Allan G., Quintas L.* The least number of edges for graphs having automotphism group of order three // Lect. Notes Math. 1971. Vol. 186. Pp. 25–46.

8. *Hedrlin Z., Pultr A.* Symmetric relation (undirected graph) with given semigroup // Monatsh. Math. 1965. Vol. 69. No. 4. Pp. 318–322.

9. *Pultr A., Trnkowa V.* Combinatorial, algebraic and topoiogical representations of groups, semigroups and categories. Prague : Academia, 1980. 372 p.

10. *Shelah S.* Why there many nonisomorphic models unsuperstable theories // In Proceeding of the Inter. Congress of Math. Vancouver, 1974. Pp. 553–557.

УДК 519.862.6 DOI 10.25730/VSU.0536.24.002

Эконометрический анализ торговой статистики сети магазинов Rossmann

Шатров Анатолий Викторович[1], Левин Михаил Наумович[2]
[1]доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник кафедры ЭВМ,
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров; профессор физико-механического института,
Санкт-Петербургский политехнический университет. ORCID: 000-0002-5295-571X. E-mail: shatrov@vyatsu.ru
[2]кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики,
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: usr00227@vyatsu.ru

Аннотация. В представленной работе выполнена предварительная обработка данных статистической базы продаж магазинов европейской сети Rossmann. В качестве процедуры предварительного анализа используются эконометрические методы обработки данных с платформы Kaggle Rossmann Store Sales. В качестве инструментальных методов используется среда разработки Python. Задача данной статьи заключается в проведении предварительной обработки данных эконометрическими методами. Проанализирована база данных продаж по типам магазинов, временным интервалам работы сети, состоянию спроса потребителей в зависимости от различных факторов. Выполнены корреляционный и дисперсионный анализы статистических данных. Исследованы свойства временных рядов основных факторов, в том числе по факту наличия автокорреляции. Получены распределения продаж как по отдельным типам магазинов, так и всей совокупности сети. Результаты эконометрического анализа необходимы для построения прогностических моделей.

Ключевые слова: математическая статистика, эконометрический анализ, среда разработки Python.

Введение. В качестве предметной области для эконометрического анализа используется база данных торговой статистики Rossmann Store Sales. Эти данные были представлены для международных соревнований по Data Mining (анализ данных) специальным online ресурсом Kaggle (https://www.kaggle.com/), который организует и проводит исследования в области статистического моделирования. Эффективность и достоверность решений определяют независимые эксперты в форме рейтинга решений участников соревнования. Данные представляют заинтересованные фирмы и организации. В представленной статье использованы статистические показатели торговой сети Rossmann (https://www.rossmann.de). Статистические данные продаж сети, представляющие основную (генеральную) совокупность для дальнейшей эконометрической обработки, разделены на две выборки: обучающую (train.csv) и тестовую (test.csv), находящиеся в соотношении 4:1.

Кроме этого, сформирована вспомогательная выборка, представленная файлом store.csv, содержащим дополнительную информацию об условиях работы торговой сети. Задача предварительной обработки данных в рамках эконометрического анализа [1; 2] данных статистики продаж состоит в структурировании данных, определении закономерностей между факторами, формировании новых переменных из комбинаций исходных факторов, исследовании динамики временных рядов [3].

Предварительная обработка и анализ данных сети магазинов. Прежде чем переходить к обработке статистики, требуется провести предварительный анализ данных. Для этого в среде разработки Python предназначена библиотека Pandas [8]. Структура обучающей выборки представлена на рис 1.

Генеральная совокупность представляет матрицу из 1017209 строк и 8 столбцов. В столбцах перечислены факторы (значения этих факторов на указанную дату):

– Store – порядковый номер магазина;

– Day_Of_Week – количество рабочих дней в текущей неделе;

– Sales – объем продаж на указанную дату (целевая переменная);

– Customers – количество клиентов на указанную дату;

– Open – статус работы магазина: 0 – закрыт, 1 – открыт;

– Promo – статус проведения промоакции: 0 – нет, 1 – да;

– State_Holiday – указывает на государственный праздник;

– School_Holiday – показатель наличия школьных каникул: 0 – нет, 1 – да.

В строках указаны даты наблюдения перечисленных факторов.

Date	Store	DayOfWeek	Sales	Customers	Open	Promo	StateHoliday	SchoolHoliday
2015-04-24	731	5	6498	751	1	0	0	0
2015-04-24	732	5	4187	484	1	0	0	0
2015-04-24	733	5	14836	3767	1	0	0	0
2015-04-24	734	5	3935	469	1	0	0	0
2015-04-24	735	5	3987	446	1	0	0	0
2015-04-24	736	5	3763	408	1	0	0	0
2015-04-24	737	5	4788	739	1	0	0	0

Рис. 1. Фрагмент обучающей выборки train.csv

В целях структурирования данных вводится новая переменная Sale_Per_Customer (средний чек) – отношение общего объема продаж к количеству клиентов на указанную дату. Если продажи отсутствуют, средний чек равен 0. На рис. 2 показано, как изменялись продажи по месяцам за период наблюдений с 2013.01 по 2015.06. График изменения фактора Sales демонстрирует рост среднемесячного объема продаж. Линейный тренд зависимости фактора Sales от времени является положительным и представлен уравнением регрессии $Sales = 15.725t + 5531.4$. На рис. 3 представлены диаграммы среднегодовых значений факторов Sales и Customers.

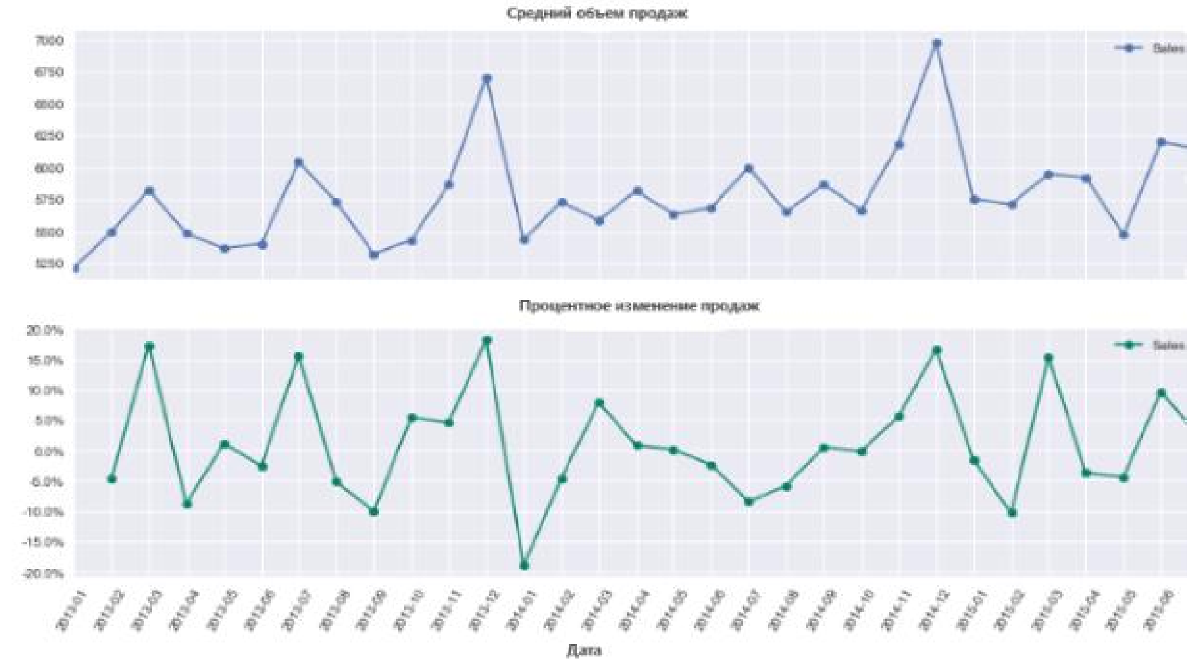

Рис. 2. График помесячного изменения фактора Sales

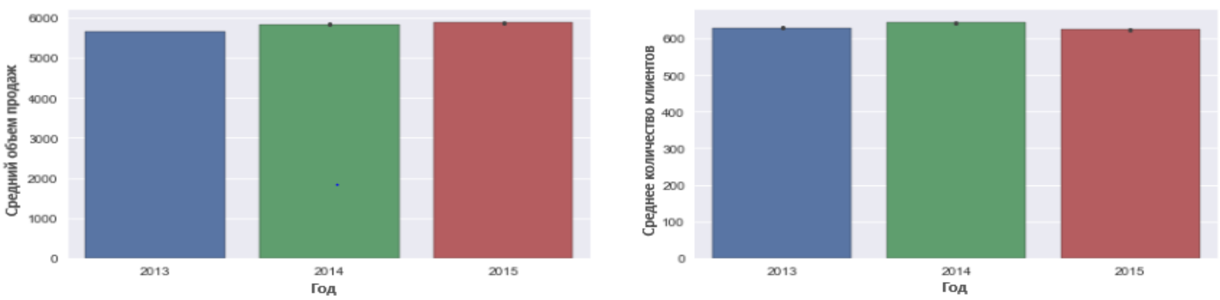

Рис. 3. Средний объем продаж и среднее количество клиентов в год

Рис. 4. График изменения фактора Customers

На рис. 4 показано изменение количества клиентов за весь период по месяцам, как это было сделано ранее для объема продаж.

Функция ECDF (ECDF – empirical cumulative distribution function) из пакета statsmodels.distributions [7; 11] дает представление о непрерывном распределении для факторов Sales, Customers, Sale_Per_Customer.

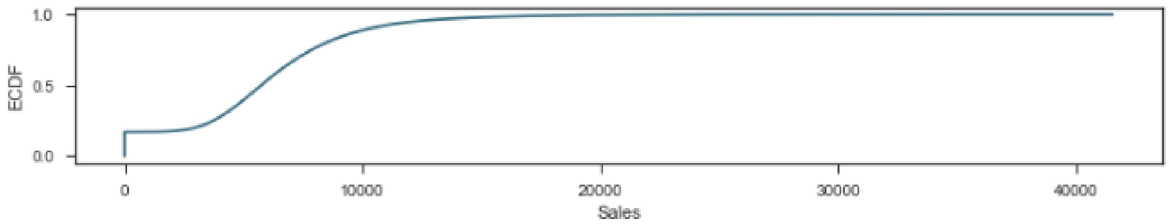

Рис. 5. Эмпирическое распределение по фактору Sales

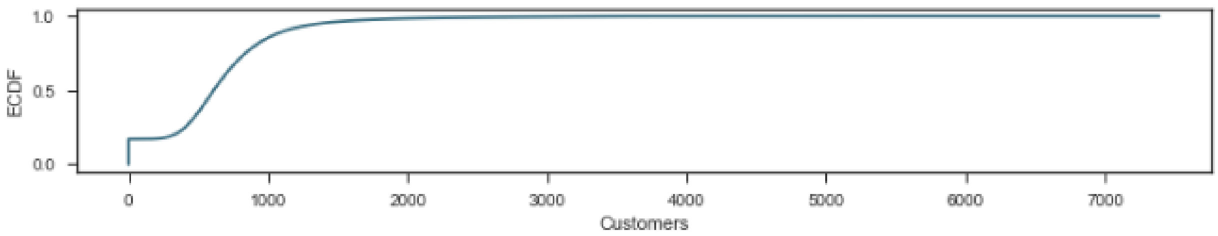

Рис. 6. Эмпирическое распределение по фактору Customers

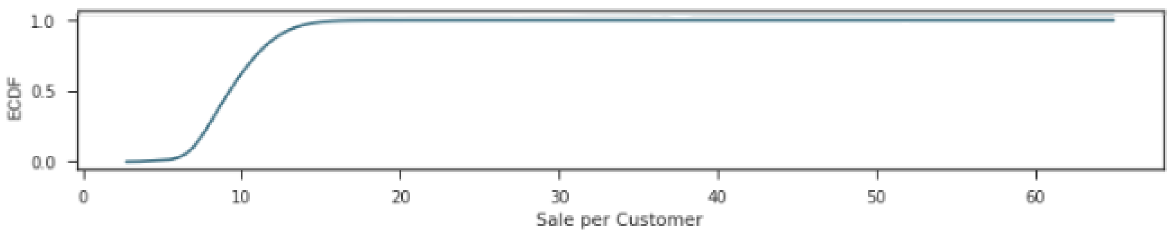

Рис. 7. Эмпирическое распределение по фактору Sale_Per_Customer

Эти графики дают информацию в виде оценки порядков изменения факторов. Так, например, около 20 % наблюдений за фактором продаж показывают нулевые значения фактора Sales (рис. 5). Около 20 % наблюдений количества клиентов демонстрируют нулевые значения фактора Customers (рис. 6). Это означает, что структурирование выборки по этим факторам необходимо производить с учетом влияния нулевых значений продаж и количества клиентов. Учет этого влияния заключается в удалении строк с нулевыми значениями этих факторов. На примере фактора Sales построим график распределения ежедневных продаж для всех магазинов после удаления нулевых наблюдений (рис. 8).

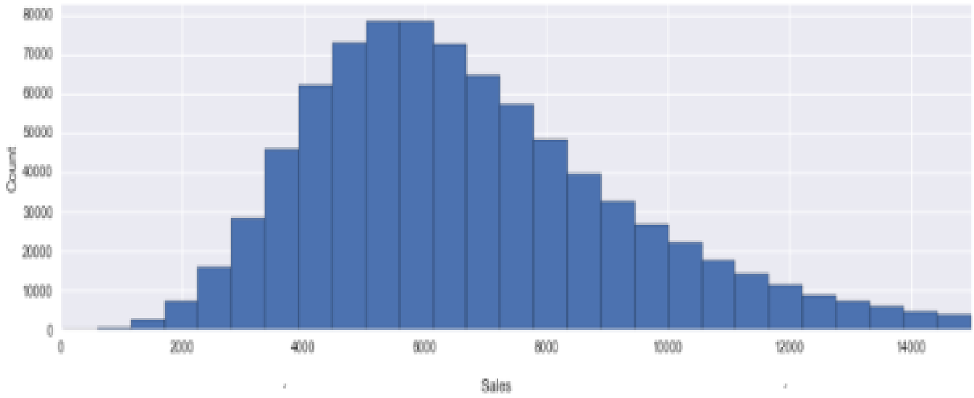

Рис. 8. Распределение всех типов магазинов по фактору Sales

Влияние дополнительных факторов на итоги продаж. Существенное влияние на структуру генеральной совокупности оказывает вспомогательная выборка store.csv. Эта выборка позволяет оценить влияние дополнительных факторов на результаты деятельности торговой сети с точки зрения эффективности продаж и привлечения клиентов. Структура файла store.csv включает в себя следующие факторы:

– Store – идентификатор магазина;

– Store_Type – типы магазинов: A, B, C, D;

– Assortment – признаки ассортимента: a – базовый, b – дополнительный, c – расширенный;

– Competition_Distance – расстояние в метрах до ближайшего магазина конкурентов;

– Competition_Open_Since[Month/Year] – дата открытия магазина ближайшего конкурента;

– Promo2 – факт участия магазина в дополнительной рекламной акции: 0 – не участвует, 1 – участвует;

– Promo2_Since[Year/Week] – дата начала участия магазина в Promo2;

– Promo_Interval – интервалы (раунды) проведения магазинами акций Promo2.

Учитывая дополнительную выборку store.csv, можно проанализировать иерархию магазинов по объемам продаж с учетом их типа. Рассмотрим различные уровни фактора Store_Type и соответствующие им показатели и основные характеристики фактора Sales.

Таблица 1

Характеристики фактора Store_Type по объему продаж

Тип магазина	Кол-во	Ср. знач.	Стд. откл. (RSME)	min	25 %	50 %	75 %	max
A	457042	6925.70	3277.35	46	4696.25	6285.00	8406.00	41551
B	15560	10233.38	5155.73	1252	6345.75	9130.00	13184.25	38722
C	112968	6933.13	2896.96	133	4916.00	6408.00	8349.25	31448
D	258768	6822.30	2556.40	538	5050.00	6395.00	8123.25	38037

Результаты работы магазинов по объему продаж за весь период показывают, что магазины типа B имеют самое высокое среднее значение продаж. Распределение долей продаж по квартилям для этого типа по сравнению с другими менее однородно, что отражает относительно большое значение RSME. При этом наибольшая часть объема продаж магазинов типа B принадлежит третьему квартилю.

Таблица 2

Общий объем продаж и количество клиентов по каждому типу магазинов за весь период

Тип магазина	Количество клиентов	Объем продаж
A	**363541431**	**3165334859**
B	31465616	159231395
C	92129705	783221426
D	156904995	1765392943

Результаты работы магазинов по объему продаж и количеству клиентов (факторы Sales и Customers) представлены в таблице 2. Данные этой таблицы демонстрируют очевидную иерархию по суммарному показателю «Sales + Customers»: $A \succ D \succ C \succ B$ (здесь знак + означает объединение факторов, знак $\succ$ соответствует предпочтительности факторов Store_Type по суммарному показателю).

Ниже приведены графики динамики факторов Sales и Customers без учета рекламной акции (фактор Promo=0) и с учетом рекламной акции (Promo=1).

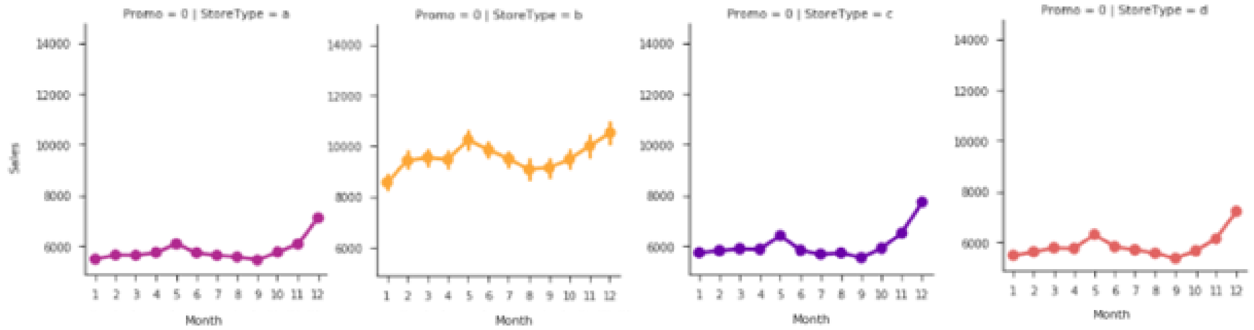

Рис. 9. Динамика объема продаж по каждому типу магазинов (A, B, C, D – слева направо) без учета рекламной акции по месяцам (Promo=0)

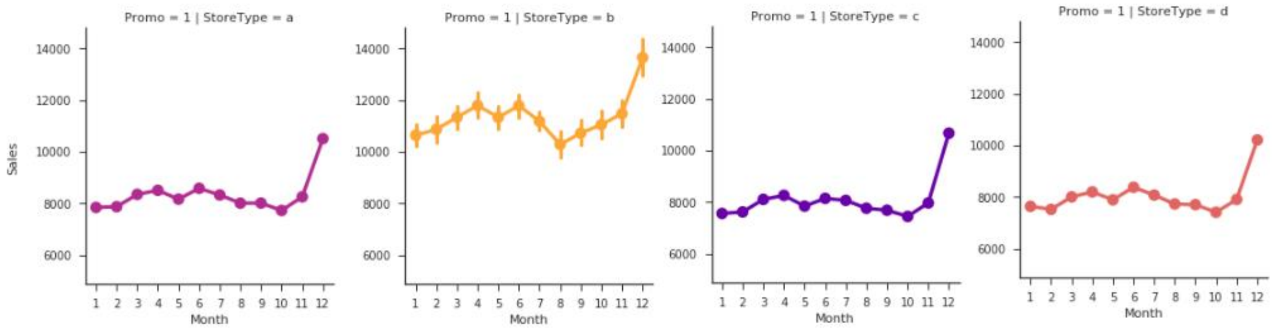

Рис. 10. Динамика объема продаж по каждому типу магазинов (A, B, C, D – слева направо) с учетом рекламной акции по месяцам (Promo=1)

Графики динамики фактора Sale_Per_Customer (среднего чека на одного клиента) представлены в последовательности факторов Store_Type (типы магазинов A, B, C, D – следуют слева направо). Наиболее эффективными по фактору Sale_Per_Customer оказываются магазины типа D: среднее значение фактора 12.26€ (Promo=1) и 10.63€ (Promo=0) по наблюдениям в течение года. Наименее эффективными по фактору Sale_Per_Customer оказываются магазины типа B: среднее значение фактора 5.58€ (Promo=1) и 5.26€ (Promo=0) по наблюдениям в течение года.

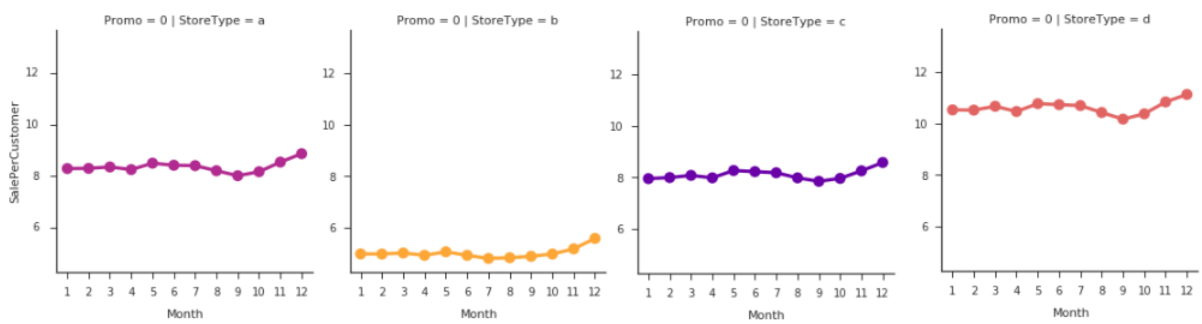

Рис. 11. Динамика среднего чека на одного клиента по каждому типу магазинов без учета рекламной акции по месяцам (Promo=0)

Низкое значение фактора Sale_Per_Customer для магазинов типа B объясняет тот факт, что несмотря на объемы продаж (по данным таблицы 1, рис. 9 и рис. 10, показатели фактора Sales являются наибольшими), магазины этого типа не являются эффективными.

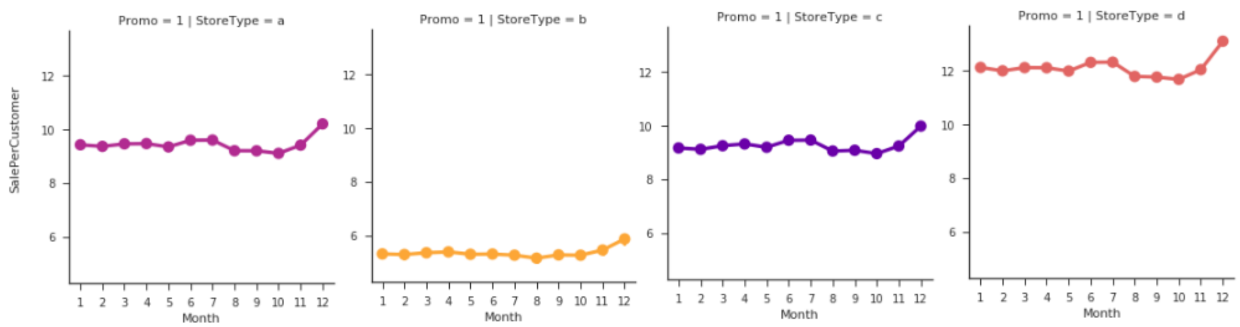

Рис. 12. Динамика среднего чека на одного клиента по каждому типу магазинов с учетом рекламной акции по месяцам (Promo=1)

При этом магазины типа B занимают специфическую нишу: в них клиенты совершают много покупок товаров из низкого ценового ассортимента.

Оценку влияния фактора Competition_Distance на статистику продаж можно получить по диаграмме рассеяния фактора Sales. Роль фактора Competition_Distance заключается в определении расстояния от фиксированного магазина до ближайшего конкурента. На рис. 13 приведен график корреляционного поля зависимости объема продаж от расстояния до ближайшего конкурента. График показывает отрицательную корреляционную связь между факторами Competition_Distance и Sales.

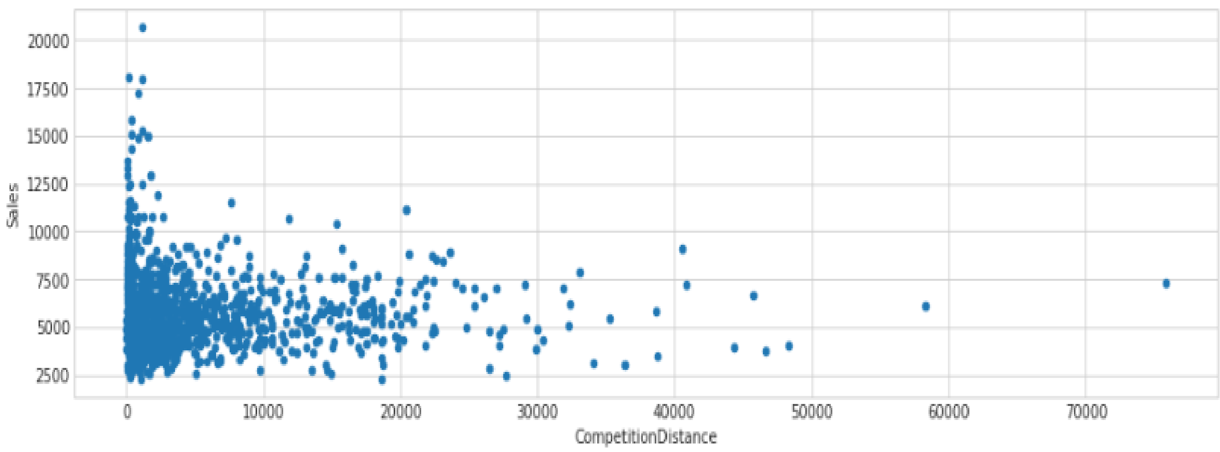

Рис. 13. Диаграмма рассеяния зависимости объема продаж и расстояния до ближайшего конкурента (фактор Competition_Distance)

При малых значениях фактора Competition_Distance разброс суммарных продаж является наибольшим и колеблется в области сгущения от 2000€ до 7500 €, при больших значениях фактора Competition_Distance разброс существенно уменьшается и устанавливается в среднем около 5000€. Обучающую выборку train.csv после присоединения к ней дополнительной выборки store.csv используем для анализа корреляционной зависимости между факторами объединенной выборки. Тесноту связи между факторами можно оценить по тепловой карте корреляций [10] (рис. 14). Графическое представление корреляционных связей между факторами дает исчерпывающую информацию для анализа факторного взаимодействия в объединенной выборке. Так, можно видеть, что фактор Customers показывает сильную положительную корреляцию с объемом продаж – коэффициент корреляции выше 0.8. Наблюдается положительная корреляция между факторами Promo и Sales. На рис. 15 представлен график динамики продаж для магазинов A, B, C и D. Следует отметить, что прослеживается увеличение объема продаж для A, B и D, но не для магазинов типа C (третий график сверху).

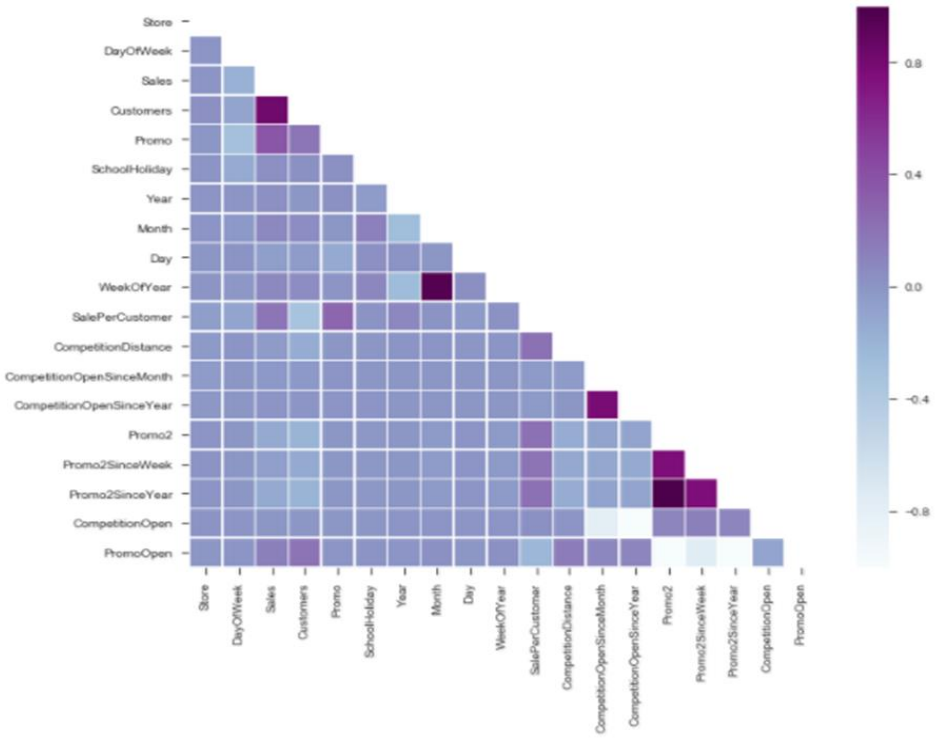

Рис. 14. Тепловая карта общих корреляций

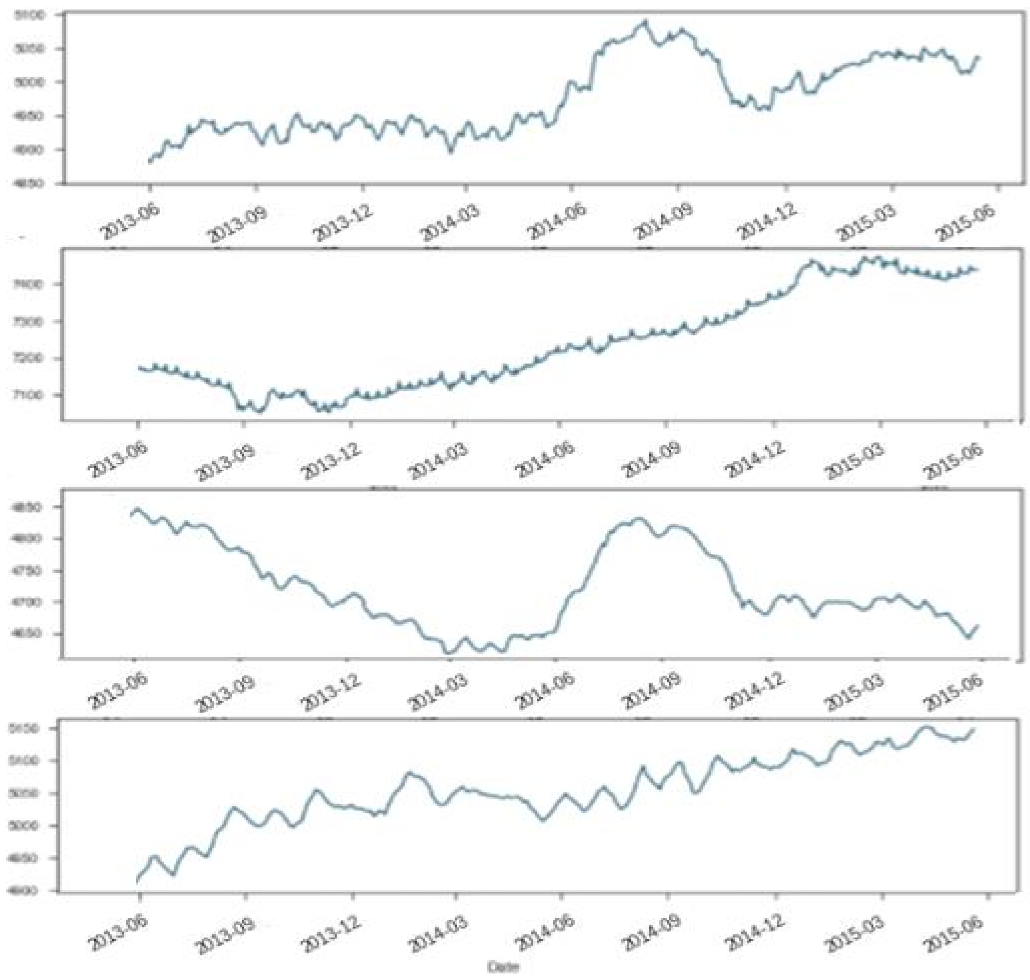

Рис. 15. Динамика продаж магазинов по типам A, B, C и D

Проверка стационарности временных рядов. Проверка стационарности временного ряда осуществляется по коэффициентам выбранной регрессионной модели или с помощью числовых характеристик временного ряда [1–3]. Наиболее адекватной оценкой явлений нестационарности временных рядов являются автокорреляционные функции (АКФ и ЧАКФ). Ниже на рис. 16–19 представлены графики АКФ и ЧАКФ для каждого типа магазинов.

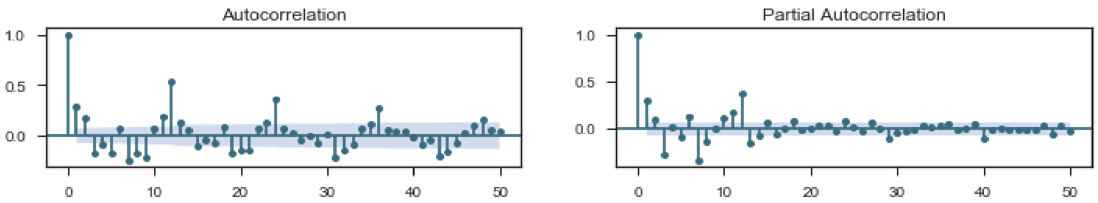

Рис. 16. Автокорреляционная и частная автокорреляционная функции для магазинов типа A

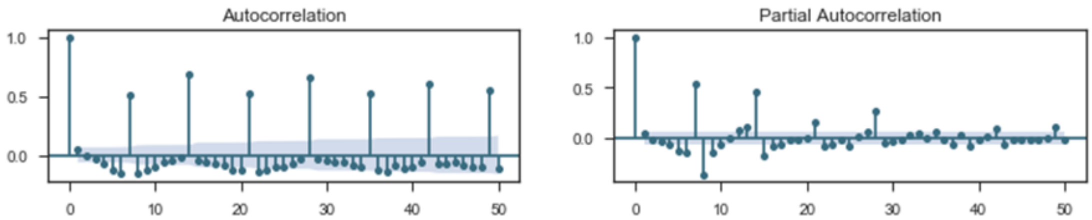

Рис. 17. Автокорреляционная и частная автокорреляционная функции для магазинов типа B

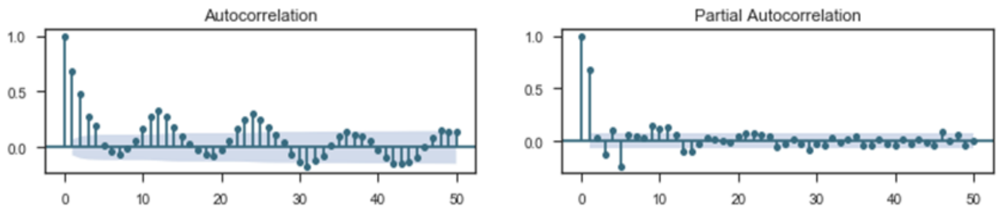

Рис. 18. Автокорреляционная и частная автокорреляционная функции для магазинов типа C

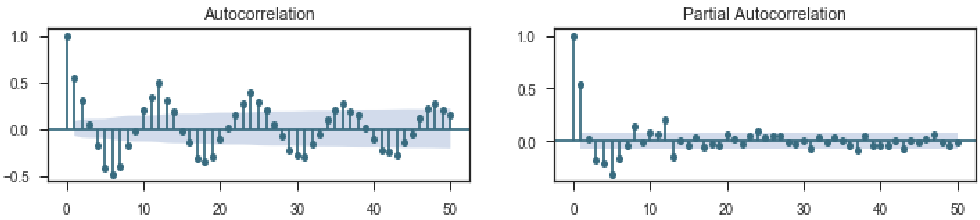

Рис. 19. Автокорреляционная и частная автокорреляционная функции для магазинов типа D

Для магазинов типа A и типа B можно сделать следующий вывод: оба типа показывают сезонности при определенных задержках. Для типа A каждое двенадцатое наблюдение определяется положительными пиками в 12 (s) и 24 (2s) лагах и так далее. Для типа B это недельный тренд с положительными всплесками в 7 (s), 14 (2s), 21 (3s) и 28 (4s) лагах. В целом можно сделать вывод, что временные ряды по основным факторам являются стационарными. Анализ автокорреляций временных рядов (ЧАКФ основных факторов убывают) показывает, что выполняется предположение о гомоскедастичности, то есть дисперсия временных рядов является практически однородной.

Заключение. В данной работе представлены результаты предварительной обработки данных статистики продаж крупной европейской компании Rossmann, база данных которой была представлена на сайте международного ресурса по анализу данных Kaggle. Необходимость эконометрической предварительной обработки данных заключается в подготовке статистических выборок к последующему интеллектуальному анализу. На данном этапе выявлена целевая функция Sales, определяющая объемы продаж, выполнено структурирование базы данных по выявлению основных факторов, определяющих изменение целевой функции. Произведена оценка влияния выделенных факторов Customers, Sale_Per_Customer, Store, Store_Type, Promo, Promo2, Competition_Distance на целевую функцию. Анализ временных рядов продаж по факторам Store_Type показал, что они являются стационарными и пригодными для последующего моделирования. Выполненный эконометрический анализ является необходимым этапом для последующего этапа создания моделей прогнозирования динамики поведения целевой функции. Результаты моделирования представлены в следующей статье авторов журнала[1].

Список литературы

1. *Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А.* Эконометрика. Начальный курс. М. : Дело, 2007. 504 с.
2. *Нестеров С. А.* Базы данных. Интеллектуальный анализ данных : учебное пособие. СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2011. 272 с.
3. *Box G., Jenkins G.* Time series analysis: forecasting and control. John Wiley and Sons, 2008. P. 748.
4. *Hastie T., Tibshirani R., Friedman J.* The Elements of Statistical Learning. 2nd edition. Springer, 2009. 763 p.
5. *Fayyad M., Piatetsky-Shapiro G., Smyth P.* From Data Mining to Knowledge Discovery in Databases. URL: https://www.kdnuggets.com/gpspubs/aimag-kdd-overview-1996-Fayyad.pdf (дата обращения: 01.02.2023).
6. NumPy User Guide (Release 1.14.0). URL: http://docs.scipy.org/doc/numpy/user/ (дата обращения: 11.05.2023).
7. Pandas: powerful Python data analysis toolkit (Release 0.23.0). URL: http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/ (дата обращения: 11.05.2023).
8. *Piatetsky-Shapiro G.* CRISP-DM, still the top methodology for analytics, data mining, or data science projects. 2014. URL: http://www.kdnuggets.com/2014/10/crisp-dm-top-methodology-analytics-data-mining-datascience-projects.html (дата обращения: 25.05.2023).
9. Scikit-learn user guide (Release 0.19.1). URL: http://scikit-learn.org/stable/user_guide.html (дата обращения: 11.05.2023).
10. Seaborn: Annotated heatmaps (Release 0.9.0). URL: http://seaborn.pydata.org/examples/heatmap_annotation.html (дата обращения: 11.05.2023).
11. Statsmodels: statistics in Python (Release 0.9.0). URL: http://www.statsmodels.org/stable/index.html (дата обращения: 11.05.2023).

Econometric analysis of trade statistics of the Rossmann chain of stores

Shatrov Anatoly Viktorovich[1], Levin Mikhail Naumovich[2]

[1]Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher of the Computer Department, Vyatka State University. Russia, Kirov; professor of the Institute of Physics and Mechanics, St. Petersburg Polytechnic University. Russia, St. Petersburg. ORCID: 0000-0002-5295-571X. E-mail: shatrov@vyatsu.ru

[2]PhD in Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Applied Mathematics and Computer Science, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: usr00227@vyatsu.ru

Abstract. In the presented work, preliminary processing of data from the statistical database of sales of stores of the European Rossmann chain has been performed. Econometric methods of data processing from the Kaggle Rossmann Store Sales platform are used as a preliminary analysis procedure. The Python development environment is used as instrumental methods. The purpose of this article is to carry out preliminary data processing using econometric methods. The sales database was analyzed by types of stores, time intervals of the network, the state of consumer demand, depending on various factors. Correlation and variance analyses of statistical data were performed. The properties of the time series of the main factors are investigated, including the presence of autocorrelation. Sales distributions are obtained both for individual types of stores and for the entire network. The results of the econometric analysis are necessary for the construction of predictive models.

Keywords: mathematical statistics, econometric analysis, Python development environment.

References

1. *Magnus Ya. R., Katyshev P. K., Pereseckij A. A. Ekonometrika. Nachal'nyj kurs* [Econometrics. The beginners' course]. M. Delo (Business), 2007. 504 p.
2. *Nesterov S. A. Bazy dannyh. Intellektual'nyj analiz dannyh : uchebnoe posobie* [Databases. Data mining : textbook]. SPb. Publishing House of the Polytechnic University, 2011. 272 p.
3. *Box G., Jenkins G.* Time series analysis: forecasting and control. John Wiley and Sons, 2008. P. 748.
4. *Hastie T., Tibshirani R., Friedman J.* The Elements of Statistical Learning. 2nd ed. Springer, 2009. 763 p.
5. *Fayyad M., Piatetsky-Shapiro G., Smyth P.* From Data Mining to Knowledge Discovery in Databases. Available at: https://www.kdnuggets.com/gpspubs/aimag-kdd-overview-1996-Fayyad.pdf (date accessed: 01.02.2023).

[1] Статья авторов «Сравнение двух методов анализа данных по продажам в сети магазинов Rossmann» в следующем выпуске журнала.

6. NumPy User Guide (Release 1.14.0). Available at: http://docs.scipy.org/doc/numpy/user/ (date accessed: 11.05.2023).

7. Pandas: powerful Python data analysis toolkit (Release 0.23.0). Available at: http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/ (date accessed: 11.05.2023).

8. *Piatetsky-Shapiro G.* CRISP-DM, still the top methodology for analytics, data mining, or data science projects. 2014. Available at: http://www.kdnuggets.com/2014/10/crisp-dm-top-methodology-analytics-data-mining-data-science-projects.html (date accessed: 25.05.2023).

9. Scikit-learn user guide (Release 0.19.1). Available at: http://scikit-learn.org/stable/user_guide.html (date accessed: 11.05.2023).

10. Seaborn: Annotated heatmaps (Release 0.9.0). Available at: http://seaborn.pydata.org/examples/heatmap_annotation.html (date accessed: 11.05.2023).

11. Statsmodels: statistics in Python (Release 0.9.0). Available at: http://www.statsmodels.org/stable/index.html (date accessed: 11.05.2023).

УДК 37.022 DOI 10.25730/VSU.0536.24.003

О работе научно-методического семинара «Математика и образование»

Калинин Сергей Иванович[1], Панкратова Лариса Валерьевна[2], Соколова Анна Николаевна[3]

[1]доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0001-5439-9414. E-mail: kalinin_gu@mail.ru

[2]кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0002-1242-3807. E-mail: pankratovalarisa19@rambler.ru

[3]кандидат педагогических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0002-7619-0627. E-mail: junell@inbox.ru

Аннотация. Статья освещает работу научно-методического семинара «Математика и образование». Он сформировался из студенческого научно-исследовательского семинара по математическому анализу, который начал работу в 1994 г. на математическом факультете Кировского государственного педагогического института им. В. И. Ленина и продолжал свое существование, несмотря на реформы и преобразования, проходившие в университете. В наши дни участниками семинара являются преподаватели, аспиранты, магистранты и студенты факультета компьютерных и физико-математических наук Вятского государственного университета. Помимо своей основной деятельности семинар выступает дискуссионной площадкой для обсуждения результатов диссертационных исследований коллег из других регионов. Вниманию читателя предлагается хронологический обзор докладов участников семинара, состоявшихся в период с октября 2021 г. по март 2024 г. Тематика занятий семинара весьма разнообразна. На нем ставятся новые задачи для слушателей, магистранты и аспиранты выносят на обсуждение результаты, полученные в ходе их диссертационных исследований. Работу семинара сопровождают группы в Telegram и Viber, оперативно информирующие о предстоящих докладах.

Ключевые слова: научно-методический семинар «Математика и образование», ВятГУ.

Еще в далеком 1994 г. на математическом факультете Кировского государственного педагогического института им. В. И. Ленина начал свою работу студенческий научно-исследовательский семинар по математическому анализу. С тех пор изменилось многое: педагогический институт (кстати, один из старейших педвузов России) был преобразован в Вятский государственный педагогический университет, а последний – в Вятский государственный гуманитарный университет (ВятГГУ). В этот же период Кировский политехнический институт сначала становится Вятским государственным техническим университетом, а затем, приобретя статус классического вуза, – Вятским государственным университетом (ВятГУ). В 2016 г. ВятГГУ присоединился к ВятГУ. Сегодня ВятГУ – опорный университет, крупнейший вуз региона.

Несмотря на вузовские трансформации, студенческий семинар все это время (30 лет!) весьма активно работал. Его участниками со временем становились и аспиранты с магистрантами, и преподаватели разных факультетов; случалось, с докладами выступали приглашенные профессора. В частности, после 2015 г. костяк участников составляли студенты и магистранты направлений подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки, 44.04.01 Педагогическое образование (математика), аспиранты и преподаватели кафедр фундаментальной математики (ФМ), прикладной математики и информатики (ПМИ). За многие годы работы семинара воспиталось целое поколение преподавателей математических дисциплин и исследователей, работающих в вузах Кирова и не только. Составить представление о деятельности семинара можно, например, по работам [1; 3; 4; 6–9].

Необходимость обсуждения результатов изысканий участников семинара привела в 2020 г. к мысли о преобразовании студенческого семинара в научный семинар более общего статуса. Так в 2021 г. и сформировался новый научно-методический семинар «Математика и образование» для преподающих математику, изучающих ее и пишущих о ней.

Помимо своей основной деятельности семинар выступает дискуссионной площадкой для обсуждения результатов диссертационных исследований коллег из других регионов.

Представим читателю хронологический обзор состоявшихся в период с 2021 г. по настоящее время докладов.

02.10.2021 состоялось первое занятие обновленного семинара, на котором с докладом «Об использовании специфических свойств чисел в задачах по программированию» выступила доцент кафедры ПМИ А. Н. Соколова. Докладчиком представлены формулировки задач по программированию, в которых используются специфические свойства целых чисел: простые, суперпростые, совершенные, автоморфные числа, числа Смита [21; 22]. Отмечена целесообразность включения подобных задач в темы «Цикл с параметром», «Вложенные циклы» дисциплины «Основы программирования» для студентов первого курса бакалавриата.

09.10.2021 – доклад магистранта Н. С. Протасова и проф. С. И. Калинина «О работе с определением понятия выпуклой функции». Было введено новое понятие выпуклой функции, обобщающее классическую выпуклость и s-выпуклость, а также рассмотрены его геометрическая характеризация, примеры, свойства. Вниманию слушателей предложены вопросы для перспективных исследований.

14.10.2021 доцент кафедры ФМ Л. В. Панкратова представила доклад «О применении свойств арифметических прогрессий с совпадающими членами в решении задач». Докладчиком были рассмотрены некоторые идеи белорусского коллеги Ю. П. Золотухина в вопросе решения ряда математических задач, а также оценена эффективность упоминаемых идей в сравнении с другими методами.

23.10.2021 с докладом «Неравенство Иенсена и его аналог для гармонически выпуклых функций» выступил научный руководитель семинара, д-р пед. наук, профессор С. И. Калинин. По теме доклада позже была опубликована работа [2].

11.11.2021 обсуждался доклад Л. В. Панкратовой «Об одном доказательстве дамасского неравенства», обусловленный анализом статьи [25]. Постановка задачи следующая: доказать неравенство $\frac{x-1}{x^2-x+1}+\frac{y-1}{y^2-y+1}+\frac{z-1}{z^2-z+1}\le 0$ для положительных значений x, y, z, удовлетворяющих условию $xyz = 1$. В сообщении обсуждалась схема обоснования неравенства.

23.12.2021 С. И. Калининым представлен доклад «Неравенства Эрмита-Адамара и Фейера для p-выпуклых функций». На следующем семинаре, состоявшемся 30.12.2021, данная тематика была продолжена докладом «Применения p-выпуклых функций в вопросе решения уравнений». Сформулированные результаты частично отражены в публикациях [10; 11].

Анализ содержания статьи [24] привел к серии докладов А. Н. Соколовой 26.01.2022, 02.02.2022, 09.02.2022 по теме «Интересные задачи из вьетнамского аналога ЕГЭ 2021 года». В программу итогового экзамена по математике во Вьетнаме включены задания по аналитической геометрии; вопросы по комплексным числам; довольно сложные для школьников задания на свойства первообразной функции и на приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, при этом не встречаются задачи по планиметрии, теории чисел, тригонометрические уравнения и неравенства. По содержанию и сложности заданий вьетнамский экзамен по математике, заметим, ближе к профильному уровню отечественного ЕГЭ.

Представленные материалы вызвали живой интерес, а по результатам их обсуждения А. Н. Соколова подготовила отклик на статью вьетнамского автора в журнал «Математика в школе» в рубрику «Обратная связь» [23].

17.02.2022 в докладе магистрантов 1-го курса Н. С. Протасова и Ю. И. Макаровой «Обобщение классических неравенств средствами p-выпуклых функций» доказано неравенство Иенсена с обоснованием достижения равенства. Получены также обобщения таких неравенств, как неравенство Коши, неравенства Коши – Буняковского, Гюйгенса, Ки Фана. Кроме того, с опорой на p-выпуклость приведено новое доказательство неравенства Гельдера. Докладчики совместно с научным руководителем по теме доклада опубликовали работы [14; 15]. Кроме того, результаты представлены в материалах конференции [5].

24.02.2022 Л. В. Панкратова в своем докладе «Дамасское неравенство и его новое доказательство» привела строгое обоснование упомянутого неравенства, используя свойства GA-вогнутой функции.

03.03.2022 Н. С. Протасов и Ю. И. Макарова выступили с докладом «О непрерывности p-выпуклой функции на интервале». Сформулирован аналог леммы о трех хордах для p-выпуклой функции. На основе полученного утверждения доказана непрерывность p-выпуклой на промежутке функции внутри промежутка. Кроме того, доказана ограниченность такой функции на рассматриваемом промежутке.

24.03.2022 и 31.03.2022 С. И. Калинин и магистранты Н. С. Протасов и Ю. И. Макарова представили доклад «(h,φ)-Выпуклые функции. Геометрическая характеризация». Результаты исследования авторы опубликовали в статье [16].

15.04.2022 в докладе Л. В. Панкратовой «О выпуклости функции, описывающей среднее степенное положительных величин» анонсированы результаты ряда авторов, полученные в исследовании характера выпуклости данной функции, а также представлен обзор применяемых при этом методов.

20.05.2022 состоялся доклад студентки 5-го курса бакалавриата педагогического образования Ю. Суслопаровой «Теорема Помпейю и задачи о касательных».

07.10.2022 и 12.10.2022 С. И. Калинин выступил на семинаре с докладом «Обоснование неравенств Коши – Буняковского и Гельдера средствами p-выпуклых функций». Соответствующие результаты были представлены повторно.

19.10.2022, 27.10.2022 – доклады А. Н. Соколовой «Вступительные экзамены по математике на электротехнический и машиностроительный факультеты университетов Сербии». Тематика заданий для указанных факультетов охватывает следующий круг вопросов: преобразование иррациональных выражений, решение уравнений, неравенств, систем уравнений, тригонометрию, планиметрию и стереометрию, комплексные числа, арифметические и геометрические прогрессии, комбинаторику, начала математического анализа, задачи с параметром. При этом есть различия в распределении заданий по темам. Так, вступительный экзамен на машиностроительный факультет включает больше заданий по началам анализа, тригонометрии и геометрии, в то время как на электротехническом факультете больше внимания уделяется преобразованию выражений, решению уравнений и их систем [17]. После обсуждения Л. В. Панкратова представила альтернативное решение задачи с эллипсом, позднее опубликованное в журнале «Математика в школе» [18].

02.11.2022 состоялся доклад Л. В. Панкратовой «О вычислении предела одного интеграла несколькими способами». Представленные способы восходят к использованию приемов интегрирования рациональных дробей, правилам вычисления пределов, теореме о предельном переходе в двойном неравенстве, теореме о пределе монотонной ограниченной последовательности. Некоторые приемы основаны на применении геометрического смысла определенного интеграла и ряда его свойств, в том числе теорем о среднем значении, а также использовании вспомогательных утверждений и некоторых сведений из теории рядов. Автор свои результаты опубликовал в статье [19].

01.12.2022 и 07.12.2022 с докладом «Использование классических неравенств при решении некоторых задач» выступил магистрант 1-го курса направления подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки Н. О. Плотников.

14.12.2022 студентка 3-го курса бакалавриата педагогического образования О. В. Коростелева (Волкова) выступила с докладом «О выпуклости среднего степенного».

21.12.2022 и 29.12.2022 аспирант Е. А. Анфертьева представила доклад «Гармонически выпуклые функции в решениях уравнений и обосновании неравенств». Совместные с научным руководителем результаты представлены в работе [12], а также в докладе [13].

22.02.2023 состоялся доклад студентки 2-го курса бакалавриата педагогического образования М. Д. Косаревой «К вопросу об определении понятия выпуклой функции».

24.03.2023 в докладе Л. В. Панкратовой «Об одном сокращенном варианте конструирования дифференциального исчисления функций» обсуждалась статья д-ра физ.-мат. наук, проф. П. В. Семёнова «От действительных чисел к исследованию функций» [20]. Тематика доклада привлекла большое число участников и вызвала живой интерес.

07.04.2023 в рамках семинара представлен доклад Игнатовой Ольги Григорьевны (заместитель директора по УВР, учитель математики и информатики МОУ Быковская СОШ № 14, Московская обл.) по результатам диссертационного исследования на тему «Достижение метапредметных образовательных результатов на основе реализации межпредметных связей при обучении математике и физике в общеобразовательной школе». О. Г. Игнатова рассказала о путях эффективного решения проблемы разобщенного преподавания математики и физики в средней школе. Актуальность доклада усилил тот факт, что многие участники семинара – это действующие или будущие учителя математики.

14.04.2023 состоялся доклад магистранта 2-го курса педагогического образования С. Идамкина «Геометрически выпуклые функции и уравнения».

20.04.2023 – сообщение С. И. Калинина «Обобщение неравенства Ки Фана».

19.05.2023 и 30.05.2023 А. Н. Соколова представила доклад «Программа вступительного экзамена на математический факультет Белградского университета». Автором по теме выступления подготовлены материалы для опубликования в журнале «Математика в школе».

17.11.2023 С. И. Калинин и А. Н. Соколова выступили с презентацией «Журнал “Математика в школе”: 90 лет на службе математическому образованию», приуроченной к юбилею журнала. Позже, 22.11.2023, презентация была представлена на IV Поволжском педагогическом форуме «Система непрерывного педагогического образования: инновационные идеи, модели и перспективы».

22.12.2023 заслушан доклад Яковлевой Елены Васильевны (Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина) по результатам диссертационного исследования по теме «Реализация когнитивно-визуального подхода и метода схематизации при обучении математике студентов медицинских специальностей вуза». Результаты обсуждения доклада были отражены в отзыве ВятГУ как ведущей организации по защите диссертации Е. В. Яковлевой.

13.02.2024 состоялся доклад студента 4-го курса направления подготовки 02.03.02 Прикладная математика и информатика Г. Е. Ступникова «Возможности и ограничения математических пакетов языка программирования Python». Были представлены результаты экспериментального исследования в рамках курсового проекта по дисциплине «Численные методы». Докладчик привел примеры задач, для которых готовые алгоритмы библиотек SciPy и NumPy оказываются неэффективными.

27.02.2024 А. Н. Соколова представила доклад «Порталы математических олимпиад как источник интересных задач», в котором были охарактеризованы интернет-ресурсы, содержащие обширные архивы олимпиадных задач по математике.

05.03.2024 – доклад Д. Е. Абрамочкина (магистрант 2-го курса направления 02.04.01 Математика и компьютерные науки) «О задаче Иосифа Флавия».

12.03.2024 с докладом «Математическая составляющая в государственной итоговой аттестации по географии» выступила доцент кафедры ФМ О. Н. Чупракова. Ею представлены примеры задач из ОГЭ и ЕГЭ по географии, к решению которых привлекаются математические понятия и факты.

Работу семинара сопровождают группы «Математический семинар» в Telegram и Viber, в которых оперативно публикуется информация о предстоящих докладах и при необходимости выкладываются сопроводительные материалы: презентации, фрагменты текста, ссылки на источники. Кроме того, в указанных группах распространяется информация для участников о различных конференциях, на которых можно представить результаты своих исследований, научных событиях, семинарах в других городах, защитах диссертаций, персоналиях.

Как можно заметить, тематика занятий семинара весьма разнообразна. На нем ставятся новые задачи для студентов и всех слушателей, магистранты и аспиранты выносят на обсуждение результаты, полученные в ходе своих диссертационных исследований, при этом любой из участников может инициировать доклад по интересующей его теме, связанной с математикой или математическим образованием. «Прикосновение» к науке и демократический стиль общения в рамках семинара привлекают новых участников и создают возможности для свободного и открытого обсуждения затрагиваемых вопросов.

Список литературы

1. *Калинин С. И.* Научно-исследовательский семинар для студентов-математиков как средство реализации развивающего потенциала математики // Развивающий потенциал математики и его реализация в обучении : сб. науч. и метод. работ, представленных на регион. науч.-практ. конф. Арзамас : АГПИ, 2002. С. 248.

2. *Калинин С. И.* Неравенство Йенсена и его аналог для гармонически выпуклых функций // Математический вестник Вятского государственного университета. 2021. № 3 (22). С. 8–14. DOI: 10.25730/VSU.0536.21.015.

3. *Калинин С. И.* О возможностях использования учебного материала в приобщении к исследованиям студентов-математиков младших курсов // Мат. образование: прошлое, настоящее, будущее : м-лы I Междунар. науч.-практ. конф., посв. памяти проф. Б. М. Бредихина, 1–2 нояб. 2006 г. М. : Самара: Изд-во СГПУ, 2006. С. 172–176.

4. *Калинин С. И.* О студенческом научно-исследовательском семинаре по математическому анализу в контексте технологии индивидуального обучения // Технология индивидуального обучения : м-лы Второй межвуз. конф. Дек. 1999 г. Киров : ВГСХА, 2000. С. 16–18.

5. *Калинин С. И.* Обоснование неравенства Гёльдера средствами *p*-выпуклых функций // Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике. К 80-летию со дня рождения В. А. Гусева : м-лы VII Международной научно-практической конференции, г. Москва, 18–19 ноября 2022 г. / под ред. М. В. Егуповой. М. : МПГУ, 2022. С. 230–235.

6. *Калинин С. И.* Студенческие исследования по математическому анализу в ВятГГУ // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. Науч. журнал. 2015. № 6. С. 147–153.

7. *Калинин С. И.* Студенческий научно-исследовательский семинар по математическому анализу в 2016 году // Общество. Наука. Инновации : сб. статей: Всерос. ежегод. науч.-практ. конф., 1–29 апреля 2017 г. Киров : Науч. изд-во ВятГУ, 2017. С. 467–472.

8. *Калинин С. И.* Студенческий научно-исследовательский семинар по математическому анализу в ВятГГУ в 2010–2011 гг. // Проблемы современного математического образования в вузах и школах России: интерактивные формы обучения математике студентов и школьников : мат-лы V Всерос. науч.-метод. конф., 10–12 мая 2012 г. / науч. ред. Е. М. Вечтомов. Киров : Изд-во ВятГГУ, 2012. С. 148–154.

9. *Калинин С. И.* Студенческий научно-исследовательский семинар по математическому анализу при кафедре прикладной математики ВятГГУ в 2008–2009 учебном году // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. Информатика. Математика. Язык. 2010. № 6. С. 149–151.

10. *Калинин С. И. p*-Выпуклые функции и иррациональные уравнения // Задачи в обучении математике, физике и информатике в условиях цифровой трансформации: м-лы III Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 130-летию П. А. Ларичева (16–18 марта 2022 г.) / Мин-во науки и высш. образования РФ, Вологодский гос. ун-т; отв. редактор Г. Н. Шилова. Вологда : ВоГУ, 2022. С. 109–111.

11. *Калинин С. И. p*-Выпуклые функции и уравнения // Математика в школе. 2022. № 5. С. 26–32.

12. *Калинин С. И., Анфертьева Е. А.* Гармонически выпуклые функции в решениях задач на обоснование неравенств // Математика в школе. 2024. № 3. С. 30–40.

13. *Калинин С. И., Анфертьева Е. А.* Гармонически выпуклые функции и неравенства // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: м-лы 42-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов. Смоленск : Изд-во СмолГУ, 2023. С. 296–299.

14. *Калинин С. И., Макарова Ю. И., Протасов Н. С.* Обобщение некоторых классических неравенств средствами *p*-выпуклых функций // Математика в школе. 2023. № 4. С. 58–62.

15. *Калинин С. И., Макарова Ю. И., Протасов Н. С. p*-Выпуклые функции в вопросе обобщения классических неравенств // Математика и проблемы образования : м-лы 41-го Междунар. науч. сем-ра преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов. Киров : ВятГУ ; Веси, 2022. С. 47–49.

16. *Калинин С. И., Протасов Н. С., Макарова Ю. И.* О функциях, выпуклых по M. Avriel. I. Геометрическая характеризация // Математический вестник Вятского государственного университета. 2022. № 2 (25). С. 23–27.

17. *Калинин С. И., Соколова А. Н.* О вступительных экзаменах по математике в высшие учебные заведения Сербии // Математика в школе. 2023. № 5. С. 3–12.

18. *Панкратова Л. В.* Вернемся к задаче об эллипсе… // Математика в школе. 2023. № 8. С. 61–63.

19. *Панкратова Л. В.* Предел определенного интеграла: вычисляем различными способами // Математическое образование. 2023. № 2 (106). С. 28–31.

20. *Семёнов П. В.* От действительных чисел к исследованию функций // Математика в школе. 2023. № 6. С. 35–39.

21. *Соколова А. Н.* Использование понятия числа Смита для составления задач по программированию // Математическое моделирование и информационные технологии : V Всероссийская научная конференция с международным участием (9–11 декабря 2021 г., г. Сыктывкар) : сборник материалов: текстовое научное электронное издание на компакт-диске / отв. ред. А. В. Ермоленко. Сыктывкар : Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2021. С. 69–70.

22. *Соколова А. Н.* Об использовании специфических свойств чисел в задачах по программированию // Преподавание математики и информатики в школах и вузах: проблемы содержания, технологии и методики : сборник научных и научно-практических статей VII Всероссийской научно-практической конференции (26–27 ноября 2021 г.) / научный редактор Е. М. Вечтомов, отв. ред. И. В. Владыкина, Н. В. Леонтьева; Глазовский государственный педагогический институт. Глазов : ГГПИ, 2022. С. 318–326.

23. *Соколова А. Н.* Отклик на публикацию «Вьетнамский ЕГЭ в 2021 году» // Математика в школе. 2022. № 3. С. 52–53.

24. *Хоанг Н. Х.* Вьетнамский ЕГЭ в 2021 году // Математика в школе. 2022. № 2. С. 56–68.

25. *Dannan F. M., Sitnik S. M.* The Damascus inequality // Probl. Anal. Issues Anal. 2016. Vol. 5 (23). No. 2. Pp. 3–19. DOI: 10.15393/j3.art.2016.3350.

About the work of the scientific and methodological seminar "Mathematics and education"

Kalinin Sergey Ivanovich[1], Pankratova Larisa Valerievna[2], Sokolova Anna Nikolaevna[3]

[1]Doctor of Pedagogical Sciences, professor, professor of the Department of Fundamental Mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. ORCID: 0000-0001-5439-9414. E-mail: kalinin_gu@mail.ru

[2]PhD in Pedagogical Sciences, associate professor, associate professor of the Department of Fundamental Mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. ORCID: 0000-0002-1242-3807. E-mail: pankratovalarisa19@rambler.ru

[3]PhD in Pedagogical Sciences, associate professor of the Department of Applied Mathematics and Computer Science, Vyatka State University. Russia, Kirov. ORCID: 0000-0002-7619-0627. E-mail: junell@inbox.ru

Abstract. The article highlights the work of the scientific and methodological seminar "Mathematics and Education". It was formed from a student research seminar on mathematical analysis, which began work in 1994 at the Faculty of Mathematics of the Kirov State Pedagogical Institute n. a. V. I. Lenin and continued to exist despite the reforms and transformations taking place at the university. Nowadays, the seminar participants are teachers, graduate students, undergraduates and students of the Faculty of Computer and Physical and Mathematical Sciences of Vyatka State University. In addition to its main activity, the seminar serves as a discussion platform for discussing the results of dissertation research by colleagues from other regions. The reader is offered a chronological overview of the reports of the seminar participants held in the period from October 2021 to March 2024. The topics of the seminar are very diverse. It sets new tasks for students, undergraduates and postgraduates discuss the results obtained during their dissertation research. The work of the seminar is accompanied by groups in Telegram and Viber, promptly informing about upcoming reports.

Keywords: scientific and methodological seminar "Mathematics and Education", Vyatka State University.

References

1. *Kalinin S. I. Nauchno-issledovatel'skij seminar dlya studentov-matematikov kak sredstvo realizacii razvivayushchego potenciala matematiki* [Scientific research seminar for students of mathematics as a means of realizing the developing potential of mathematics] // *Razvivayushchij potencial matematiki i ego realizaciya v obuchenii : sb. nauch. i metod. rabot, predstavlennyh na region. nauch.-prakt. konf.* – Developing potential of mathematics and its implementation in education : coll. of scient. articles. and the method. works submitted to the region. scient. and practical conf. Arzamas. AGPI, 2002. P. 248.

2. *Kalinin S. I. Neravenstvo Jensena i ego analog dlya garmonicheski vypuklyh funkcij* [Jensen's inequality and its analogue for harmoniously convex functions] // *Matematicheskij vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo universiteta* – Mathematical herald of Vyatka State University. 2021. No. 3 (22). Pp. 8–14. DOI: 10.25730/VSU.0536.21.015.

3. *Kalinin S. I. O vozmozhnostyah ispol'zovaniya uchebnogo materiala v priobshchenii k issledovaniyam studentov-matematikov mladshih kursov* [On the possibilities of using educational material in introducing junior mathematics students to research] // *Mat. obrazovanie: proshloe, nastoyashchee, budushchee : m-ly I Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posv. pamyati prof. B. M. Bredihina, 1–2 noyab. 2006 g.* – Mat. education: past, present, future : materials of the I International Scientific and Practical Conference in the memory of prof. B. M. Bredikhin, November 1–2, 2006. M., Samara. Publishing House of the SSPU, 2006. Pp. 172–176.

4. *Kalinin S. I. O studencheskom nauchno-issledovatel'skom seminare po matematicheskomu analizu v kontekste tekhnologii individual'nogo obucheniya* [About the student research seminar on mathematical analysis in the context of individual learning technology] // *Tekhnologiya individual'nogo obucheniya : m-ly Vtoroj mezhvuz. konf. Dek. 1999 g.* – Technology of individual education : mat. of The Second interuniversity Conf. Dec. 1999. Kirov. Vyatka State Agricultural Academy, 2000. Pp. 16–18.

5. *Kalinin S. I. Obosnovanie neravenstva Gyol'dera sredstvami r-vypuklyh funkcij* [Substantiation of the Helder inequality by means of p-convex functions] // *Aktual'nye problemy obucheniya matematike v shkole i vuze: ot nauki k praktike. K 80-letiyu so dnya rozhdeniya V. A. Guseva : m-ly VII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, g. Moskva, 18–19 noyabrya 2022 g.* – Actual problems of teaching mathematics at school and university: from science to practice. To the 80th anniversary of the birth of V. A. Gusev : proceedings of the VII International Scientific and Practical Conference, Moscow, November 18–19, 2022 / ed. by M. V. Egupova. M. MPSU, 2022. Pp. 230–235.

6. *Kalinin S. I. Studencheskie issledovaniya po matematicheskomu analizu v VyatGGU* [Student studies in mathematical analysis at VyatSHU] // *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta. Nauch. zhurnal* – Herald of Vyatka State University for the Humanities. Scientific journal. 2015. No. 6. Pp. 147–153.

7. *Kalinin S. I. Studencheskij nauchno-issledovatel'skij seminar po matematicheskomu analizu v 2016 godu* [Student scientific research seminar on mathematical analysis in 2016] // *Obshchestvo. Nauka. Innovacii : sb. statej: Vseros. ezhegod. nauch.-prakt. konf., 1–29 aprelya 2017 g.* – Society. Science. Innovations : coll. of articles: All-Russian Annual Scientific and Practical Conference, April 1–29, 2017. Kirov. Vyatka Scientific Publishing House, 2017. Pp. 467–472.

8. *Kalinin S. I. Studencheskij nauchno-issledovatel'skij seminar po matematicheskomu analizu v VyatGGU v 2010–2011 gg.* [Student scientific research seminar on mathematical analysis at VyatSHU in 2010–2011] // *Problemy sovremennogo matematicheskogo obrazovaniya v vuzah i shkolah Rossii: interaktivnye formy obucheniya matematike studentov i shkol'nikov : mat-ly V Vseros. nauch.-metod. konf., 10–12 maya 2012 g.* – Problems of modern mathematical education in universities and schools of Russia: interactive forms of teaching mathematics to students and schoolchildren : materials of the V All-Russian Scientific Method. Conf., May 10–12, 2012 / scient. ed. by E. M. Vechtomov. Kirov. VyatSHU Publishing House, 2012. Pp. 148–154.

9. *Kalinin S. I. Studencheskij nauchno-issledovatel'skij seminar po matematicheskomu analizu pri kafedre prikladnoj matematiki VyatGGU v 2008–2009 uchebnom godu* [Student research seminar on mathematical analysis at the Department of Applied Mathematics of VyatSHU in the 2008–2009 academic year] // *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta. Informatika. Matematika. Yazyk* – Herald of Vyatka State University for the Humanities. Computer science. Mathematics. Language. 2010. No. 6. Pp. 149–151.

10. *Kalinin S. I. p-Vypuklye funkcii i irracional'nye uravneniya* [*p*-Convex functions and irrational equations] // *Zadachi v obuchenii matematike, fizike i informatike v usloviyah cifrovoj transformacii : m-ly III Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posvyashch. 130-letiyu P. A. Laricheva (16–18 marta 2022 g.)* – Tasks in teaching mathematics, physics and computer science in the context of digital transformation : proceedings of the III International Scientific and Practical Conference, dedicated. 130th anniversary of P. A. Larichev (March 16–18, 2022) / Ministry of Science and Higher Education. Education of the Russian Federation, Vologda State University; editor-in-chief G. N. Shilova. Vologda. VSU, 2022. Pp. 109–111.

11. *Kalinin S. I. p-Vypuklye funkcii i uravneniya* [*p*-Convex functions and equations] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2022. No. 5. Pp. 26–32.

12. *Kalinin S. I., Anfert'eva E. A. Garmonicheski vypuklye funkcii v resheniyah zadach na obosnovanie neravenstv* [Harmonically convex functions in solving problems for the substantiation of inequalities] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2024. No. 3. Pp. 30–40.

13. *Kalinin S. I., Anfert'eva E. A. Garmonicheski vypuklye funkcii i neravenstva* [Harmonically convex functions and inequalities] // *Matematika i matematicheskoe obrazovanie: problemy, tekhnologii, perspektivy : m-ly 42-go Mezhdunar. nauch. seminara prepodavatelej matematiki i informatiki un-tov i ped. vuzov* – Mathematics and mathematical education: problems, technologies, prospects : m-ly of the 42nd International Scientific the seminar of teachers of mathematics and computer science of universities and pedagogical universities. Smolensk. SmolGU Publishing House, 2023. Pp. 296–299.

14. *Kalinin S. I., Makarova Yu. I., Protasov N. S. Obobshchenie nekotoryh klassicheskih neravenstv sredstvami r-vypuklyh funkcij* [Generalization of some classical inequalities by means of p-convex functions] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2023. No. 4. Pp. 58–62.

15. *Kalinin S. I., Makarova Yu. I., Protasov N. S. r-Vypuklye funkcii v voprose obobshcheniya klassicheskih neravenstv* [r-Convex functions in the question of generalization of classical inequalities] // *Matematika i problemy obrazovaniya : m-ly 41-go Mezhdunar. nauch. sem-ra prepodavatelej matematiki i informatiki un-tov i ped. vuzov* – Mathematics and problems of education : proceedings of the 41st International Scientific Meeting of teachers of mathematics and Computer science at universities and pedagogical universities. Kirov. VyatSU ; Vesi, 2022. Pp. 47–49.

16. *Kalinin S. I., Protasov N. S., Makarova Yu. I. O funkciyah, vypuklyh po M. Avriel. I. Geometricheskaya harakterizaciya* [On convex functions according to M. Avriel. I. Geometric characterization] // *Matematicheskij vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo universiteta* – Mathematical Herald of Vyatka State University. 2022. No. 2 (25). Pp. 23–27.

17. *Kalinin S. I., Sokolova A. N. O vstupitel'nyh ekzamenah po matematike v vysshie uchebnye zavedeniya Serbii* [On entrance exams in mathematics to higher educational institutions in Serbia] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2023. No. 5. Pp. 3–12.

18. *Pankratova L. V. Vernemsya k zadache ob ellipse…* [Let's return to the ellipse problem…] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2023. No. 8. Pp. 61–63.

19. *Pankratova L. V. Predel opredelennogo integrala: vychislyaem razlichnymi sposobami* [The limit of a definite integral: we calculate in various ways] // *Matematicheskoe obrazovanie* – Mathematical education. 2023. No. 2 (106). Pp. 28–31.

20. *Semyonov P. V. Ot dejstvitel'nyh chisel k issledovaniyu funkcij* [From real numbers to the study of functions] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2023. No. 6. Pp. 35–39.

21. *Sokolova A. N. Ispol'zovanie ponyatiya chisla Smita dlya sostavleniya zadach po programmirovaniyu* [Using the concept of Smith numbers for programming tasks] // *Matematicheskoe modelirovanie i informacionnye tekhnologii : V Vserossijskaya nauchnaya konferenciya s mezhdunarodnym uchastiem (9–11 dekabrya 2021 g., g. Syktyvkar) : sbornik materialov: tekstovoe nauchnoe elektronnoe izdanie na kompakt-diske* – Mathematical modeling and information technologies : V All-Russian Scientific Conference with international participation (December 9–11, 2021, Syktyvkar) : coll. of materials: text scient. electronic ed. on CD / ed. by A. V. Ermolenko. Syktyvkar. Publishing House of the SSU n. a. Pitirim Sorokin, 2021. Pp. 69–70.

22. *Sokolova A. N. Ob ispol'zovanii specificheskih svojstv chisel v zadachah po programmirovaniyu* [On the use of specific properties of numbers in programming problems] // *Prepodavanie matematiki i informatiki v shkolah i vuzah: problemy soderzhaniya, tekhnologii i metodiki : sbornik nauchnyh i nauchno-prakticheskih statej VII Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii (26–27 noyabrya 2021 g.)* – Teaching mathematics and computer science in schools and universities: problems of content, technology and methodology : coll. of scient. and scientific-practical articles of the VII All-Russian scientific-practical conference (November 26–27, 2021) / scient. ed. E. M. Vechtomov, ed. by I. V. Vladykina, N. V. Leontieva; Glazov State Pedagogical Institute. Glazov. GSPI, 2022. Pp. 318–326.

23. *Sokolova A. N. Otklik na publikaciyu "V'etnamskij EGE v 2021 godu"* [Response to the publication "Vietnamese Unified State Exam in 2021"] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2022. No. 3. Pp. 52–53.

24. *Hoang N. H. V'etnamskij EGE v 2021 godu* [Vietnamese Unified State Exam in 2021] // *Matematika v shkole* – Mathematics at school. 2022. No. 2. Pp. 56–68.

25. *Dannan F. M., Sitnik S. M.* The Damascus inequality // Probl. Anal. Issues Anal. 2016. Vol. 5 (23). No. 2. Pp. 3–19. DOI: 10.15393/j3.art.2016.3350.

УДК 37.016:514 DOI 10.25730/VSU.0536.24.004

О задачах повышенной трудности по элементарной геометрии

Тимшина Лариса Вячеславовна
старший преподаватель кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0003-3279-8259. E-mail: larisatimshina@rambler.ru

Аннотация. Статья имеет практический характер. Представлен опыт организации познавательной деятельности студентов-математиков, будущих педагогов, при решении задач элементарной геометрии повышенной трудности. В качестве задач выбраны олимпиадные геометрические задачи для 8 класса уровня региональной олимпиады. Работа с такими задачами происходит на основе опорных планиметрических задач, которые предъявляются студентам при организации повторения школьной математики.

Ключевые слова: элементарная геометрия, опорная задача, задачи повышенной трудности.

Традиционным направлением внеурочной работы в общеобразовательной школе являются предметные олимпиады. Проведение олимпиад повышает интерес обучающихся к школьным дисциплинам и задает высокие требования к качеству их преподавания. В настоящее время роль предметных олимпиад возросла в связи с новыми правилами приема в высшие учебные заведения. Успешно выступившие на олимпиадах обучающиеся имеют преимущества при поступлении в вузы.

Подготовка школьников к математическим олимпиадам разного уровня – один из видов профессиональной деятельности педагога. Этот вид деятельности характеризуется особыми требованиями к содержанию обучения, формам и методам учебной работы. Эффективность от осуществляемого педагогического руководства деятельностью школьников зависит, в частности, от умения учителя решать олимпиадные задачи, которые являются задачами повышенной трудности. Учитель должен сам уметь решать задачи более высокого уровня, чем школьная программа, и предложить определенный подход к освоению олимпиадных задач школьникам. Мы считаем, что студентов, будущих учителей математики, необходимо приближать в той или иной мере к олимпиадной математике, соответствующим образом организуя их познавательную деятельность. Основной ориентир в такой деятельности – сформировать умения по решению олимпиадных задач.

Изучение различной литературы подходящей тематики [4; 7; 13; 14] позволяет сделать вывод, что важнейшим содержанием подготовки является анализ олимпиадных заданий прошлых лет. Он ориентирует студентов на олимпиадный уровень, способствует умению применять знания в новых нестандартных ситуациях. Работая с олимпиадными задачами, студенты совершенствуют свои математические умения, формируют базу олимпиадных заданий. Успешность в самостоятельном решении олимпиадных задач способствует положительной мотивации, развивает интерес.

Особенности каждого предмета обусловливают специфику освоения предметных знаний и умений. Для решения математических олимпиадных задач большое значение имеет развитый математический кругозор, владение математическим аппаратом, знание основных приемов, способов решения задач [6; 8; 9]. В предыдущих публикациях нами была затронута тема опорных планиметрических задач, с использованием которых можно организовать повторение теоретического и практического материала школьной геометрии [11]. В качестве опорных приведены следующие геометрические факты и приемы решения: равенство отрезков касательных, проведенных к окружности, описанный четырехугольник; взаимное расположение окружностей; свойства выпуклого четырехугольника; медианы и площадь, метод площадей; переход к другой фигуре. В дальнейшем опорные задачи позволяют осуществлять более целенаправленный поиск решения задач элементарной геометрии или дают возможность найти более рациональный способ решения. Работа с опорными задачами имеет для студентов определенную новизну в актуализации геометрических знаний. На основе опорных задач можно выстраивать серии взаимосвязанных задач, тем самым создавая определенный методический багаж для будущей педагогической деятельности.

Кроме того, что метод опорных задач способствует осознанию информации, формирует умения и навыки решения, он также создает основу для творческого применения знаний в новой ситуации. Хорошей тренировкой является здесь работа с олимпиадными геометрическими задачами.

Совместно со студентами педагогами была поставлена задача. Решить или рассмотреть предложенные решения и проанализировать олимпиадные геометрические задачи для 8 класса из книги [4]. Решение таких задач, а также некоторых задач для 9 класса регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике показало, что выявленные нами ранее опорные задачи и геометрические конфигурации позволяют придумать, понять направление поиска решения.

Приведем следующие примеры.

Задача 1. Внутри острого угла расположен выпуклый четырехугольник $ABCD$. Оказалось, что для каждой из двух прямых, содержащих стороны угла, выполняется условие: сумма расстояний от вершин A и C до этой прямой равна сумме расстояний от вершин B и D до этой же прямой. Докажите, что $ABCD$ – параллелограмм.

Решение. Построим отрезки, длины которых равны расстояниям от вершин данного четырехугольника до сторон угла (рис. 1).

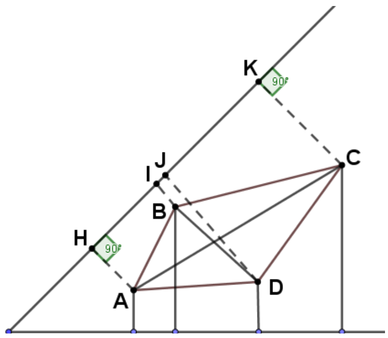

Рис. 1. Чертеж к задаче 1

Например, AH, CK, BI, DJ. Каждый из этих отрезков перпендикулярен стороне HK угла. Запишем условие задачи $AH+CK=BI+DJ$ – суммы расстояний от вершин A и C, а также от вершин B и D до одной из сторон угла равны. Рассматривая полученный чертеж, замечаем, что фигура $AHKC$ является в общем случае прямоугольной трапецией. Выражение $AH+CK$ определяет сумму оснований. Аналогично для прямоугольной трапеции $BIJD$: сумма $BI+DJ$ является суммой оснований. Половины указанных сумм равны длине средних линий трапеций $AHKC$ и $BIJD$ соответственно. В данной задаче длина средней линии отражает расстояние от стороны угла до середины каждой из диагоналей четырехугольника $ABCD$. Таким образом, середины диагоналей находятся на прямой, параллельной одной из сторон угла. Рассуждая аналогично, заключаем, что по отношению ко второй стороне угла середины диагоналей данного четырехугольника также расположены на параллельной этой стороне прямой. Такая ситуация возможна, когда середины диагоналей совпадают. Но в этом случае данный четырехугольник является параллелограммом.

Задача 2. Пусть A_1 и C_1 – проекции вершин A и C треугольника ABC на биссектрису внешнего угла при вершине B соответственно. Докажите, что отрезки AC_1 и CA_1 пересекаются на биссектрисе угла ABC треугольника ABC. *Решение.* При изображении проекций вершин A и C на биссектрису внешнего угла при вершине B замечаем, что ACC_1A_1 прямоугольная трапеция (рис. 2).

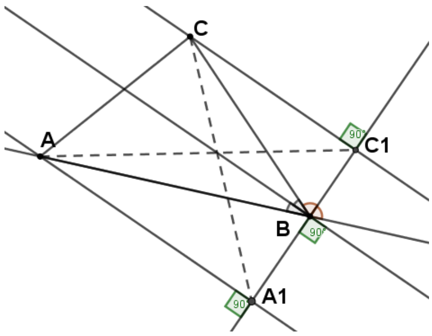

Рис. 2. Чертеж к задаче 2

Так как биссектрисы внутреннего и внешнего углов при вершине треугольника перпендикулярны, получаем, что биссектриса внутреннего угла при вершине B параллельна основаниям трапеции. Замечаем, из подобия треугольников ABA_1 и CBC_1 следует, точка B делит сторону A_1C_1 в отношении прилежащих оснований. Значит, расстояния от точек биссектрисы внутреннего угла до оснований трапеции относятся как длины оснований. Отрезки AC_1 и CA_1 являются диагоналями трапеции и при пересечении образуют подобные треугольники при каждом основании трапеции. Коэффициент подобия этих треугольников равен отношению оснований. Общая вершина треугольников является точкой пересечения диагоналей и отношение расстояний от этой вершины до оснований трапеции равно отношению оснований трапеции. Значит, точка лежит на биссектрисе внутреннего угла B треугольника.

Направление поиска решений в рассмотренных задачах определилось стандартной конфигурацией (рис. 3), состоящей из двух касающихся внешним образом окружностей и их общей касательной.

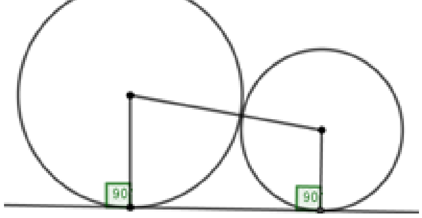

Рис. 3. Общая касательная двух окружностей

Особенности этой конфигурации ранее рассматривались нами в [4]. Радиусы окружностей, проведенные в точки касания, перпендикулярны касательной и являются основаниями прямоугольной трапеции. Именно рассмотрение трапеции явилось удачным началом решения задач. Кроме этого во второй задаче использовалось свойство перпендикулярности биссектрис внутреннего и внешнего углов при вершине треугольника.

Заметим, что сложными для решения оказались задачи, в которых необходимо было доказать какое-нибудь геометрическое неравенство. Опорные задачи такого типа ранее мы не использовали, что явилось стимулом к их созданию. Можно рекомендовать, например, [3; 5]. Здесь предлагаются задачи, связанные с использованием неравенства треугольника в различных ситуациях, и задачи для самостоятельного решения по данной теме. Также для работы со студентами на начальном этапе освоения олимпиадной геометрии можно рекомендовать учебно-методические пособия [1; 2; 5; 12].

Отметим, что решение олимпиадных геометрических задач 8 класса позволило выделить некоторые их особенности. Часто решение задачи можно получить, построив серединный перпендикуляр к отрезку, который в большинстве случаев возникает в задаче как высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию. Работает теорема Фалеса, признаки и свойства параллелограмма. В отдельных случаях помогает дополнительная окружность или поворот плоскости.

Продемонстрируем полученные выводы на примере двух задач.

Задача 3. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1. Точка, симметричная середине стороны AC относительно прямой BC, обозначена через A_2, а точка, симметричная той же середине относительно прямой AB, – через C_2. Докажите, что отрезки A_1A_2 и C_1C_2 параллельны.

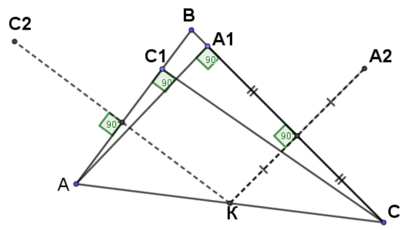

Рис. 4. Чертеж к задаче 3

Решение. Пусть точка K – середина стороны AC (рис. 4). Из построения точек, симметричных точке K относительно сторон следует, что прямая KA_2 параллельна высоте AA_1 треугольника. Можно применить теорему Фалеса для этих прямых и угла ACB. На стороне CB образуются два равных отрезка. Также из построения симметричных точек следует, что отрезок KA_2 делится стороной BC на два равных отрезка. В четырехугольнике KA_1A_2C диагонали делятся точкой пересечения пополам, значит, это параллелограмм. По свойству параллелограмма получаем, что стороны KC и A_1A_2 параллельны. Аналогично докажем, что прямая C_1C_2 параллельна прямой AK. Таким образом, прямые A_1A_2 и C_1C_2 параллельны одной прямой AC, а значит, они являются параллельными прямыми.

Задача 4. В треугольнике ABC ($AB \neq BC$) проведена биссектриса BD. На прямой BD отметили точку E, отличную от D, такую, что $CE = CD$. Докажите, что прямая, содержащая среднюю линию треугольника ABC, параллельную стороне AB, проходит через середину отрезка DE.

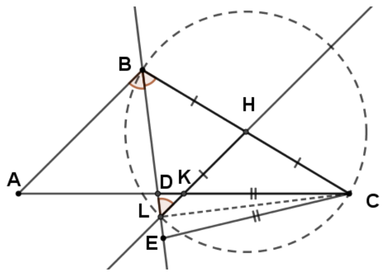

Рис. 5. Чертеж к задаче 4

Решение. Пусть HK – средняя линия треугольника, параллельная стороне AB (рис. 5).

И пусть далее она пересекает отрезок DE в некоторой точке L. Из параллельности прямых AB и HK следует равенство углов ABD и DLK. А значит и углов DBH и DLK. Из равенства последних углов треугольник LBH равнобедренный. Можно построить окружность на отрезке BC как на диаметре, которая будет проходить через точку L. Угол BLC прямой, так как вписанный в окружность и опирается на диаметр. Значит, отрезок CL является высотой в равнобедренном треугольнике и медианой. Таким образом, L – середина отрезка DE.

Организация познавательной деятельности студентов по решению олимпиадных геометрических задач доказала целесообразность использования выделенных ранее опорных задач и геометрических конфигураций, поскольку актуализируется их применение в новой ситуации. Работа с олимпиадными задачами выявила заинтересованность студентов, показала необходимость углубления и дополнения теоретической подготовки студентов в области элементарной геометрии материалом, выходящим за рамки обязательной школьной программы.

Таким образом, целенаправленно организованная работа студентов по решению олимпиадных задач позволяет совершенствовать их подготовку к внеурочной работе по математике в школе, а приобретенные знания являются основой для совместной творческой деятельности с обучающимися в рамках предметных олимпиад.

Список литературы

1. Вопросы обучения школьников решению олимпиадных задач и задач повышенной трудности по математике : учебно-методическое пособие для студентов направления 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) математических профилей / автор-составитель Н. В. Леонтьева. Глазов : Глазовский государственный педагогический институт, 2022. 55 с.
2. *Воробьев Г. А.* Олимпиадные задачи (математика) : учебно-методическое пособие. Липецк : ЛГПУ им. П. П. Семенова-Тян-Шанского, 2021. 153 с.
3. *Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В.* Ленинградские математические кружки : пособие для внеклассной работы. Киров : АСА, 1994. 272 с.
4. Математика. Областные олимпиады. 8–11 классы / Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников и др. М. : Просвещение, 2010. 239 с.
5. Математика : сб. олимпиад. заданий для обучающихся 8 кл. / Шадр. гос. пед. ун-т; сост. М. Ю. Пермякова, А. В. Перфильева. Шадринск : ШГПУ, 2021. 84 с.
6. *Понарин Я. П.* Геометрия : учебное пособие. Ростов н/Д : Феникс, 1997. 512 с.
7. *Прасолов В. В.* Геометрия. Задачи повышенной сложности. 7 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций. М. : Просвещение, 2021. 80 с.
8. *Прасолов В. В.* Решение задач повышенной сложности по геометрии. 7–9 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций. М. : Просвещение, 2019. 239 с.
9. *Прасолов В. В.* Задачи по планиметрии. Ч. 1. Изд. 2-е, перераб. и доп. М. : Наука, 1991. 320 с.
10. *Прасолов В. В.* Задачи по планиметрии. Ч. 2. Изд. 2-е, перераб. и доп. М. : Наука, 1991. 240 с.
11. *Совертков П. И.* Олимпиадная подготовка и моделирование по математике : учеб. пособие для вузов. СПб. : Лань, 2022. 400 с.
12. *Тимшина Л. В.* Организация самостоятельной работы студентов педагогов при изучении учебной дисциплины «Элементарная геометрия» // Advanced Science. Киров : Изд-во Вятского государственного университета, 2018. № 3. С. 28–32.
13. *Фарков А. В.* Математические олимпиады: методика подготовки. 5–8 классы. Изд. 3-е. М. : ВАКО, 2018. 176 с.
14. *Фарков А. В.* Математические олимпиады. 5–6 классы : учебно-методическое пособие для учителей математики общеобразовательных школ. Изд. 3-е, стереотип. М. : Экзамен, 2008. 189 с.
15. *Шарыгин И. Ф.* Задачи по геометрии (Планиметрия). Изд. 2-е, перераб. и доп. М. : Наука, 1986. 224 с.

On problems of increased difficulty in elementary geometry

Timshina Larisa Vyacheslavovna
senior lecturer at the Department of Fundamental Mathematics, Vyatka State University.
Russia, Kirov. ORCID: 0000-0003-3279-8259. E-mail: larisatimshina@rambler.ru

Abstract. The article is of a practical nature. The article presents the experience of organizing cognitive activities of students of mathematics, future teachers, in solving problems of elementary geometry of increased difficulty. Olympiad geometric problems for the 8th grade of the regional Olympiad level have been selected as tasks. Work with such tasks takes place on the basis of basic planimetric tasks that are presented to students when organizing the repetition of school mathematics.

Keywords: elementary geometry, reference problem, problems of increased difficulty.

References

1. *Voprosy obucheniya shkol'nikov resheniyu olimpiadnyh zadach i zadach povyshennoj trudnosti po matematike : uchebno-metodicheskoe posobie dlya studentov napravleniya 44.03.05 Pedagogicheskoe obrazovanie (s dvumya profilyami podgotovki) matematicheskih profilej* – Questions of teaching schoolchildren to solve Olympiad problems and problems of increased difficulty in mathematics : an educational and methodological guide for students of the direction 44.03.05 Pedagogical education (with two training profiles) of mathematical profiles / author-compiler N. V. Leontieva. Glazov : Glazov State Pedagogical Institute, 2022. 55 p.
2. *Vorob'ev G. A. Olimpiadnye zadachi (matematika) : uchebno-metodicheskoe posobie* [Olympiad problems (mathematics) : an educational and methodological guide]. Lipetsk. LSPU n. a. P. P. Semenov-Tyan-Shansky, 2021. 153 p.
3. *Genkin S. A., Itenberg I. V., Fomin D. V. Leningradskie matematicheskie kruzhki : posobie dlya vneklassnoj raboty* [Leningrad mathematical circles : manual for extracurricular activities]. Kirov. ASA Publishing House, 1994. 272 p.
4. *Matematika. Oblastnye olimpiady. 8–11 klassy* – Mathematics. Regional Olympiads. Grades 8–11 / N. H. Agakhanov, I. I. Bogdanov, P. A. Kozhevnikov, etc. M. Prosveshchenie (Enlightenment), 2010. 239 p.
5. *Matematika : sb. olimpiad. zadanij dlya obuchayushchihsya 8 kl.* – Mathematics : coll. of Olympiads. tasks for students of the 8th grade / Shadr. state teacher. Univ.; comp. M. Y. Permyakova, A. V. Perfilieva. Shadrinsk. SHSPU, 2021. 84 p.
6. *Ponarin Ya. P. Geometriya : uchebnoe posobie* [Geometry : a textbook]. Rostov-na-Donu. Phoenix, 1997. 512 p.

7. *Prasolov V. V. Geometriya. Zadachi povyshennoj slozhnosti. 7 klass : ucheb. posobie dlya obshcheobrazovat. organizacij* [Geometry. Tasks of increased complexity. Grade 7 : manual for general education]. M. Prosveshchenie (Enlightenment). 2021. 80 p.

8. *Prasolov V. V. Reshenie zadach povyshennoj slozhnosti po geometrii. 7–9 klassy : ucheb. posobie dlya obshcheobrazovat. organizacij* [Solving problems of increased complexity in geometry. Grades 7–9 : manual for general education establishments]. M. Prosveshchenie (Enlightenment), 2019. 239 p.

9. *Prasolov V. V. Zadachi po planimetrii. Ch. 1. Izd. 2-e, pererab. i dop.* [Problems of planimetry. Part 1. Ed. 2nd, reprinted and add.] M. Nauka (Science). 1991. 320 p.

10. *Prasolov V. V. Zadachi po planimetrii. Ch. 2. Izd. 2-e, pererab. i dop.* [Problems of planimetry. Part 2. Ed. 2nd, reprinted and add.] M. Nauka (Science), 1991. 240 p.

11. *Sovertkov P. I. Olimpiadnaya podgotovka i modelirovanie po matematike : ucheb. posobie dlya vuzov* [Olympiad preparation and modeling in mathematics : textbook for universities]. SPb. Lan (Deer), 2022. 400 p.

12. *Timshina L. V. Organizaciya samostoyatel'noj raboty studentov pedagogov pri izuchenii uchebnoj discipliny "Elementarnaya geometriya"* [Organization of independent work of students of teachers in the study of the discipline "Elementary geometry"] // *Advanced Science* – Advanced Science. Kirov. Publishing House of Vyatka State University, 2018. No. 3. Pp. 28–32.

13. *Farkov A. V. Matematicheskie olimpiady: metodika podgotovki. 5–8 klassy. Izd. 3-e* [Mathematical Olympiads: methods of preparation. Grades 5–8. Ed. 3d]. M. WACO, 2018. 176 p.

14. *Farkov A. V. Matematicheskie olimpiady. 5–6 klassy : uchebno-metodicheskoe posobie dlya uchitelej matematiki obshcheobrazovatel'nyh shkol. Izd. 3-e, stereotip.* [Mathematical Olympiads. Grades 5–6 : an educational and methodological guide for teachers of mathematics in secondary schools. Ed. 3rd, stereotyp]. M. Exam, 2008. 189 p.

15. *Sharygin I. F. Zadachi po geometrii (Planimetriya). Izd. 2-e, pererab. i dop.* [Problems in geometry (Planimetry). 2nd ed., revised. and add.] M. Nauka (Science), 1986. 224 p.

УДК 51(091) DOI 10.25730/VSU.0536.24.005

К 100-летию со дня рождения профессора Льва Анатольевича Скорнякова (14.02.1924–26.05.1989)

Вечтомов Евгений Михайлович
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фундаментальной математики,
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0002-3490-2956. E-mail: vecht@mail.ru

Аннотация. Рассматривается жизненный путь Л. А. Скорнякова как ученого, учителя, просветителя, человека. Анализируется его вклад в математику, в подготовку высококвалифицированных научно-педагогических кадров.

Ключевые слова: Лев Анатольевич Скорняков, алгебра, история математики, Московский государственный университет.

Исполняется 100 лет со дня рождения видного советского математика, выдающегося алгебраиста, профессора Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (МГУ) Льва Анатольевича Скорнякова.

Научная биография. В первой части статьи затрону вопросы биографии и научных достижений Льва Анатольевича.

Л. А. Скорняков родился 14 февраля 1924 г. в Москве в семье интеллигентов. В 1941 г. после окончания средней школы Лев Анатольевич поступил в МГУ. Осенью 1941 г. работал на строительстве оборонительных укреплений близ Смоленска. Был призван в ряды Красной армии, участвовал в Великой Отечественной войне. В 1943 г. рядовой артиллерист Скорняков получил ранение, в результате которого потерял левую руку. Лечился в госпитале в Кирове, который во время войны располагался в Центральной гостинице (сейчас это отель «Чарушин»). После демобилизации вернулся в МГУ, совмещая учебу с преподаванием математики в московских учебных заведениях.

Л. А. Скорняков в 1947 г. окончил механико-математический факультет МГУ. Учился в аспирантуре отделения математики МГУ под руководством профессора Александра Геннадьевича Куроша (1908–1971), возглавлявшего общеалгебраические исследования не только в МГУ, но и в СССР. В 1950 г. Скорняков защитил кандидатскую диссертацию «Альтернативные тела и альтернативные плоскости» (39 с.), а в 1958 г. – докторскую диссертацию «Некоторые вопросы теории тел и теории проективных плоскостей» (71 с. + 28 с. приложений), в 1960 г. удостоен ученого звания профессора. С 1952 г. до конца жизни работал на кафедре высшей алгебры МГУ.

Профессор Л. А. Скорняков оставил богатое научное наследство: замечательные математические результаты, опубликованные в известных научных изданиях в СССР и за рубежом. Лев Анатольевич был широкоэрудированным, разносторонним, глубоким математиком, внесшим крупный вклад в такие разделы математики, как:

– проективная геометрия, координатизация проективных плоскостей посредством альтернативных тел;
– неассоциативные кольца и тела;
– общая топология, характеризация компактных пространств;
– топологическая алгебра, описание локально компактных бирегулярных колец;
– логические и теоретико-модельные аспекты алгебры;
– универсальная алгебра;
– кольца и модули;

– решетки (структуры);

– полугруппы, полигоны и автоматы;

– унары;

– релятивистская алгебра.

В 50-е гг. прошлого столетия Л. А. Скорняков стал признанным специалистом-экспертом по теории проективных плоскостей.

На протяжении 30 лет Лев Анатольевич оставался одним из ведущих алгебраистов Советского Союза, хорошо известным за рубежом. Регулярно публиковал статьи в советских и зарубежных журналах по самым разным вопросам абстрактной алгебры и ее приложений.

В начале 60-х гг. XX в. он создал мощную московскую школу по теории колец и модулей, которую возглавлял до конца своей жизни. Международное признание получили его работы по гомологической классификации колец, а также по гомологической классификации моноидов. Руководил организованным им научным семинаром «Кольца и модули», совместно с А. В. Михалёвым. Более 30 лет являлся соруководителем научно-исследовательского семинара кафедры высшей алгебры МГУ.

Профессор Л. А. Скорняков являлся членом проблемной комиссии по алгебре при Академии наук СССР (в числе 19 ведущих алгебраистов страны), осуществляющей предварительное рассмотрение докторских алгебраических диссертаций.

Состоял членом организационных комитетов целого ряда Всесоюзных и Международных алгебраических форумов, в частности, II Всесоюзного алгебраического коллоквиума, состоявшегося в Москве на базе МГУ в 1959 г. Был председателем оргкомитета III Всесоюзного симпозиума по теории колец, алгебр и модулей (Тарту, 1976 г.).

Под руководством профессора Л. А. Скорнякова защищено около 60 кандидатских диссертаций по математике, спектр тем которых необычайно широк.

Четверо его учеников стали докторами наук (3 – физико-математических наук по алгебре, 1 – педагогических наук по вузовской методике математики):

1) Михалёв Александр Васильевич в 1990 г. защитил докторскую диссертацию «Эндоморфизмы модулей и мультипликативное строение колец» в Ленинградском госуниверситете;

2) Вечтомов Евгений Михайлович в 1994 г. защитил докторскую диссертацию «Кольца непрерывных функций со значениями в топологическом теле» в МГУ имени М. В. Ломоносова;

3) Пунинский Геннадий Евгеньевич в 1996 г. защитил докторскую диссертацию «Теоретико-модельные аспекты теории колец и модулей» в МГУ имени М. В. Ломоносова;

4) Сафуанов Ильдар Суфиянович защитил в 2000 г. докторскую диссертацию «Генетический подход к обучению математическим дисциплинам в высшей педагогической школе» в МПГУ.

В активе Льва Анатольевича Скорнякова более 200 научных и учебных работ по математике, опубликованных в период с 1949 г. по 1992 г.

Первая работа – статья: Скорняков Л. А. Натуральные тела Веблен – Веддербарновой проективной плоскости // Известия АН СССР. Серия математическая. 1949. Т. 13. Выпуск 5. С. 447–472.

Последняя работа – статья: Скорняков Л. А. Подцепные полурелятивы // Математические заметки. 1992. Т. 51. Выпуск 2. С. 88–100.

Л. А. Скорняков является автором или соавтором 2 монографий и 6 учебных пособий:

– Аргунов Б. И., Скорняков Л. А. Конфигурационные теоремы. М. : ГИТТЛ, 1957. 41 с. (Популярные лекции по математике. Выпуск 24.).

– Скорняков Л. А. Дедекиндовы структуры с дополнениями и регулярные кольца: монография. М. : ГИФМЛ, 1961. 200 с.

– Мишина А. П., Скорняков Л. А. Абелевы группы и модули : монография. М. : Наука, 1969. 152 с.

– Скорняков Л. А. Элементы теории структур. Изд. 2-е, доп. М. : Наука, 1982. 160 с. (1-е издание вышло в 1970 г.).

– Скорняков Л. А. Элементы алгебры: Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е. М. : Наука, 1986. 240 с. (1-е издание вышло в 1980 г.).

– Скорняков Л. А. Элементы общей алгебры. М. : Наука, 1983. 272 с.

– Скорняков Л. А. Системы линейных уравнений. М. : Наука, 1986. 64 с. (Популярные лекции по математике. Выпуск 59.).

– Сборник задач по алгебре / под ред. А. И. Кострикина. Скорняков Л. А. – соавтор. М. : Наука, 1987. 354 с.

Также Лев Анатольевич был автором (соавтором) целого ряда научных обзоров по кольцам, модулям, решеткам (структурам):

– Скорняков Л. А. Кольца // Итоги науки. Алгебра. Топология. 1962 / ВИНИТИ. М., 1963. С. 59–79.

– Скорняков Л. А. Модули // Итоги науки. Алгебра. Топология. 1962 / ВИНИТИ. М., 1963. С. 80–89.

– Скорняков Л. А. Теория структур // Итоги науки. Серия Математика. Алгебра. 1964 / ВИНИТИ. М., 1966. С. 237–274.

– Скорняков Л. А. Теория структур // Итоги науки. Серия Математика. Алгебра. Топология. Геометрия. 1965 / ВИНИТИ. М., 1967. С. 181–216.

– Михалёв А. В., Скорняков Л. А. Модули // Итоги науки и техники. Серия Математика. Алгебра. Топология. Геометрия. 1968 / ВИНИТИ. М., 1970. С. 57–100.

– Михалёв А. В., Скорняков Л. А. Модули // Итоги науки и техники. Серия Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 14 / ВИНИТИ. М., 1976. С. 57–190.

– Марков В. Т., Михалёв А. В., Скорняков Л. А., Туганбаев А. А. Модули // Итоги науки и техники. Серия Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 19 / ВИНИТИ. М., 1981. С. 31–134.

– Марков В. Т., Михалёв А. В., Скорняков Л. А., Туганбаев А. А. Кольца эндоморфизмов модулей и структуры подмодулей // Итоги науки и техники. Серия Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 21 / ВИНИТИ. М., 1983. С. 183–254.

– Бейдар К. И., Латышев В. Н., Марков В. Т. Ассоциативные кольца / К. И. Бейдар, В. Н. Латышев, В. Т. Марков, А. В. Михалёв, Л. А. Скорняков, А. А. Туганбаев // Итоги науки и техники. Серия Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 22 / ВИНИТИ. М., 1984. С. 3–115.

По инициативе Л. А. Скорнякова обзорные статьи по теории упорядоченных множеств и решеток печатались в сборниках в Саратове (два обзора) и Братиславе (два братиславских сборника переведены на английский язык Американским математическим обществом).

– Упорядоченные множества и решетки. Выпуск 3 (серия обзоров по теории решеток). Саратов : Изд-во Саратовского университета, 1975. 103 с.

– Упорядоченные множества и решетки. Выпуск 7. Современное состояние теории решеток. Саратов : Изд-во Саратовского университета, 1983. 144 с.

– Упорядоченные множества и решетки (сборник обзорных статей). Братислава : Univerzita Komenskeho, 1985.

– Упорядоченные множества и решетки (сборник обзорных статей). Братислава : Univerzita Komenskeho, 1988.

Немало статей – обзорных, информационных и мемориальных (по случаю юбилеев, некрологи) – Л. А. Скорняков опубликовал в журналах «Успехи математических наук» и «Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика».

В 1953 г. в Советском Союзе начал выходить ежемесячный реферативный журнал «Математика», его референтом Л. А. Скорняков был с самого основания и до конца своей жизни. Писал ревью для американского реферативного журнала «Mathematical Reviews». Замечу, что в 1988–1990 гг. я также реферировал статьи для РЖ «Математика», а с 2012 г. пишу ревью для «Mathematical Reviews».

Следует специально отметить большое число статей о математических понятиях, написанных Львом Анатольевичем для пятитомной Математической энциклопедии (1977–1985) и Математического энциклопедического словаря (1988). Кроме того, он выступил титульным редактором нескольких переводных книг: «Кольца и модули» И. Ламбека (1971), «Алгебра: кольца, модули и категории» К. Фейса в двух томах (1977, 1979), «Теория решеток» Г. Биркгофа (1984) и др.

Последним трудом Льва Анатольевича Скорнякова стал двухтомный справочник «Общая алгебра», опубликованный под его редакцией в серии «Справочная математическая библиотека»: М. : Наука. Т. 1. 1990. 592 с.; Т. 2. 1991. 480 с. В двухтомнике 7 обзорных статей, в трех из которых Скорняков был автором (соавтором):

– Скорняков Л. А. Глава I. Отношения, отображения, частично упорядоченные множества // Общая алгебра. Т. 1. С. 11–65.

– Скорняков Л. А., Шестаков И. П. Глава I. Кольца и модули // Общая алгебра. Т. 1. С. 291–572.

– Салий В. Н., Скорняков Л. А. Глава V. Решетки // Общая алгебра. Т. 2. С. 192–294.

Л. А. Скорняков был членом редколлегий влиятельных научных журналов «Математические заметки» и «Математический сборник». Являлся главным редактором известного межвузовского сборника «Абелевы группы и модули», издававшегося в Томском государственном университете в 1980–2000 гг. (всего было 15 выпусков, в 7 из которых были опубликованы и мои статьи).

Скорняков часто выступал на Международных и Всесоюзных математических конференциях и семинарах. Стоял у истоков Всесоюзных алгебраических конференций (коллоквиумов). Всего состоялось 19 таких конференций, с 1958 г. по 1975 г. они назывались Всесоюзными алгебраическими коллоквиумами. Мне посчастливилось участвовать в шести последних конференциях – с XIV по XIX: в Новосибирске (1977), в Красноярске (1979), в Ленинграде (1981), в Минске (1983), в Кишиневе (1985), в Львове (1987).

Лев Анатольевич Скорняков был настоящим математическим просветителем. Он готовил научные и профессорско-преподавательские кадры не только для родного Московского университета, но и для многих других вузов страны, в том числе для педагогических институтов. Известную роль Л. А. Скорняков сыграл в судьбах саратовских и свердловских алгебраистов, что нашло свое отражение в воспоминаниях профессоров Вячеслава Николаевича Салия (1939 г. р.) и Льва Наумовича Шеврина (1935–2021) [3].

Остановлюсь еще на двух историях.

Л. А. Скорняков был соруководителем кандидатской диссертации Владимира Константиновича Карташова (1937–2021) по теории унаров. В 1980 г. в Волгоградском государственном педагогическом институте (сейчас это ВГСПУ – Волгоградский государственный социально-педагогический университет) Лев Анатольевич организовал научно-исследовательский семинар «Алгебраические системы, связанные с унарными алгебрами». В дальнейшем семинаром руководили профессора В. А. Артамонов (МГУ) и В. К. Карташов. Можно сказать, что на основе семинара в Волгограде появилась научная алгебраическая школа (в составе 7-ми волгоградских кандидатов физико-математических наук), которую возглавлял В. К. Карташов.

Лев Анатольевич любил ездить в командировки, как по стране, так и в зарубежные. Регулярно выступал с лекциями в советских вузах. Для этого он составил три тематических цикла научно-популярных лекций. Два из них он провел в Кирове в КГПИ в 1978 г. и в 1987 г. по моему приглашению. Первая тема была «Булевы алгебры и их применения». Вторая тема – «Конечные плоскости. Геометрия автобусных маршрутов». Тогда региональные вузы имели возможность приглашать (как правило, на неделю) известных специалистов для проведения занятий с преподавателями и студентами. Таким образом, во многом благодаря Льву Анатольевичу Скорнякову и чуть позднее его ученику профессору МГУ Александру Васильевичу Михалёву (1940–2022) в Киров пришла алгебраическая наука. И в 1994 г. в Кировском пединституте возникла научная школа «Функциональная алгебра и теория полуколец» [2], насчитывающая 2-х докторов и 18 кандидатов физико-математических наук.

Мои воспоминания. Во второй части статьи поделюсь личными воспоминаниями о Льве Анатольевиче и общении с ним.

25 октября 1973 г. я познакомился с Л. А. Скорняковым на математическом факультете Московского государственного педагогического института имени В. И. Ленина (МГПИ). Тогда я был студентом последнего курса математического факультета Кировского государственного педагогического института имени В. И. Ленина (КГПИ) и приехал в Москву в поисках будущего научного руководителя. Мне указали на пробегающего мимо профессора МГУ Скорнякова, у которого были дела в деканате. Я осмелился его остановить, объяснив свои планы. Лев Анатольевич дал мне три задачи, которые я решил за 30–40 минут, пока он был в деканате. Вот что требовалось доказать: 1) конечные целостные кольца являются полями; 2) односторонняя обратимость квадратной матрицы с действительными элементами влечет ее обратимость; 3) привести пример числовой функции, измеримой по Лебегу, но не по Жордану. После того как я показал профессору решения (правильные) задач, он предложил мне начать читать его книгу «Элементы теории структур» и присылать решения упражнений из этой книги. Каждые две недели я посылал Льву Анатольевичу письмо с решением очередных упражнений.

В самом конце 1973 г. или начале 1974 г. Л. А. Скорняков поставил передо мной исследовательскую задачу об описании холловских многообразий структур (незадолго до этого он получил полное описание холловских многообразий полугрупп). С решением этой задачи (не существует нетривиальных холловских многообразий структур) в апреле 1974 г. я поехал к Скорнякову. Мы встретились на кафедре высшей алгебры в главном корпусе МГУ на Ленинских Горах (кабинет 13–01). Увидев, что я начинаю кое-что понимать в теории структур, Лев Анатольевич (он тогда занимался другими научными вопросами) направил меня к известному специалисту по структурам и категориям профессору Абраму Хаймовичу Лифшицу с целью поступить к нему в аспирантуру. Пообщавшись с Лифшицем, я твердо решил, что моим научным руководителем будет Лев Анатольевич Скорняков. В июле 1974 г., после окончания КГПИ, я подал документы в аспирантуру МГПИ по кафедре алгебры, вступительным рефератом послужило решение задачи о холловских многообразиях структур.

3 сентября 1974 г. я сдавал вступительный экзамен в аспирантуру по математике. Лев Анатольевич как член экзаменационной комиссии задал мне два вопроса – о прямых слагаемых кольца и строении конечных булевых алгебр. С 1 октября 1974 г. по 30 сентября 1977 г. я учился в аспирантуре на кафедре алгебры МГПИ под руководством профессора Л. А. Скорнякова.

Лев Анатольевич Скорняков имел свой подход к подготовке учеников в аспирантуре.

Во-первых, он брал в аспиранты молодых людей, уже как-то показавших себя в выбранном научном направлении.

Во-вторых, первый год аспирантуры являлся временем введения аспиранта в научную специальность – это подготовка и сдача зачетов по различным математическим разделам, посещение лекций и научных семинаров в МГУ и МГПИ. В частности, я в 1975 г. сдал три зачета: по кольцам, модулям и категориям – Л. А. Скорнякову (январь); по абелевым группам – заведующему кафедрой алгебры МГПИ, профессору Л. Я. Куликову (июнь); по общей топологии – профессору МГУ В. И. Пономареву (сентябрь). Тем самым был предопределен перечень тем моего кандидатского экзамена по специальности, который я сдал на «отлично» 15 декабря 1975 г. Кстати, на кандидатском экзамене я получил от своего шефа вопрос о гомологической характеризации колец главных идеалов.

В-третьих, помощь в выборе темы диссертационного исследования аспиранта с учетом его интересов и уровня подготовки. Так, в октябре 1975 г. Скорняков поставил передо мной две конкретные задачи для исследований – по локально компактным кольцам и о плоскостности идеалов в кольцах непрерывных функций. Вторую из задач я быстро решил, и кольца непрерывных функций стали темой моей кандидатской диссертации.

В-четвертых, наш научный руководитель не требовал от аспирантов постоянных регулярных отчетов о достижениях и проблемах по темам их диссертаций. Но при первой необходимости со стороны аспиранта встречался с ним для анализа положения дел. Внимательно читал, правил, обсуждал все написанные аспирантами статьи, рекомендовал те издания, в которых желательно их публиковать. За время аспирантуры я раз 8 встречался с шефом у него в квартире на последнем этаже 16-этажного дома, расположенного на Матвеевской, что в двух остановках электрички от Киевского вокзала.

В-пятых, Лев Анатольевич следил за своевременной апробацией полученных учениками результатов, их выступлениями на математических конференциях и семинарах. В аспирантские годы я трижды выезжал в командировки с докладами. В сентябре 1976 г. участвовал в работе III Всесоюзного симпозиума по кольцам, алгебрам и модулям, проходившего в местечке Кяэрику под Тарту, где выступил с секционным докладом «Плоскостность идеала функций с бикомпактными носителями». В декабре 1976 г. в Кишиневе сделал доклад «Определяемость топологических пространств мультипликативными полугруппами колец непрерывных функций» на алгебраическом семинаре Института математики с ВЦ Академии наук Молдавской ССР. В сентябре 1977 г. принял участие в работе XIV Всесоюзной алгебраической конференции, состоявшейся в Новосибирске в Академгородке, где сделал секционный доклад «О гомологических свойствах колец непрерывных функций». Неоднократно выступал с докладами по теории колец непрерывных функций в МГУ и МГПИ.

В-шестых, он ответственно относился к текстам диссертаций и авторефератов своих учеников, подсказывал диссертационные советы для защиты. Например, он посоветовал мне подать диссертацию «Кольца непрерывных функций» на защиту в диссертационный совет Института математики с ВЦ АН Молдавской ССР, который был открыт раньше других после реорганизации ВАК в 1978 г.

Такая система подготовки и исследований помогала и позволяла практически всем аспирантам Льва Анатольевича Скорнякова выполнять свои кандидатские диссертации в срок, а затем и успешно защищать их.

Следует сказать, что и после защиты диссертаций Л. А. Скорняков следил за достижениями своих учеников – «научных детей», помогал им своим вниманием и советами в научных и житейских делах. Отмечу, что последний раз мы обсуждали мою новую статью осенью 1987 г. В апреле 1989 г., незадолго до смерти, Лев Анатольевич благословил меня на поступление в докторантуру; это была наша последняя встреча.

Заключение. Л. А. Скорняков был волевым, всегда очень активным и деятельным человеком. Несмотря на протез (по локоть левой руки), каждый свой отпуск он проводил в походах – байдарочных, лыжных, горных.

Он участник Великой Отечественной Войны, награжден медалями «За отвагу» и «За победу над Германией», а также медалью «За доблестный труд».

В 1954 г. Л. А. Скорняков удостоен Премии Московского математического общества молодым математикам.

В своем научном творчестве он старался руководствоваться двумя принципами: «Всё в связи и взаимодействии» и «Нельзя объять необъятное». Многие математики разных поколений знают Льва Анатольевича по его многочисленным печатным трудам – книгам, статьям, научным обзорам.

Лев Анатольевич Скорняков остается в памяти его коллег, учеников и их учеников как высочайший профессионал, невероятный труженик, замечательный человек – доброжелательный и отзывчивый, порядочный и честный, ответственный и требовательный, целеустремленный, настоящий гражданин нашей Родины, России.

PS: При написании статьи использовались источники [1; 3]. Статья дополняет эти источники.

Список литературы

1. 90 лет со дня рождения Льва Анатольевича Скорнякова. Слово о Л. А. Скорнякове – человеке, ученом и учителе (воспоминания соратников и учеников) // Чебышевский сборник. 2014. Т. 15. Вып. 2. С. 141–147.

2. *Варанкина В. И., Вечтомов Е. М.* Научная алгебраическая школа // Герценка: Вятские записки. Вып. 15. Киров, 2009. С. 199–207.

3. Универсальная алгебра и ее приложения : труды участников международного семинара, посвященного памяти профессора Московского государственного университета Л. А. Скорнякова. Волгоград, 6–11 сентября 1999 г. / редколлегия: А. В. Михалев и др. Волгоград : Перемена, 2000. 306 с.

On the 100th anniversary of the birth of Professor Lev Anatolyevich Skornyakov (14.02.1924–26.05.1989)

Vechtomov Evgeny Mikhailovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, Head of the Department of Fundamental Mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov. ORCID: 0000-0002-3490-2956. E-mail: vecht@mail.ru

Abstract. The article considers the life path of L. A. Skornyakov as a scientist, teacher, educator, and human being. His contribution to mathematics, to the training of highly qualified scientific and pedagogical staff is analyzed.

Keywords: Lev Anatolyevich Skornyakov, algebra, history of mathematics, Moscow State University.

References

1. *90 let so dnya rozhdeniya L'va Anatol'evicha Skornyakova. Slovo o L. A. Skornyakove – cheloveke, uchenom i uchitele (vospominaniya soratnikov i uchenikov)* – 90 years since the birth of Lev Anatolyevich Skornyakov. A word about L. A. Skornyakov – a man, a scientist and a teacher (memoirs of colleagues and students) // *Chebyshevskij sbornik* – Chebyshevsky collection. 2014. Vol. 15. Is. 2. Pp. 141–147.

2. *Varankina V. I., Vechtomov E. M. Nauchnaya algebraicheskaya shkola* [Scientific algebraic school] // *Gercenka: Vyatskie zapiski* – Hertsenka: Vyatka notes. Is. 15. Kirov, 2009. Pp. 199–207.

3. *Universal'naya algebra i ee prilozheniya : trudy uchastnikov mezhdunarodnogo seminara, posvyashchennogo pamyati professora Moskovskogo gosudarstvennogo universiteta L. A. Skornyakova. Volgograd, 6–11 sentyabrya 1999 g.* – Universal algebra and its applications : proceedings of the participants of the international seminar dedicated to the memory of Professor L. A. Skornyakov of Moscow State University. Volgograd, September 6–11, 1999 / ed. board: A. V. Mikhalev et al. Volgograd. Peremena, 2000. 306 p.

Математический вестник Вятского государственного университета

Научный журнал № 1 (30) (2024)

16+

Вятский государственный университет,
610000, г. Киров, ул. Московская, 36
(8332) 208-964