Технические науки

УДК 621.3.013

Г. Г. Гаврилов

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВДОЛЬ ОСИ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО ПОСТОЯННОГО МАГНИТА

Данный расчет предназначен для высококоэрцитивных постоянных магнитов, у которых вектор намагниченности материала магнита $\vec{M}$ остается неизменным во всем объеме магнита, т. е. $\vec{M}$ = const и дивиргенция вектора намагниченности равна нулю (div $\vec{M}$ = 0). Поэтому для расчета скалярного магнитного потенциала используется упрощенная форма (2).

В данной методике напряженность магнитного поля в любой произвольной точке Р на оси z создается двумя торцевыми противоположно намагниченным плоскостями. Можно сказать, что магнитное поле от намагниченной плоскости a x b рассчитывается от четырех плоскостей $a_1 \ x \ b_1$, где $a_1 = \frac{a}{2}$, $b_1 = \frac{b}{2}$.

Используя выведенную формулу (5), выводится формула для расчета составляющей напряженности магнитного поля по оси z в любой произвольной точке Р пространства вокруг призматического высококоэрцитивного постоянного магнита (рис. 2). Составляющая напряженности магнитного поля по оси z рассчитывается как результат совместного воздействия четырех плоскостей со сторонами x и y, $\frac{a}{2}$ – x и y, x и $\frac{b}{2}$ – y, $\frac{a}{2}$ – x и $\frac{b}{2}$ – y и четырех таких же плоскостей противоположной торцевой поверхности магнита. Таким образом, в формуле (8) получается восемь слагаемых.

Из общей формулы (8) можно получить частную формулу (6) для определения напряженности магнитного поля на оси, если в нее подставить координаты оси (0,0,z). Как видим, действительно формула (9) тождественна ранее выведенной формуле (6), что дополнительно свидетельствует о правильности формулы (8).

Ключевые слова: Магнитное поле, напряженность, постоянный магнит, скалярный магнитный потенциал, вектор намагниченности, составляющая напряженности поля, торцевая плоскость магнита, магнитная индукция, феррит бария, миллитесла-амперметр, датчик Холла, кривая размагничивания, линия внешней нагрузки, проницаемость формы прямоугольной призмы, декартовая система координат, середина торцевой плоскости, элемент поверхности, внешняя нормаль, высококоэрцитивный материал.

Экспериментальные замеры индукции с помощью миллитесла-амперметра Ф4351/1 на базе датчика Холла показали хорошую сходимость с расчетными значениями. Сначала рассчитаем напряженность магнитного поля на оси призматического постоянного магнита.

Совместим начало декартовой системы координат с серединой торцевой плоскости призматического магнита (рис. 1).

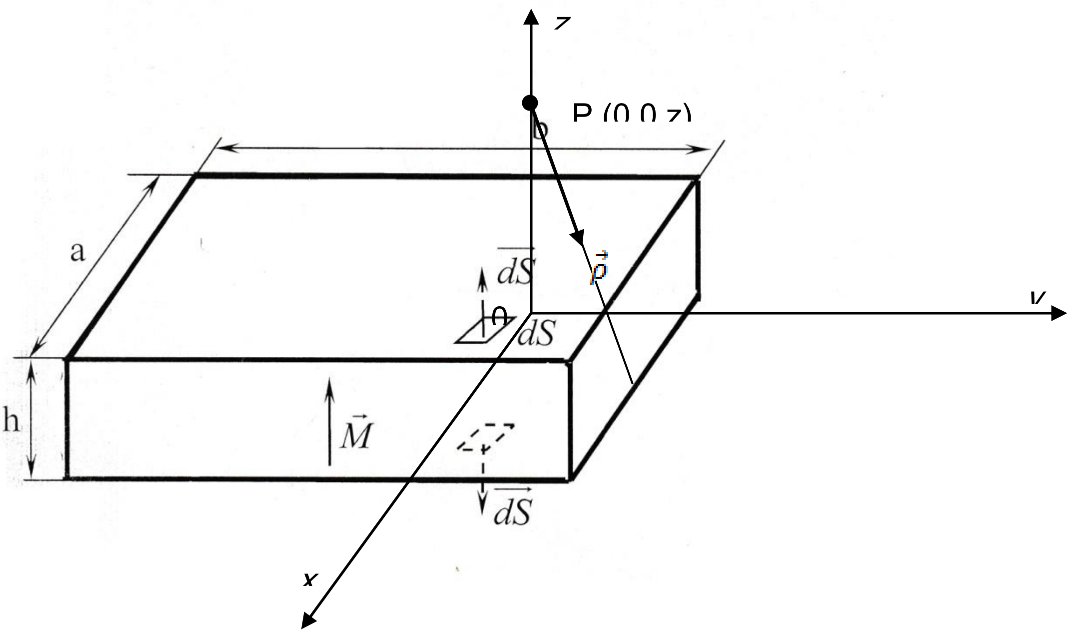

Рис. 1. К расчету магнитного поля на оси магнита

Скалярный магнитный потенциал в общем случае можно рассчитать следующим образом [1]:

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi}\oint_S \frac{\vec{M}\cdot\vec{dS}}{\rho} - \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{div\vec{M}}{\rho}dV, \quad (1)$$

где $\vec{M}$ – вектор намагниченности материала магнита, $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ – расстояние от элемента поверхности dS до текущей точки P на оси z, $\vec{dS}$ – вектор, численно равный элементу поверхности dS и направленный в сторону внешней нормали.

Для магнитов из высококоэрцитивных материалов $\vec{M} = const,$ т. е. $div\vec{M} = 0$.

Поэтому

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi}\oint_S \frac{\vec{M}\cdot\vec{dS}}{\rho} \qquad (2)$$

В данной методике напряженность магнитного поля в любой произвольной точке P на оси z создается двумя торцевыми противоположно намагниченными плоскостями. Отсюда

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi}\oint_S \frac{\vec{M}\cdot\vec{dS}}{\rho} = \frac{1}{4\pi}\left(\int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2}\frac{Mdxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2}\frac{Mdxdy}{\sqrt{x^2+y^2+(z+h)^2}}\right) = \qquad (3)$$

$$= \frac{M}{\pi}\left(\int_0^{a/2}\int_0^{b/2}\frac{dx\cdot dy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \int_0^{a/2}\int_0^{b/2}\frac{dx\cdot dy}{\sqrt{x^2+y^2+(z+h)^2}}\right).$$

Составляющая напряженности по оси z будет:

$$H_z = -\frac{\partial\varphi_m}{\partial z} = \frac{M}{\pi}\left(\int_0^{a/2}\int_0^{b/2}\frac{z\cdot dx\cdot dy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} - \int_0^{a/2}\int_0^{b/2}\frac{(z+h)dxdy}{[x^2+y^2+(z+h)^2]^{3/2}}\right). \quad (4)$$

$$\int_0^{a/2}\int_0^{b/2}\frac{z\cdot dx\cdot dy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} = \int_0^{a_1}\int_0^{b_1}\frac{zdxdy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} = arctg\frac{a_1b_1}{z\sqrt{a_1^2+b_1^2+z^2}} =$$

$$= arctg\frac{ab}{2z\sqrt{a^2+b^2+4z^2}} \qquad (5)$$

где $a_1 = \frac{a}{2}$; $b_1 = \frac{b}{2}$.

Можно сказать, что магнитное поле от намагниченной плоскости $a \times b$ рассчитывается от четырех одинаковых плоскостей $a_1 \times b_1$ и это утверждение учтено в формуле (3).

Учитывая (5) получим:

$$H_z = \frac{M}{\pi}\left(arctg\frac{ab}{2z\sqrt{a^2+b^2+4z^2}} - arctg\frac{ab}{2(z+h)\sqrt{a^2+b^2+4(z+h)^2}}\right). (6)$$

Можно также рассчитать составляющую магнитной индукции по оси z:

$$B_z = \frac{\mu_0 M}{\pi}\left(arctg\frac{ab}{2z\sqrt{a^2+b^2+4z^2}} - arctg\frac{ab}{2(z+h)\sqrt{a^2+b^2+4(z+h)^2}}\right). (7)$$

Используя предыдущий материал, выведем формулу для расчета составляющей напряженности магнитного поля по оси z в любой произвольной точке P пространства вокруг призматического высококоэрцитивного постоянного магнита. Начало декартовой системы координат опять поместим в середину торцевой плоскости магнита (рис. 2).

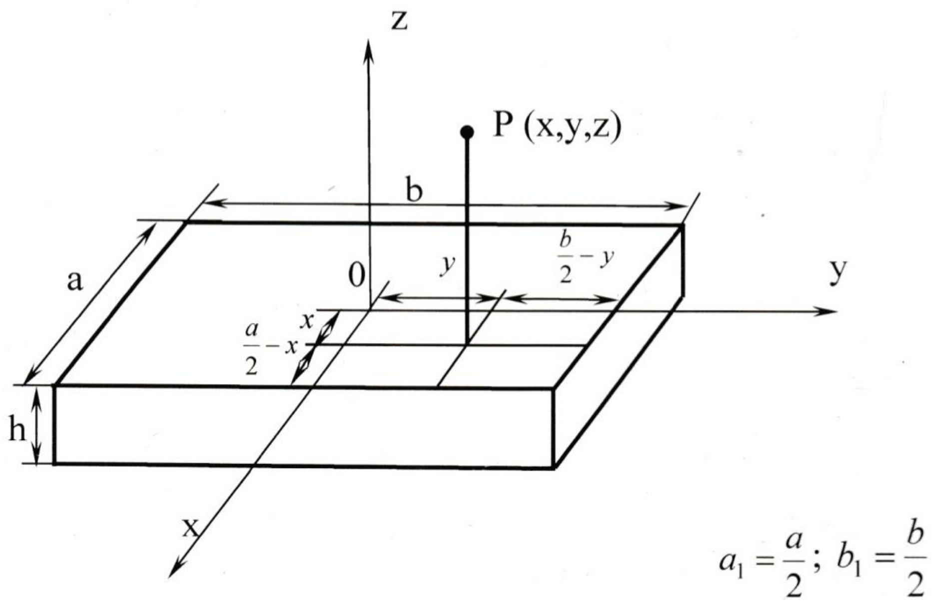

Рис. 2. К расчету напряженности магнитного поля в произвольной точке

Используя выведенную формулу (5), можно рассчитать составляющую напряженности магнитного поля по оси z как результат совместного воздействия четырех плоскостей со сторонами x и у, $\frac{a}{2} - x$ и у, х и $\frac{b}{2} - y$, $\frac{a}{2} - x$ и $\frac{b}{2} - y$ и четырех таких же плоскостей противоположной торцевой поверхности магнита.

Таким образом, в формуле должно быть восемь слагаемых:

$$H_z = \frac{M}{\pi}\Big(arctg\frac{xy}{z\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + arctg\frac{x(b_1-y)}{z\sqrt{x^2+(b_1-y)^2+z^2}} +$$

$$+arctg\frac{(a_1-x)y}{z\sqrt{(a_1-x)^2+y^2+z^2}} + arctg\frac{(a_1-x)(b_1-y)}{z\sqrt{(a_1-x)^2+(b_1-y)^2+z^2}} - \quad (8)$$

$$-arctg\frac{xy}{(z+h)\sqrt{x^2+y^2+(z+h)^2}} - arctg\frac{x(b_1-y)}{(z+h)\sqrt{x^2+(b_1-y)^2+(z+h)^2}} -$$

$$-arctg\frac{(a_1-x)y}{(z+h)\sqrt{(a_1-x)^2+y^2+(z+h)^2}} -$$

$$-arctg\frac{(a_1-x)(b_1-y)}{(z+h)\sqrt{(a_1-x)^2+(b_1-y)^2+(z+h)^2}}\Big),$$

где $a_1 = \frac{a}{2}$; $b_1 = \frac{b}{2}$.

Из общей формулы (8) можно получить частную формулу (6) для определения напряженности поля на оси, если в нее подставить координаты оси (0, 0, z). Все слагаемые кроме четвертого и восьмого обращаются в нуль, поэтому

$$H_z = \frac{M}{\pi}\left(arctg\frac{a_1b_1}{z\sqrt{a_1^2+b_1^2+z^2}} - arctg\frac{a_1b_1}{(z+h)\sqrt{a_1^2+b_1^2+(z+h)^2}}\right) =$$

$$= \frac{M}{\pi}\left(arctg\frac{ab}{2z\sqrt{a^2+b^2+4z^2}} - arctg\frac{ab}{2(z+h)\sqrt{a^2+b^2+4(z+h)^2}}\right). \quad (9)$$

Как видим, действительно формула (9) тождественна ранее выведенной формуле (6), что дополнительно свидетельствует о правильности формулы (8).

Для проверки выведенных формул проводились экспериментальные замеры магнитной индукции.

В эксперименте замерялась магнитная индукция, создаваемая постоянным магнитом из феррита бария марки 6БИ240 с намагниченность $M = 124000\ A/$м.

Размеры магнита: длинна $a = 49$ мм, ширина $b = 25$ мм, высота $h = 15$ мм. Магнитная индукция измерялась с помощью миллитесла – амперметра Ф 4354/1 на базе датчика Холла.

На рис. 3 приведена зависимость составляющей магнитной индукции по оси z $B_z = f(z)$, рассчитанная по формуле (7). На нее же нанесены экспериментальные значения магнитной индукции.

На рис. 4 приведены зависимости $B_z = f(z)$ для различных значений z (0,5 мм; 2 мм; 4 мм; 6 мм; 8 мм; 10 мм). Координата *y* при этом равна нулю, т. е. перемещения датчика Холла производилось вдоль оси *x*.

На рис. 5 приведены зависимости $B_z = f(y)$ для различных значений z (0,5 мм; 2 мм; 4 мм; 6 мм; 8 мм; 10 мм). Координата *x* при этом равна нулю, т. е. перемещения датчика Холла производилось вдоль оси *y*.

Класс используемого прибора не позволил выявить существенных расхождений между расчетными и экспериментальными значениями. Расчет производился на ЭВМ для различных значений *x, y, z*. Производилась распечатка исходных данных, значений координат и соответствующих им значений напряженности и индукции магнитного поля.

Значение намагниченности магнита М определялось по точке пересечения кривой размагничивания материала 6БИ240 и линии внешней нагрузки магнита. Наклон линии определялся по проницаемости формы прямоугольной призмы [2].

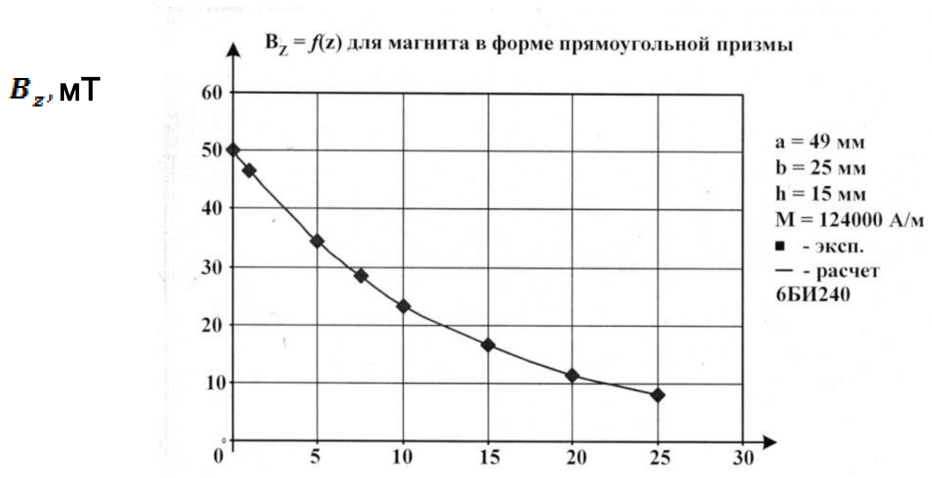

Рис. 3. Замеры индукции на оси магнита

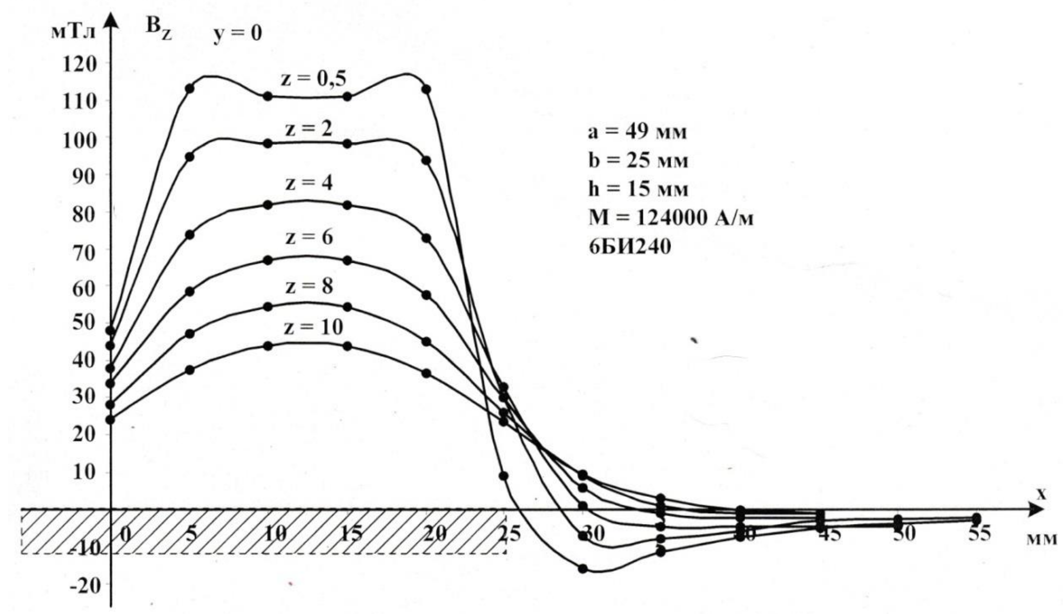

Рис. 4. Замеры индукции вдоль оси *x* при различных значениях z

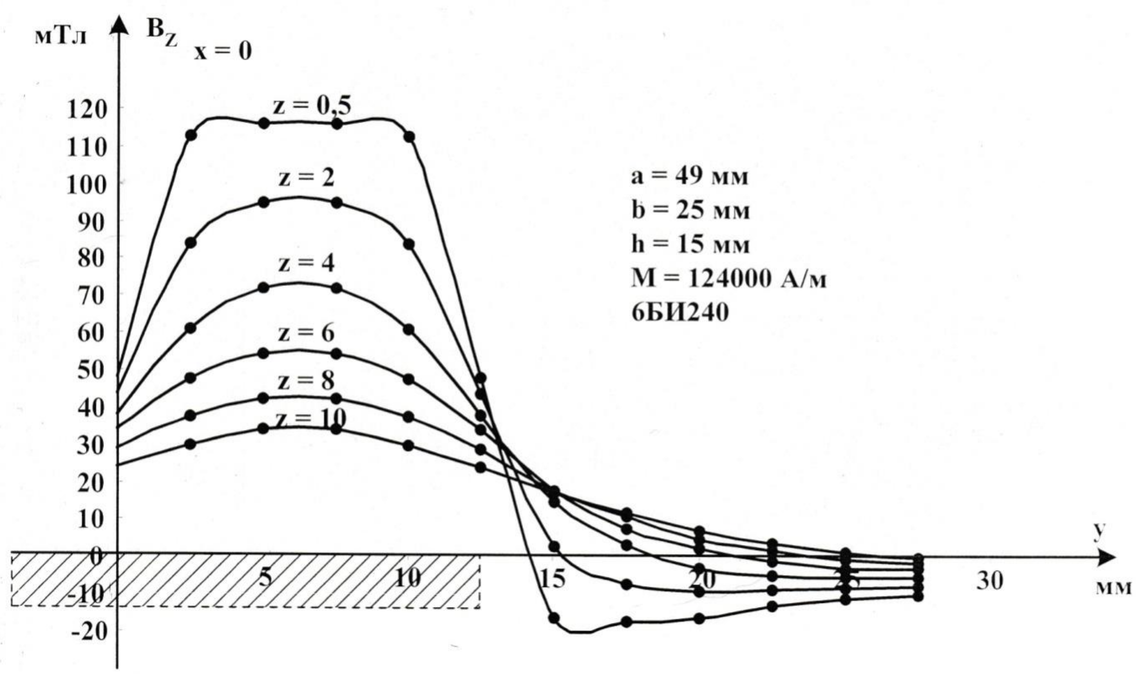

Рис. 5. Замеры индукции вдоль оси *y* при различных значениях z

Список литературы

1. *Шимони К.* Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964.

2. *Левченко С. И.* и др. Проницаемость формы прямоугольных призм // Электронная техника. 1970. Вып. 2(24). С. 54–59.

ГАВРИЛОВ Геннадий Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры электротехники и электроники, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: gavrilov_1937@mail.ru