Технические науки

УДК 620.178.162: 681.2.

Н. И. Присмотров, М. А. Мищихин, С. И. Охапкин

ВЛИЯНИЕ СИЛ СУХОГО ТРЕНИЯ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН

Вибрационные машины в настоящее время находят довольно широкое применение в различных отраслях промышленности, поэтому исследования их поведения в различных режимах являются актуальными.

В статье дается оценка влияния сил сухого трения на динамические режимы вибрационных машин. Исследование опирается на метод гармонической линеаризации, применение которого обосновано нелинейностью динамической модели вибрационной машины. В основу анализа положена нормированная структурная схема вибрационной машины. Получены аналитические выражения амплитудно-частотных характеристик, соответствующие постоянству сил сухого трения. Показано, что при величинах сил сухого трения соответствующих условию $F_{CT}* < \frac{\pi \cdot F_{BM}*}{4}$ и при $\Omega* = 1$ амплитуды колебаний стремятся к бесконечности. Установлено, что при выполнении указанного условия соотношения между силами сухого трения и вязкого трения таковы, что потери энергии за счет сил сухого трения возмещаются энергией поступающей от возбудителя колебаний. Предлагаемый метод предназначен для специалистов и научных работников, занимающихся исследованием, проектированием и созданием вибрационных машин.

Ключевые слова: вибрационные машины, статическая нелинейность, силы сухого трения, метод гармонической линеаризации.

При наличии сил сухого трения, представляющих собой статическую однозначную нелинейность, динамическая модель вибрационной машины (ВМ) становится нелинейной. Поэтому при анализе установившихся режимов ВМ с нелинейной нагрузкой сухого трения воспользуемся методом гармонической линеаризации [1, 2].

Нелинейная периодическая функция $F_{\tilde{N}}(t)$ на выходе нелинейного звена заменяется приближенным значением, учитывающим первую гармонику и не учитывающим высшие гармоники в разложении нелинейной функции.

В результате нелинейная зависимость приводится к виду:

$$F_{CT} = \left|F_{CT}\right| \cdot sign\upsilon \to q\upsilon, \tag{1}$$

где

$$q = \frac{F_{CT}}{\pi\upsilon}\int_0^{2\pi}((sign\upsilon \cdot sin\Omega t)sin\alpha t \cdot d\Omega t) = \frac{4F_{CT}}{\pi\upsilon} \tag{2}$$

– коэффициент гармонической линеаризации.

В относительных величинах коэффициент гармонической линеаризации примет вид:

$$q^* = \frac{4F_{CT}{}^*}{\pi\upsilon^*}, \tag{3}$$

где

$$S^* = \frac{S}{S_б};\ V^* = \frac{V}{V_б};\ F^* = \frac{F}{F_б};\ \tau = \frac{t}{t_б};\ p^* = \frac{p}{p_б}; \tag{4}$$

$$S_б = \frac{F_{Bm}}{C};\ \upsilon_б = \frac{F_{Bm}}{C}\Omega_{01};\ t_б = \frac{1}{\Omega_{01}};$$

$$p_б = \Omega_{01};\ \Omega_{01} = \sqrt{\frac{C}{m}}.$$

Введя безразмерный коэффициент демпфирования при сухом трении

$$\alpha_{CT}{}^* = \frac{2F_{CT}{}^*}{\pi\upsilon^*} = \frac{2F_{CT}{}^*}{\pi\Omega^* s^*}. \tag{5}$$

В результате нормированная структурная схема ВМ с учетом безразмерных коэффициентов демпфирования сил вязкого и сухого трения будет соответствовать (рис.1), а передаточная функция с учетом сил сухого трения по вынуждающей силе $F_B*(p*)$ выходных переменных $S*(p*)$, $\upsilon*(p*)$ и $F_У*(p*)$ примут вид:

$$W_{S*}(p*)=\frac{S*(p*)}{F_B*(p*)}=\frac{1}{p*^2+2\alpha_{CT}*p*+1}; \tag{6}$$

$$W_{\upsilon*}(p*)=\frac{\upsilon*(p*)}{F_B*(p*)}=\frac{p*}{p*^2+2\alpha_{CT}*p*+1}; \tag{7}$$

$$W_{F_У}(p*)=\frac{F_У*(p*)}{F_B*(p*)}=\frac{1}{p*^2+2\alpha_{CT}*p*+1}. \tag{8}$$

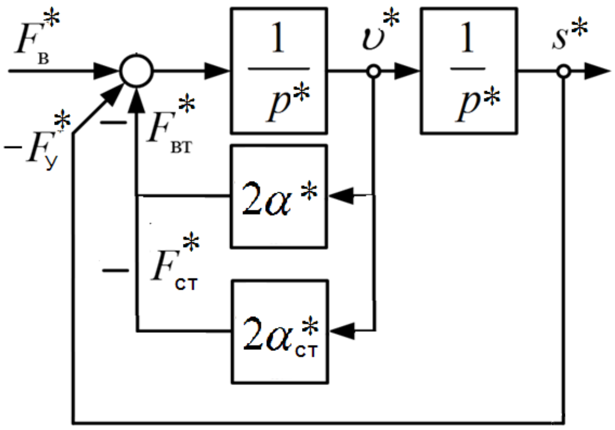

Рис. 1. Нормированная структурная схема вибрационной машины при принятых безразмерных коэффициентов демпфирования сил вязкого и сухого трения

Согласно (6, 7, 8) соответствующие соотношения для АЧХ и ФЧХ запишутся в виде:

$$A_{S*}(\Omega*)=\frac{S_{max}*}{F_{Bmax}*}=\frac{1}{\sqrt{(1-\Omega*^2)^2+(2\alpha_{CT}*\Omega*)^2}}; \tag{9}$$

$$\Psi_{S*}(\Omega*)=arctg\left[\frac{-2\alpha_{CT}*\Omega*}{(1-\Omega*^2)}\right];$$

$$A_{\upsilon*}(\Omega*)=\frac{\upsilon_{max}*}{F_{Bmax}*}=\frac{\Omega*}{\sqrt{(1+\Omega*^2)^2+(2\alpha_{CT}*\Omega*)^2}}; \tag{10}$$

$$\Psi_{\upsilon^*}(\Omega^*) = arctg\left[\frac{-(1+\Omega^{*2})}{2\alpha_{CT}{}^*\Omega^*}\right];$$

$$A_{F_Y{}^*}(\Omega^*) = \frac{F_{Y\,max}{}^*}{F_{B\,max}{}^*} = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^{*2})^2 + (2\alpha_{CT}{}^*\Omega^*)^2}}; \tag{11}$$

$$\Psi_{F_Y{}^*}(\Omega^*) = arctg\left[\frac{-2\alpha_{CT}{}^*\Omega^*}{(1-\Omega^{*2})}\right].$$

А так как коэффициент демпфирования $\alpha_{CT}{}^*$ зависит от амплитуды скорости и перемещения соотношения (9, 10, 11) позволяют получить аналитические выражения АЧХ, соответствующие постоянству величины F_{CT}

$$A_{S^*}(\Omega^*) = \frac{S_{max}{}^*}{F_{B\,max}{}^*} = \frac{1}{(1-\Omega^{*2})}\sqrt{1-\left(\frac{4F_{CT}{}^*}{\pi \cdot F_{BM}{}^*}\right)^2}; \tag{12}$$

$$A_{\upsilon^*}(\Omega^*) = \frac{\upsilon_{max}{}^*}{F_{B\,max}{}^*} = \frac{\Omega^*}{(1-\Omega^{*2})}\sqrt{1-\left(\frac{4F_{CT}{}^*}{\pi \cdot F_{BM}{}^*}\right)^2}; \tag{13}$$

$$A_{Fy^*}(\Omega^*) = \frac{F_{Y\,max}{}^*}{F_{B\,max}{}^*} = \frac{1}{(1-\Omega^{*2})}\sqrt{1-\left(\frac{4F_{CT}{}^*}{\pi \cdot F_{BM}{}^*}\right)^2}. \tag{14}$$

Чтобы решение (12, 13, 14) имело физический смысл должно выполняться неравенство

$$F_{CT}{}^* < \frac{\pi \cdot F_{BM}{}^*}{4}, \tag{15}$$

отвечающее наличию вынужденных колебаний.

На рис. 2 приведены зависимости амплитуд колебаний s^*, рассчитанные по соотношению:

$$s_M{}^* = \frac{F_{BM}{}^*}{(1-\Omega^{*2})}\sqrt{1-\left(\frac{4F_{CT}{}^*}{\pi \cdot F_{BM}{}^*}\right)^2}, \tag{16}$$

полученному из (12) для фиксированных $F_{CT}{}^*$.

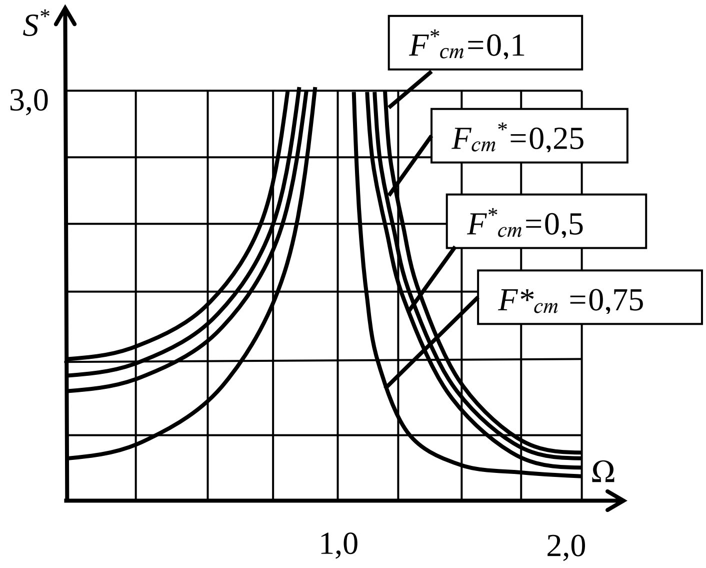

Рис. 2. Зависимость амплитуд $s*$ от $\Omega*$ при различных значениях F_{CT} *

При значениях сухого трения соответствующих выполнению условия (15) при $\Omega* = 1$ амплитуды колебаний $s*$ стремятся к бесконечности. Данное положение легко объяснить рассмотрев энергию. Которая рассеивается в результате сухого трения. Эта энергия равна

$$P_{CP.CT} = \frac{2F_{CT}}{\pi}\upsilon_M, \qquad (16)$$

то есть пропорциональна первой степени скорости, а не её квадрату как при вязком трении:

$$P_{CP.BT} = \frac{1}{2}\beta_{BT}\upsilon_M^2. \qquad (17)$$

В силу того, что поступающая от возбудителя колебаний энергия нарастает пропорционально амплитуде колебаний скорости:

$$P_{CP} = \frac{1}{2}F_{BM}\upsilon_M \cos\varphi. \qquad (18)$$

При заданном неравенстве (15) соотношения между силами трения F_{CT} и F_{BM} таковы, что потери энергии за счет сухого трения с избытком возмещаются энергией поступающей от возбудителя колебаний.

Список литературы

1. *Попов Е. П.* Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1979. 250 с.
2. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.

ПРИСМОТРОВ Николай Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: prismotrov@vyatsu.ru

МИЩИХИН Михаил Андреевич – аспирант кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: kaf_epiapu@vyatsu.ru

ОХАПКИН Сергей Иванович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: ohapkin@vyatsu.ru