

Нелинейные регрессионные модели как инструмент анализа и прогнозирования в экологии

С. И. Торопова¹, А. В. Казакова²

¹ ассистент кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0003-0533-5654. E-mail: svetori82@mail.ru

² студентка, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: anya.kazakova-a-v@yandex.ru

Аннотация. Одной из задач экологии на современном этапе является анализ влияния факторов окружающей среды на здоровье населения и прогнозирование его состояния при различных тенденциях в изменении антропогенного воздействия. Эффективный инструмент решения данной задачи средствами математики – использование регрессионных моделей. В работе представлен анализ взаимосвязи степени загрязнения атмосферного воздуха Кировской области и уровня заболеваемости подросткового населения региона болезнями органов дыхания с помощью нелинейных регрессионных моделей. Установлено, что статистически значимый вклад в рассматриваемую заболеваемость вносят летучие органические соединения и углеводороды (без летучих органических соединений). Построенные нелинейные модели соответствуют критериям, характеризующим их адекватность и значимость, и обеспечивают обоснованное прогнозирование роста изучаемой заболеваемости во времени.

Ключевые слова: нелинейная регрессия, математические модели.

Одной из основных проблем экологии человека является оценка воздействия факторов окружающей среды на здоровье населения [5; 13]. Исследования, посвященные изучению данной проблемы, осуществляются с привлечением разнообразных научных методов. Общим направлением, характерным для такого рода исследований, является применение корреляционно-регрессионного анализа [13].

С помощью регрессионных моделей устанавливается связь факторов окружающей среды и уровня распространения заболеваний, теснота обнаруженной связи оценивается методами корреляционного анализа [2]. Помимо анализа регрессионные модели используются для прогнозирования тенденции изменения изучаемой заболеваемости, например, под влиянием санитарно-гигиенических мероприятий, направленных на снижение и предупреждение антропогенного загрязнения атмосферного воздуха [9]. Изложенное выше дает основание считать регрессионные модели инструментом анализа и прогнозирования в экологии.

Существенное место среди упоминаемых исследований занимает изучение влияния загрязнения атмосферного воздуха на состояние здоровья всех групп населения, в том числе подросткового. Состояние здоровья подрастающего поколения особенно актуально, поскольку составляет основу социально-экономического, трудового и репродуктивного потенциала общества [4; 10]. Организм подростков особо чувствителен к неблагоприятным воздействиям окружающей среды в связи с тем, что происходящие у них возрастные изменения снижают адаптационные возможности взрослого организма [6]. Исследователи отмечают увеличение количества подростков с болезнями органов дыхания (БОД), кожи и подкожной клетчатки, мочеполовой системы и другими экологозависимыми болезнями в современных условиях [1; 4; 13].

Динамика экологозависимой заболеваемости подросткового населения рассмотрена в исследованиях на территории Приморского края [1; 2], Иркутской области [4; 5; 11], г. Самары [7, 9], г. Чебоксары [10] и некоторых других субъектов РФ. Из перечисленных работ в исследованиях [2; 4; 7] используются линейные регрессионные модели для анализа и прогнозирования распространения БОД подрастающего поколения в связи с загрязнением воздушной среды. В одной из наших предыдущих работ [12] отмечено, что нелинейные регрессионные модели могут представлять более значимый вариант моделирования, например в силу того обстоятельства, что многие явления в экологии носят нелинейный характер.

БОД занимают первое место в структуре общей заболеваемости населения РФ [2]. Высокий уровень указанной заболеваемости объясняется влиянием различных факторов, в частности экологических. Цель настоящего исследования – определить зависимость состояния атмосферного воз-

духа и первичной заболеваемости подросткового населения Кировской области БОД на основе нелинейных регрессионных моделей.

Информационной базой исследования явились статистические данные официальных сайтов правительства Кировской области, Кировстата и Роспотребнадзора за 2002–2017 гг. Математическое моделирование было реализовано с помощью корреляционно-регрессионного анализа с использованием программы MS Excel.

Было установлено, что статистически значимый вклад в формирование БОД подросткового населения области принадлежит летучим органическим соединениям (ЛОС) и углеводородам (без ЛОС). Рассмотрим детально анализ влияния загрязнения ЛОС y (тыс. тонн) воздушной среды Кировской области на первичную заболеваемость x (на 1 000 чел.) подросткового населения БОД.

Первоначально моделирование осуществлялось на основе линейного уравнения парной регрессии $y = 476,02 + 81,67x$. Статически значимые на уровне значимости $\alpha = 0,001$ характеристики данного уравнения следующие: коэффициент корреляции $r = 0,83$ и коэффициент детерминации $R^2 = 0,69$, расчетные значения критериев Фишера $F = 28,94$ и Стьюдента $t_b = 5,38$, $t_a = 8,77$.

Результаты моделирования с помощью нелинейных регрессионных моделей представлены в табл. 1.

Таблица 1

Оценка параметров нелинейных регрессионных моделей

Название и уравнение нелинейной регрессии, индекс детерминации R^2	Расчетные значения критериев Фишера F и Стьюдента t
Полиномиальная модель $\hat{y} = 53,24 + 346,01x - 34,61x^2$, $R^2 = 0,87$	$F = 38,8$, $t_{b1} = 5,14$, $t_{b2} = -3,97$, $t_a = 0,47$
Логарифмическая модель $\hat{y} = 320,52 - 203,8x + 994,89 \ln x$, $R^2 = 0,9$	$F = 54,57$, $t_{b1} = -3,56$, $t_{b2} = 5,06$, $t_a = 7,23$
Полулогарифмическая модель $\hat{y} = 412,54 + 301,97 \ln x$, $R^2 = 0,8$	$F = 50,74$, $t_b = 7,12$, $t_a = 8,3$
Обратная модель $\hat{y} = \frac{1}{0,0019 - 0,00016x}$, $R^2 = 0,61$	$F = 20,48$, $t_b = -4,53$, $t_a = 15,21$
Обратная параболическая модель $\hat{y} = \frac{1}{0,0029 - 0,00075x + 7,69 \cdot 10^{-5}x^2}$, $R^2 = 0,81$	$F = 25,89$, $t_{b1} = -4,49$, $t_{b2} = 3,57$, $t_a = 10,29$
Гиперболическая модель $\hat{y} = 1094,73 - \frac{968,88}{x}$, $R^2 = 0,87$	$F = 87,58$, $t_b = -9,36$, $t_a = 27,29$
Модель $\hat{y} = \frac{x}{0,0016 + 0,00081x}$, $R^2 = 0,93$	$F = 166,16$, $t_b = 12,89$, $t_a = 7,12$
Степенная модель $\hat{y} = 459,48 \cdot x^{0,42}$, $R^2 = 0,77$	$F = 42,52$, $t_b = 6,52$, $t_a = 80,94$
Показательная модель $\hat{y} = 503,23 \cdot 1,12^x$, $R^2 = 0,66$	$F = 24,73$, $t_b = 4,97$, $t_a = 76,44$

Параметры полулогарифмической, обратной, обратной параболической, гиперболической, степенной, показательной моделей и модели вида $\hat{y} = \frac{x}{a + bx}$ статистически значимы на уровне значимости $\alpha = 0,001$. Проверим, что случайные остатки для данных моделей распределены по нормальному закону распределения, не автокоррелированы и гомоскедастичны.

В связи с небольшим количеством наблюдений соответствие случайных остатков нормальному закону распределения установим с помощью коэффициентов асимметрии и эксцесса. Тест Дарбина – Уотсона позволит определить наличие или отсутствие автокорреляции в остатках (верх-

ная граница указанного критерия $D - W_u = 1,36$). Проверку выполнения требования гомоскедастичности случайных остатков осуществим на основе теста ранговой корреляции Спирмена.

Оценка случайных остатков представлена в табл. 2.

Таблица 2

Анализ случайных остатков

Вид модели	Коэффициенты асимметрии A и эксцесса E	Критерий Дарбина - Уотсона $D - W$	Коэффициент корреляции рангов Спирмена ρ , расчетное значение t_ρ
Линейная	$A = 0,39, E = 0,54$	$D - W = 1,12$	$\rho = -0,11, t_\rho = -0,4$
Полулогарифм.	$A = 0,73, E = 1,45$	$D - W = 1,29$	$\rho = -0,04, t_\rho = -0,16$
Обратная	$A = 0,45, E = 0,77$	$D - W = 1,2$	$\rho = -0,16, t_\rho = -0,6$
Обратная параболическая	$A = 0,37, E = 0,74$	$D - W = 2,22$	$\rho = -0,1, t_\rho = -0,35$
Гиперболическая	$A = 0,97, E = 2,11$	$D - W = 1,59$	$\rho = -0,19, t_\rho = -0,71$
$\hat{y} = \frac{x}{a + bx}$	$A = 0,007, E = 0,7$	$D - W = 1,46$	$\rho = 0,08, t_\rho = 0,3$
Степенная	$A = 0,2, E = 0,95$	$D - W = 1,35$	$\rho = -0,12, t_\rho = -0,43$
Показательная	$A = -0,01, E = 0,46$	$D - W = 1,14$	$\rho = -0,34, t_\rho = -1,29$

На основе реализованного анализа делаем вывод, что случайные остатки обратной параболической модели и модели вида $\hat{y} = \frac{x}{a + bx}$ распределены по нормальному закону распределения, не автокоррелированы и гомоскедастичны.

Дальнейший выбор наилучшей функции регрессии осуществлялся с использованием средней относительной ошибки аппроксимации \bar{A} . Для модели $\hat{y} = \frac{x}{0,0016 + 0,00081x}$ данный показатель

$\bar{A} = 6,03\%$, для обратной параболической – $\bar{A} = 7,3\%$. Указанные значения не превосходят 10%, следовательно, можно сделать вывод, что обе модели подобраны качественно и могут быть использованы для обоснованного прогноза. Например, согласно официальным статистическим данным [8], выбросы ЛОС в атмосферу Кировской области в 2017 г. составили 3,669 тыс. тонн. Следовательно, в указанном году прогнозируемое значение первичной заболеваемости БОД подросткового населения области составляет 802,5 случаев на 1 000 человек.

В заключение отметим, что результаты проведенного исследования согласуются с работами других ученых. Например, коллективом авторов [3] установлено, что превышение предельно допустимой концентрации формальдегида, бенз(а)пирена и некоторых других загрязнителей атмосферного воздуха приводит к задержке физического развития подростков г. Кирова.

Список литературы

1. Измайлова О. А. и др. Гигиенические аспекты распространенности экологозависимых заболеваний детей и подростков Приморского края / О. А. Измайлова, П. Ф. Куку, М. В. Ярыгина, В. Г. Морева, В. Ю. Ананьев, А. Б. Косолапов // Гигиена и санитария. 2016. № 95 (11). С. 1075–1079.
2. Куку П. Ф. и др. Эколого-гигиенические аспекты распространенности болезней органов дыхания у подростков и детей Приморского края / П. Ф. Куку, Б. И. Гельцер, М. В. Ярыгина, С. Н. Бениова, Т. В. Горборукова, В. Г. Морева, Н. С. Шитер, К. М. Сабирова, М. А. Мезенцева // Гигиена и санитария. 2016. № 95 (8). С. 749–753.
3. Кузнецова Д. А., Сизова Е. Н., Циркин В. И. Особенности влияния техногенного загрязнения на физическое развитие подростков в условиях Европейского Севера и средних широт // Экология человека. 2015. № 11. С. 3–12.
4. Кулеш Д. В. и др. Региональные экологические и социально-экономические аспекты заболеваемости подросткового населения в условиях проживания в промышленных центрах / Д. В. Кулеш, С. И. Колесников, В. В. Долгих, С. В. Шойко, Н. Н. Абашин, А. Г. Черкашина, Л. Н. Лебедева // Вестник РАМН. 2013. № 68 (3). С. 62–67.

5. Лисецкая Л. Г. и др. Оценка степени загрязненности воздуха и патология верхних дыхательных путей у подростков урбанизированных территорий Иркутской области / Л. Г. Лисецкая, Л. А. Дедкова, И. В. Тихонова, Н. А. Тараненко // Бюллетень ВСНЦ СО РАМН. 2013. № 3 (91). Ч. 1. С. 91–95.

6. Лыков И. Н., Шестакова Г. А., Клименко Е. А. Оценка воздействия загрязнения окружающей среды тяжелыми металлами на физическое развитие и состояние функциональных систем организма подростков // Экология человека. 2006. № 4. С. 10–15.

7. Мешков Н. А. и др. Оценка обусловленности заболеваемости населения города Самары воздействием факторов среды обитания / Н. А. Мешков, Е. А. Вальцева, Ю. И. Баева, Е. А. Крылицына // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2017. Т. 19. № 2 (2). С. 300–306.

8. О состоянии окружающей среды Кировской области в 2017 году: региональный доклад. URL: <http://www.kirovreg.ru/econom/ecology/Региональный%20доклад%202017.pdf> (дата обращения: 03.08.2018).

9. Сазонова О. В. и др. Среда обитания и заболеваемость населения Самары болезнями органов дыхания / О. В. Сазонова, О. Н. Исакова, И. Ф. Сухачева, М. В. Комарова // Гигиена и санитария. 2014. № 4. С. 33–36.

10. Самойлова А. В., Сусликов В. Л., Губанова Е. А. Влияние эколого-геохимических факторов на иммунную систему девушек г. Чебоксары // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 343–346.

11. Тихонова И. В., Ефимова Н. В. Частота хронической патологии верхних дыхательных путей у подростков: роль некоторых факторов // Гигиена и санитария. 2012. № 6. С. 51–53.

12. Торопова С. И. Изучение нелинейной регрессии на занятиях по математике со студентами-экологами // Математика: фундаментальные и прикладные исследования и вопросы образования : материалы Междунар. науч.-практ. конф. Рязань, 2016. С. 487–493.

13. Ярыгина М. В., Кикун П. Ф., Завьялова Я. С. Экологозависимые заболевания детского и подросткового населения в Приморском крае // Здоровье. Медицинская экология. Наука. 2016. № 3 (66). С. 65–68.

Nonlinear regression models as a tool of analysis and prediction in ecology

S. I. Toropova¹, A. V. Kazakova²

¹ assistant of the Department of fundamental mathematics, Vyatka State University. Russia, Kirov.

ORCID: 0000-0003-0533-5654. E-mail: svetori82@mail.ru

² student, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: anya.kazakova-a-v@yandex.ru

Abstract. Currently one of the ecological problems is to analyze the influence of environmental factors on the health of the population and forecast its state under different trends in the modification of anthropogenic impact. The use of regression models is an effective tool for solving this problem by means of mathematics. The paper presents an analysis of the correlation between the degree of atmospheric air pollution in the Kirov region and the incidence of tuberculosis diseases in the adolescent population of the region using nonlinear regression models. It has been established that volatile organic compounds (VOCs) and hydrocarbons (without VOCs) make a statistically significant contribution to the considered morbidity. The constructed nonlinear models meet the criteria characterizing their adequacy and significance, and provide a justified forecast for the growth of the studied morbidity over time.

Keywords: nonlinear regression, mathematical model.

Reference

1. Izmajlova O. A. et al. *Gigienicheskie aspekty rasprostranennosti ehkologozavisimyh zabolevanij detej i podrostkov Primorskogo kraja* [Hygienic aspects of the prevalence of ecologically dependent diseases of children and adolescents in Primorsky region] / O.A. Ismailova, P. F. Kiku, M. V. Yarygina, V. G. Moreva, V. Yu. Anan'ev, A.B. Kosolapov // *Gigiena i sanitariy* – Hygiene and sanitation. 2016, No. 95 (11), pp. 1075–1079.

2. Kiku P. F. et al. *EHkologo-gigienicheskie aspekty rasprostranennosti boleznej organov dyhaniya u podrostkov i detej Primorskogo kraja* [Ecological-hygienic aspects of diseases of the respiratory system of children and adolescents in Primorsky region] / P. F. Kiku, B. I. Geltzer, M. V. Yarygina, S. N. Beniova, T. V. Gorburokova, G. V. Moreva, N.S. Shiter, K. M. Sabirova, M. A. Mezentseva // *Gigiena i sanitariy* – Hygiene and sanitation. 2016, No. 95 (8), pp. 749–753.

3. Kuznecova D. A., Sizova E. N., Cirkin V. I. *Osobennosti vliyaniya tekhnogennogo zagryazneniya na fizicheskoe razvitie podrostkov v usloviyah Evropejskogo Severa i srednih shirot* [Features of influence of technogenic pollution on physical development of teenagers in the conditions of the European North and middle latitudes] // *EHkologiya cheloveka* - Ecology of the person. 2015, No. 11, pp. 3–12.

4. Kulesh D. V. et al. *Regional'nye ehkologicheskie i social'no-ehkonomicheskie aspekty zabolevaemosti podrostkovogo naseleniya v usloviyah prozhivaniya v promyshlennykh centrakh* [Regional environmental and socio-economic aspects of morbidity of the teenage population in the conditions of living in industrial centers] / D. V. Kulesh, S. I. Kolesnikov, V. V. Dolgikh, S. V. Shoyko, N. N. Abashin, A. G. Cherkashina, L. N. Lebedeva // *Vestnik RAMN* – Herald of RAMS. 2013, No. 68 (3), pp. 62–67.

5. Liseckaya L. G. et al. *Ocenka stepeni zagryaznennosti vozduha i patologiya verhnih dyhatel'nykh putej u podrostkov urbanizirovannykh territorij Irkutskoj oblasti* [Assessment of the degree of air pollution and pathology of the

upper respiratory tract among adolescents in urbanized areas of the Irkutsk region] / L. G. Lisetskaya, L. A., Dedkova, I. V. Tikhonova, N.A. Taranenko // *Byulleten' VSNC SO RAMN* – Bulletin of East Siberian scientific center SB RAMS. 2013, № 3 (91), part 1, pp. 91–95.

6. Lykov I. N., Shestakova G. A., Klimenko E. A. *Ocenka vozdeystviya zagryazneniya okruzhayushchej sredy tyazhelymi metallami na fizicheskoe razvitie i sostoyanie funkcional'nyh sistem organizma podrostkov* [Evaluation of the impact of environmental pollution by heavy metals on the physical development and functional systems of adolescents] // *EHkologiya cheloveka* – Ecology of human. 2006, No. 4, pp. 10–15.

7. Meshkov N. A. et al. *Ocenka obuslovlennosti zabolevaemosti naseleniya goroda Samary vozdeystviem faktorov sredy obitaniya* [Evaluation of the condition of morbidity of the population of the city of Samara the influence of factors of environment] / N. A. Meshkov, E. A. Valcheva, Yu. I. Baeva, E. A. Krylitsyna // *Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk* – News of the Samara Scientific center, Russian Academy of Sciences. 2017, vol. 19, No. 2 (2), pp. 300–306.

8. *O sostoyanii okruzhayushchej sredy Kirovskoj oblasti v 2017 godu: regional'nyj doklad* – On the state of the environment of the Kirov region in 2017: regional report. Available at: [http://www.kirovreg.ru/econom/ecology/Региональный%20 доклад%202017.pdf](http://www.kirovreg.ru/econom/ecology/Региональный%20доклад%202017.pdf) (date accessed: 03.08.2018).

9. Sazonova O. V. et al. *Sreda obitaniya i zabolevaemost' naseleniya Samary boleznymi organov dyhaniya* [Habitat and morbidity of the population of Samara respiratory diseases] / O. V. Sazonova, O. N. Isakova, I. F. Sukhacheva, M. V. Komarova // *Gigiena i sanitariy* – Hygiene and sanitation. 2014, No. 4, pp. 33–36.

10. Samojlova A. V., Suslikov V. L., Gubanova E. A. *Vliyanie ehkologo-geohimicheskikh faktorov na immunnuyu sistemu devushek g. Cheboksary* [Influence of ecological and geochemical factors on the immune system of girls from Cheboksary, Russia] // *Vestnik Chuvashskogo universiteta* – Herald of the Chuvash University. 2014, No. 2, pp. 343–346.

11. Tihonova I. V., Efimova N. V. *CHastota hronicheskoy patologii verhnih dyhatel'nyj putej u podrostkov: rol' nekotoryh faktorov* [Frequency of chronic upper respiratory diseases in adolescents: the role of some factors] // *Gigiena i sanitariy* – Hygiene and sanitation. 2012, No. 6, pp. 51–53.

12. Toropova S. I. *Izuchenie nelinejnoj regressii na zanyatiyah po matematike so studentami-ehkologami* [Study of nonlinear regression in mathematics classes with students-ecologists] // *Matematika: fundamental'nye i prikladnye issledovaniya i voprosy obrazovaniya : materialy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* – Mathematics: fundamental and applied research and education: proceedings of the international scientific- prakt. conf. Ryazan. 2016. Pp. 487–493.

13. Yarygina M. V., Kiku P. F., Zav'yalova YA. S. *EHkologozavisimye zabolevaniya detskogo i podrostkovogo naseleniya v Primorskom krae* [Ecologically dependent diseases of children and adolescents in Primorsk region] // *Zdorov'e. Medicinskaya ehkologiya. Nauka* – Health. Medical ecology. Science. 2016, № 3 (66), pp. 65–68.