

## Модель взаимодействия разновозрастных групп занятых в экономике на примере Кировской области

И. О. Зыкова<sup>1</sup>, С. В. Чучкалова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>магистрант I курса факультета экономики и финансов, Вятский государственный университет.

Россия, г. Киров. E-mail: zyкова\_irinka@mail.ru

<sup>2</sup>кандидат экономических наук, доцент кафедры цифровых технологий в образовании,

Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: chuchkalova@mail.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается применение математического моделирования при исследовании численности разновозрастных групп занятых в экономике региона. Была проведена идентификация имитационной модели, представленной системой дифференциальных уравнений. Для этого по статистическим данным Кировской области численно определялись производные. В результате были получены алгебраические уравнения для определения корректирующих параметров. При нахождении параметров модели использовался эконометрический анализ, компьютерные пакеты Maple, MS Excel. С помощью найденных параметров модели была проведена классификация взаимодействий разновозрастных групп экономически активного населения. Между занятыми в экономике возможны типы взаимодействий: отсутствие взаимного влияния, помощь, угнетение, дискриминация, конкуренция, партнерство. С помощью имитационных экспериментов были реализованы разные сценарии для получения прогноза численности рынка труда. Результаты исследования могут быть использованы при принятии управленческих решений в области социально-экономической политики в регионе.

**Ключевые слова:** имитационная модель, экономически активное население, идентификация модели.

В последние десятилетия при исследовании социально-экономических систем часто используют синергетический подход. Как известно, синергетика основана на идеях неравновесной термодинамики. Качественная теория динамических систем является адекватным математическим аппаратом изучения социально-экономических процессов [1]. В настоящее время становится актуальным использование биологических моделей, которые основаны на взаимосвязях популяций и потоках биомасс, для изучения процессов на рынке труда. В данной статье рассматривается одна из таких моделей.

В модели рассмотрены следующие группы населения: численность экономически активного населения в возрасте 15–29 лет, численность экономически активного населения в возрасте 30–49 лет, численность экономически активного населения в возрасте 50 лет и старше. Данные возрастные группы соответствуют трем категориям занятых: работникам с малым опытом работы, работникам со значительным опытом работы и занятым предпенсионного и пенсионного возраста.

Математическая модель описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial x_1}{\partial t} = b_1 + (K_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3)x_1 \\ \frac{\partial x_2}{\partial t} = b_2 + (K_2 + \alpha_{21}x_1 + \alpha_{23}x_3)x_2 \\ \frac{\partial x_3}{\partial t} = b_3 + (K_3 + \alpha_{31}x_1 + \alpha_{32}x_2)x_3 \end{cases} \quad (1),$$

где  $x_i$  – численность занятых  $i$ -й группы,  $t$  – переменная времени,  $b_i$  – коэффициенты миграционных потоков  $i$ -й группы,  $K_i$  – переток из экономически активного населения в неактивное, смертность, переход в следующую возрастную группу,  $\alpha_{ij}$  – коэффициенты влияния группы  $i$  на группу  $j$ ;  $i, j=1,2,3$  (одна из групп 15–29 лет, 30–49 лет, 50 лет и старше).

Всего модель содержит 12 параметров:  $K_1, K_2, K_3, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{21}, \alpha_{23}, \alpha_{31}, \alpha_{32}, b_1, b_2, b_3$ .

Имитационная модель была выполнена в пакете Ithink [5]. Начальные значения численности каждой из трех возрастных групп устанавливались согласно статистическим данным за 2013 г.:  $x_1 = 147,13$ ;  $x_2 = 313,45$ ;  $x_3 = 179,75$  [2; 3].

Первоначальные значения 12 параметров модели (1) были найдены в процессе идентификации модели. Для этого с помощью пакета MS Excel для переменных  $x_1, x_2, x_3$ , задающих численности разновозрастных групп занятых в экономике, по статистическим данным были подобраны уравнения трендов:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= 1,77t^2 - 9,21t + 155,77; R_1^2 = 0,89; \\x_2(t) &= 1,68t^2 - 7,81t + 319,98; R_2^2 = 0,81; \\x_3(t) &= 3,71t^2 - 22,08t + 160,8; R_3^2 = 0,95,\end{aligned}$$

где  $t$  соответствует определенному году из временного отрезка 2013–2017 гг.

Далее находились производные  $x_1', x_2', x_3'$  по найденным уравнениям трендов:

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 3,54t - 9,21; \\x_2'(t) &= 3,36t - 7,81; \\x_3'(t) &= 7,42t - 22,08.\end{aligned}\tag{2}$$

Подставляя в уравнения (2) вместо переменной  $t$  значения 1,...,4, получим численные значения производных  $x_1', x_2', x_3'$  для каждого года временного отрезка 2013–2016 гг. Для нахождения 12 параметров на основе системы (1) с использованием статистических данных была составлена система из 12 линейных уравнений:

$$\begin{cases} -5,67 = b_1 + (K_1 + \alpha_{12} * 313,453 + \alpha_{13} * 179,756) * 147,131 \\ -4,45 = b_2 + (K_2 + \alpha_{21} * 147,131 + \alpha_{23} * 179,756) * 313,453 \\ -14,56 = b_3 + (-K_3 + \alpha_{31} * 147,131 + \alpha_{32} * 313,453) * 179,756 \\ -2,13 = b_1 + (K_1 + \alpha_{12} * 312,228 + \alpha_{13} * 188,369) * 143,857 \\ -1,09 = b_2 + (K_2 + \alpha_{21} * 143,857 + \alpha_{23} * 188,369) * 312,228 \\ 7,24 = b_3 + (-K_3 + \alpha_{31} * 143,857 + \alpha_{32} * 312,228) * 188,369 \\ 1,41 = b_1 + (K_1 + \alpha_{12} * 310,472 + \alpha_{13} * 195,411) * 136,916 \\ 2,27 = b_2 + (K_2 + \alpha_{21} * 136,916 + \alpha_{23} * 195,411) * 310,472 \\ 0,18 = b_3 + (-K_3 + \alpha_{31} * 136,916 + \alpha_{32} * 310,472) * 195,411 \\ 4,95 = b_1 + (K_1 + \alpha_{12} * 315,959 + \alpha_{13} * 189,189) * 138,353 \\ 5,63 = b_2 + (K_2 + \alpha_{21} * 138,353 + \alpha_{23} * 189,189) * 315,959 \\ 7,6 = b_3 + (-K_3 + \alpha_{31} * 138,353 + \alpha_{32} * 315,959) * 189,189 \end{cases}\tag{3},$$

где левые части равны численным значениям производных, а в правых частях подставлены статистические данные вместо переменных  $x_1, x_2, x_3$  по соответствующим годам временного отрезка 2013–2016 гг.

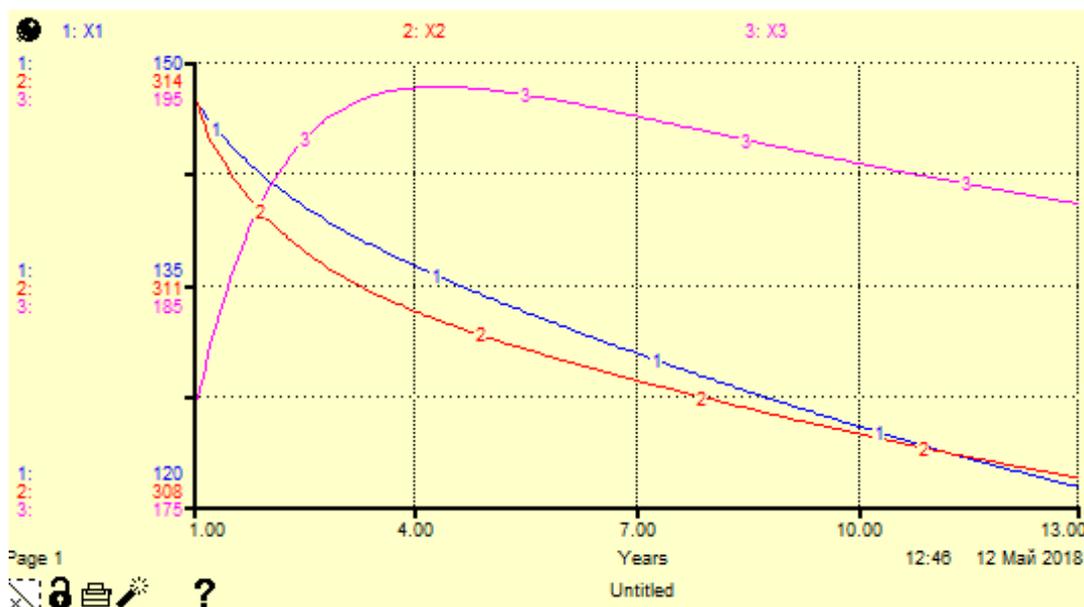
Решение системы (3) было выполнено с помощью компьютерного пакета Maple. В табл. 1 представлены значения найденных параметров.

Таблица 1

Параметр	Значение
$K_1$	-2,478
$K_2$	-14,067
$K_3$	-2,797
$\alpha_{12}$	0,006
$\alpha_{13}$	0,002
$\alpha_{21}$	0,007
$\alpha_{23}$	-0,002
$\alpha_{31}$	0,004
$\alpha_{32}$	-0,014
$b_1$	33,306
$b_2$	418,721
$b_3$	182,999

С помощью критерия Рауса – Гурвица было проверено, что система (3) устойчива.

При запуске модели с найденными коэффициентами-параметрами были получены прогнозные значения до 2024 г. Результаты моделирования представлены на рисунке.



Графики изменения численности возрастных групп Кировской области

В соответствии с прогнозом численность экономически активного населения возрастных групп 15–29 и 30–49 лет Кировской области будет уменьшаться, численность группы 50 лет и старше в течение 5 лет будет увеличиваться по сравнению с 2013 годом, а затем ожидается тенденция сокращения численности данной возрастной группы. Согласно статистике в 2013 г. занятых в экономике 15–29 лет, 30–49 лет, 50 лет и старше составляет 147,13; 313,45; 179,75 тысячи человек соответственно, а к 2024 г. эти величины изменятся до 125,29; 308,96; 190,45 тысячи человек соответственно.

Результаты модельных расчетов незначительно отличаются от статистических данных. Были рассчитаны средние ошибки аппроксимации по каждой возрастной группе. Рассчитанные значения количества экономически занятого населения отличаются от фактических значений в среднем на 2–3%.

Под взаимодействиями занятых понимаются обобщенные социально-экономические механизмы, которые способны вызвать в той или иной степени взаимосвязанные изменения численности занятых различных возрастных групп. Эти взаимодействия в рамках данной модели можно описать по аналогии с взаимодействиями биологических популяций.

Представленная модель (1) может описывать различные типы взаимодействий между разновозрастными работниками. По аналогии с классификацией влияния одной популяции на другую можно определить варианты взаимоотношений занятых разных возрастных групп в регионе. Эти варианты представлены в табл. 2 [4, с. 444].

Таблица 2

#### Классификация взаимодействий разновозрастных специалистов в экономике региона

Тип взаимодействия в биологии	Тип взаимодействия на рынке труда	Влияние первой группы на вторую	Влияние второй группы на первую
Нейтрализм	Отсутствие влияния	0 ( $\alpha_{ij} = 0$ )	0 ( $\alpha_{ji} = 0$ )
Комменсализм	Помощь	+ ( $\alpha_{ij} > 0$ )	0 ( $\alpha_{ji} = 0$ )
Аменсализм	Угнетение	- ( $\alpha_{ij} < 0$ )	0 ( $\alpha_{ji} = 0$ )
Жертва-эксплуататор	Дискриминация	+ ( $\alpha_{ij} > 0$ )	- ( $\alpha_{ji} < 0$ )
Конкуренция	Конкуренция	- ( $\alpha_{ij} < 0$ )	- ( $\alpha_{ji} < 0$ )
Мутуализм	Партнерство	+ ( $\alpha_{ij} > 0$ )	+ ( $\alpha_{ji} > 0$ )

Примечание: «+» – увеличение (уменьшение) численности занятых одной группы вызывает увеличение (уменьшение) численности занятых другой группы; «0» – отсутствие влияния; «+» – увеличение (уменьшение) численности занятых одной группы вызывает увеличение (уменьшение) численности занятых другой группы [4].

По найденным параметрам, используя табл. 2, можно сделать вывод, что группы 30–49 лет и 50 лет и старше находятся между собой в состоянии конкуренции, в которой в более выигрышном положении оказывается первая группа. Это можно объяснить недостатком рабочих мест. Вероятно,

из равновозможных вариантов при трудоустройстве работника в возрасте 30–49 лет и работников предпенсионного возраста работодатель отдаст предпочтение первому.

При этом, если допустить ситуацию, при которой  $a_{23} = 0,0001$  и  $a_{32} = -0,0136$ , то группы 30–49 лет и 50 и старше будут находиться между собой в состоянии дискриминации, в которой в лучшем положении будет находиться первая группа. При данном изменении коэффициентов на рынке труда будет наблюдаться рост занятости экономически активного населения в когортах 15–29 лет, 30–49 лет, 50 и старше соответственно на 13,9%, 0,6% и 16,3%.

Занятые до 29 лет и 30–49 лет находятся в отношениях партнерства. Можно предположить, что если работодатель ставит перед собой цель – принимать молодые кадры, то он заинтересован в трудоустройстве как молодых (учеников), так и работников со стажем (мастеров).

В аналогичной ситуации партнерства находятся группы до 29 лет и работники предпенсионного возраста.

Данная модель взаимодействия разновозрастных занятых в экономике Кировской области спрогнозировала пессимистический сценарий развития рынка труда.

Цель оптимистического сценария – подбор коэффициентов модели таким образом, чтобы в результате можно было наблюдать увеличение количества экономически занятого населения во всех возрастных группах.

Для привлечения населения на территорию области можно провести ряд следующих мероприятий: повышение заработной платы; создание новых рабочих мест и модернизация старых; информирование граждан о наличии вакансий на соответствующих территориях; участие в областных и федеральных программах, содействие развитию малого предпринимательства; доступное жилье; развитие сельского хозяйства и лесной промышленности и освобождение их от налогообложения; усиление социальной поддержки.

Были изменены следующие параметры:  $b_1 = 37$ ,  $b_2 = 419$ ,  $b_3 = 185$ .

Таким образом, при увеличении коэффициентов миграционных потоков  $b_1$  на 11,1%,  $b_2$  на 0,1%,  $b_3$  на 1,1%, был получен сценарий, при котором можно наблюдать тенденцию к росту численности экономически активного населения.

Итак, в Кировской области, согласно результатам исследования, происходит старение занятого населения. Основной рабочей силой являются люди 30–49 лет. Это связано не только с демографическими тенденциями, но и с недостаточной поддержкой работающей молодежи до 29 лет: недостаток рабочих мест или работодатели не принимают на работу без опыта. В результате происходит отток из Кировской области работников до 29 лет.

Прогноз по данной модели показывает снижение численности занятых групп до 29 лет и 30–49 лет в течение последующих 10 лет. Численность занятых предпенсионного возраста увеличивается с последующей тенденцией к снижению. В целом, к 2024 г. наблюдается снижение численности занятых до 29 лет на 12,99%, снижение занятых 30–49 лет на 2,4% и увеличение численности занятых предпенсионного возраста на 0,1% по сравнению с 2013 г.

Таким образом, необходима своевременная адекватная политика в области занятости экономически активного населения в регионе.

### Список литературы

1. Милованов В. П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 264 с.
2. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2017: P32 : стат. сб. / Росстат. М., 2017. 1402 с.
3. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Кировской области. URL: <http://kirovstat.gks.ru> (дата обращения 29.07.18).
4. Хавинсон М. Ю., Кулаков М. П. Математическое моделирование динамики численности разновозрастных групп занятых в экономике региона // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6. № 3. С. 441–454.
5. An Introduction to Systems Thinking, High Performance Systems, Inc. URL: <http://www.iseesystems.com/> (дата обращения: 12.07.18).

## Model of interaction of different age groups employed in the economy on the example of the Kirov region

I. O. Zykova<sup>1</sup>, S. V. Chuchkalova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 1st year student of the faculty of economics and finance, Vyatka State University. Russia, Kirov.

E-mail: zykova\_irinka@mail.ru

<sup>2</sup>PhD of economics, associate professor of the Department of digital technologies in education, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: chuchkalova@mail.ru

**Abstract.** The article discusses the use of mathematical modeling in the study of the number of employees in the economy of the region. The identification of the simulation model represented by the system of differential equations was carried out. For this purpose, the derivatives were numerically determined from the statistical data of the Kirov region. As a result, algebraic equations for determining the correction parameters were obtained. When finding the parameters of the model, econometric analysis was used, computer packages Maple, MS Excel were used. With the help of the found parameters of the model the classification of interactions of different age groups of the economically active population was carried out. Between the employed in the economy, there are possible types of interactions: lack of influence, assistance, oppression, discrimination, competition, partnership. With the help of simulation experiments, different scenarios were implemented to obtain a forecast of the labor market size. The results of the study can be used in decision-making in the field of socio-economic policy in the region.

**Keywords:** simulation model, economically active population, model identification.

### References

1. Milovanov V. P. *Neravnovesnye social'no-ehkonomicheskie sistemy: sinergetika i samoorganizaciya* [Non-equilibrium socio-economic system: synergy and self-organization]. M. Editorial URSS. 2001. 264 p.
2. *Regiony Rossii. Social'no-ehkonomicheskie pokazateli* – Regions of Russia. Socio-economic indicators. 2017: P32: stat. coll. / Rosstat. M. 2017. 1402 p.
3. Territorial body of the Federal State Statistics Service of the Kirov region. Available at: <http://kirovstat.gks.ru> (accessed 29.07.18). (in Russ.)
4. Havinson M. YU., Kulakov M. P. *Matematicheskoe modelirovanie dinamiki chislennosti raznovozrastnyh grupp zanyatyh v ehkonomike regiona* [Mathematical modeling of the dynamics of the number of employed groups in the economy of the region] // *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie* – Computer studies. 2014, vol.6, No. 3, pp. 441–454.
5. An Introduction to Systems Thinking, High Performance Systems, Inc. Available at: <http://www.iseesystems.com/> (accessed: 12.07.18).