

## Исследование влияния методов генерации трижды периодических минимальных поверхностей на их теплофизические свойства\*

Попов Андрей Игоревич<sup>1</sup>, Брагин Дмитрий Михайлович<sup>2</sup>,  
Зинина Софья Алексеевна<sup>3</sup>, Еремин Антон Владимирович<sup>4</sup>

<sup>1</sup>старший преподаватель кафедры промышленной теплоэнергетики,

Самарский государственный технический университет. Россия, г. Самара. E-mail: pixinot@icloud.com

<sup>2</sup>ассистент кафедры промышленной теплоэнергетики, Самарский государственный технический университет.  
Россия, г. Самара. E-mail: dimabragin2204@yandex.ru

<sup>3</sup>ассистент кафедры промышленной теплоэнергетики, Самарский государственный технический университет.  
Россия, г. Самара. E-mail: sofazinina4@gmail.com

<sup>4</sup>доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой промышленной теплоэнергетики,  
Самарский государственный технический университет. Россия, г. Самара. E-mail: a.v.eremin@list.ru

**Аннотация.** В настоящей статье представлено исследование теплопроводности в элементарных ячейках трижды периодических минимальных поверхностей (TPMS) Шварца P, сгенерированных двумя различными методами – методом граничных условий (Surface Evolver) и неявным методом (MSLattice). Целью исследования было изучение теплопроводящих свойств этих элементарных ячеек. Исследование проводилось методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS, и результаты включают поля распределения температуры, векторные поля тепловых потоков и зависимость коэффициента теплопроводности от толщины стенки ячейки. В ходе исследования была обнаружена линейная зависимость коэффициента теплопроводности от толщины стенки ячейки, а также небольшая разница в значениях теплопроводности для ячеек, полученных разными методами (не более 1 %). Результаты данного исследования имеют широкий потенциал применения в областях, требующих понимания и управления теплопроводностью в структурах, основанных на TPMS, таких как разработка новых теплообменных устройств и материалов с прогнозируемыми теплофизическими свойствами.

**Ключевые слова:** TPMS, генерация, теплопроводность, метод конечных элементов, ANSYS.

**Введение.** Трижды периодические минимальные поверхности (или TPMS от англ. triply periodic minimal surface) являются одним из наиболее интересных и сложных геометрических объектов. Минимальная поверхность – это поверхность, которая локально минимизирует площадь. Это означает, что небольшой фрагмент поверхности должен иметь наименьшую возможную площадь для поверхности, охватывающей границу этого фрагмента. Мыльные пленки – это минимальные поверхности. Минимальные поверхности также обязательно имеют нулевую среднюю кривизну, когда сумма главных кривизн в каждой точке равна нулю. Особенно интересны минимальные поверхности, имеющие кристаллическую структуру и повторяющиеся в трех измерениях, то есть трижды периодические.

Трижды периодические минимальные поверхности встречаются во множестве биологических систем. TPMS были обнаружены в листьях растений, панцирях жуков и ракообразных и т. д. [3]. Существует множество типов трижды периодических минимальных поверхностей, к которым относятся, например: класс поверхностей Шварца (Primitive, Diamond, Hexagonal), поверхности Шёна (I-WP, Gyroid), Неовиуса и др.

Первые исследования TPMS были проведены в начале XIX века, и с тех пор они остаются предметом интенсивного изучения исследователей по всему миру [13; 18; 21; 22]. Это связано с рядом уникальных особенностей TPMS, а именно: способность делить пространство на два и более непересекающихся объема, создавая высокое отношение площади поверхности к объему [5; 26], высокая удельная прочность [11], высокая пористость материалов с TPMS архитектурой [7].

Особенности трижды периодических минимальных поверхностей открывают широкий спектр их применений в физике, химии, материаловедении, биологии и других науках. TPMS могут

использоваться при разработке дизайна поверхностей для каталитических процессов [15], создании мембранных фильтров [19] и изготовлении различного теплообменного оборудования [24]. В связи с этим продолжают активно исследоваться теплофизические [1; 2; 4], гидродинамические [14] и другие свойства материалов на основе TPMS структур. В работе Cheng [12] выполнена корреляция между параметрами в уравнениях TPMS с точки зрения пористости (равномерной и гладкой), плотности пор и эквивалентного диаметра пор, что обеспечило быстрый метод настройки топологии пористых структур TPMS. Более того, определены зависимости гидравлического сопротивления и коэффициента теплопередачи в четырех пористых структурах TPMS (тип W, тип P, тип D и тип G) с учетом числа Рейнольдса ( $Re = 10-129$ ) и пористости ( $\varepsilon = 0,2-0,8$ ).

Peng [23] с помощью параметрического расчета TPMS теплообменника разработал рабочий процесс проектирования для упрощения конструкции TPMS теплообменников, а численная модель была разработана для оптимизации конструкции TPMS теплообменника для достижения оптимальной производительности. Также экспериментально была определена производительность аддитивно изготовленного образца TPMS теплообменника.

Стоит отметить, что существует несколько методов генерации TPMS:

1. **Implicit method** (неявный метод). Этот метод основан на решении уравнения минимальной поверхности в неявной форме [25]. Уравнение минимальной поверхности может быть представлено в виде уравнения Лапласа, где поверхность минимизирует сумму квадратов смещений от равновесия. Для генерации трижды периодических поверхностей в этом методе используется периодическое граничное условие. Преимущества этого метода в том, что он дает хорошие результаты в случае, когда поверхность имеет симметрию относительно оси вращения. Недостатком может быть сложность решения уравнения в общем случае, а также сложность настройки параметров метода для получения желаемого результата.

2. **Boundary method** (метод граничных условий). В этом методе поверхность генерируется путем задания граничных условий [17], а затем решения уравнения Лапласа внутри граничной области. Для генерации трижды периодических поверхностей используются периодические граничные условия вдоль трех независимых направлений. Преимуществом этого метода является простота в реализации и возможность получения поверхностей с различными формами. Недостатком может быть трудность определения граничных условий для некоторых форм поверхностей.

3. **Parametric method** (параметрический метод). Поверхность генерируется путем задания параметрического уравнения и решения уравнений Эйлера – Лагранжа. Для генерации трижды периодических поверхностей используются периодические параметры вдоль трех независимых направлений [16].

Авторами данной статьи ранее было выполнено исследование теплофизических свойств TPMS, построенных при помощи метода граничных условий [1]. Однако открытым остается вопрос в определении свойств TPMS, полученных при помощи других методов генерации.

В настоящей работе выполнено компьютерное моделирование теплопроводности в TPMS типа Шварца Primitive, сгенерированной неявным методом и методом граничных условий. Решение задачи теплопроводности осуществляется методом конечных элементов в модуле Steady-State Thermal программного комплекса ANSYS.

**Теоретическая часть.** Для генерации трижды периодических минимальных поверхностей каждым из вышеупомянутых методов применяется ряд программ. В настоящем исследовании для построения TPMS Шварца P применялись утилиты Surface Evolver [9; 10] и MSLattice [6]. Данные программы позволяют выполнить генерацию, изменить конфигурацию и экспортировать в различных форматах любые трижды периодические минимальные поверхности, для которых известны закономерности построения (функция, граничные условия, физические ограничения и др.).

Программный продукт Surface Evolver использовался в рамках исследования для генерации TPMS Шварца P в соответствии с методом граничных условий. Генерация TPMS в программе Surface Evolver была выполнена в несколько шагов:

1. **Определение начального приближения.** Это создание базовой поверхности с помощью примитивных элементов, таких как плоскость или сфера, или импорт существующей модели в формате OFF или STL.

2. **Определение целевой симметрии.** TPMS могут иметь различную симметрию, и это должно быть определено, чтобы генерировать правильную поверхность. Для TPMS можно выбрать симметрию P, D или I. Симметрия P означает, что поверхность повторяется в каждом направлении, симметрия D – повторение каждого направления с трансляцией, а симметрия I – повторение в каждом направлении с инверсией.

3. **Определение энергетической функции.** Это функция, которая определяет, как поверхность стремится к минимальной поверхностной энергии. В Surface Evolver эта функция может быть зада-

на в виде суммы энергий различных видов, таких как энергия поверхности, энергия объема и энергия деформации.

4. Оптимизация. После задания начального приближения, целевой симметрии и энергетической функции Surface Evolver запускает оптимизацию, которая изменяет форму поверхности, чтобы достичь минимальной энергии.

5. Визуализация и конвертация результатов. После завершения оптимизации можно визуализировать полученную поверхность. Surface Evolver предоставляет множество инструментов для визуализации, таких как рендеринг в реальном времени, сохранение в файлы изображений или экспорт модели в различные форматы.

Получение TPMS Шварца P при помощи неявного метода было реализовано в утилите MSLattice. Неявный метод генерации основан на решении тригонометрического уравнения вида  $f(x, y, z) = c$ . Для описания трижды периодической минимальной поверхности Шварца P уравнение будет иметь вид:

$$\cos(x) + \cos(y) + \cos(z) = 0. \quad (1)$$

В программе MSLattice кроме уравнения поверхности задаются и другие параметры, такие как размер ячейки, относительная плотность, качество сетки и т. д. В результате работы программа выводит требуемую поверхность и позволяет экспортировать ее в нескольких различных форматах.

На рис. 1 изображены TPMS Шварца P, экспортированные из Surface Evolver и MSLattice в формате STL. Каждая из поверхностей (рис. 1) является элементарно ячейкой TPMS-матрицы, состоящей из неограниченного числа таких ячеек. Однако исследование теплофизических свойств TPMS целесообразно для одной ячейки. Это связано с репрезентативностью свойств элементарного объема в соответствии с методом REV (от англ. representative elementary volume). В теории композитных материалов репрезентативный элементарный объем (REV) – это наименьший объем, над которым можно выполнить измерение, которое даст значение, представляющее свойства всего материала [8; 20]. В случае периодических материалов обычно выбирается периодическая элементарная ячейка.

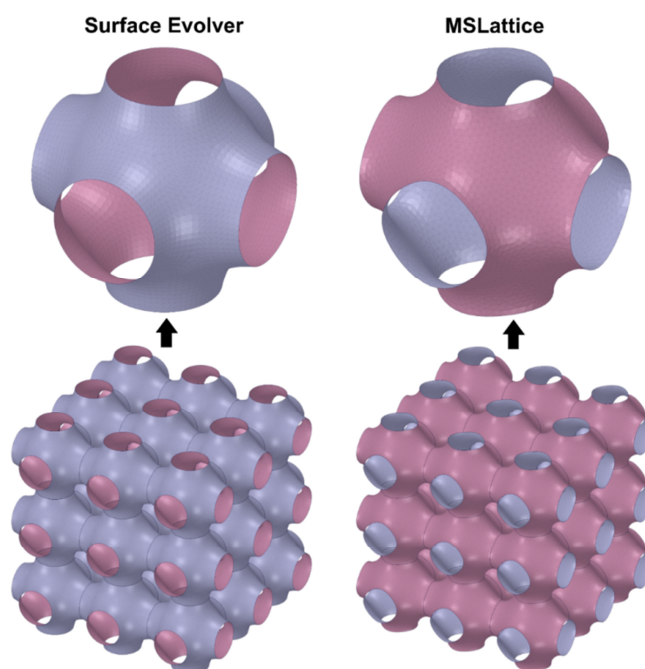


Рис. 1. Трижды периодические минимальные поверхности Шварца P, сгенерированные методом граничных условий (Surface Evolver) и неявным методом (MSLattice)

Для придания толщины поверхности применялась встроенная в редактор Space Claim (модуль ANSYS) функция Thicken. Таким образом были получены расчетные геометрии элементарных ячеек TPMS Шварца P (рис. 2), обладающие двумя характерными размерами:  $\delta$  – толщина стенки ячейки и  $a$  – длина ребра куба. Стоит отметить, что TPMS Шварца P является одной из топологий, обладающих кубической симметрией. В связи с этим свойства TPMS Шварца P в направлениях  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  оси координат будут одинаковы, и задача по определению теплопроводности сводится к вычислению коэффициента теплопроводности только в одном из направлений.

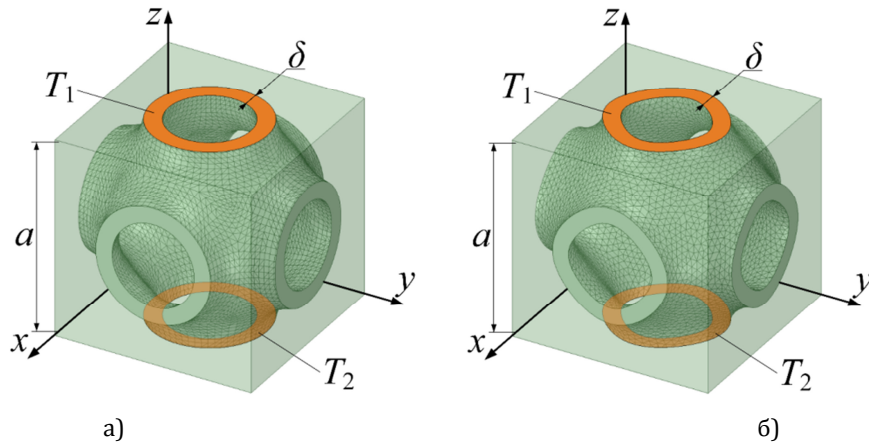


Рис. 2. Схема элементарных ячеек TPMS Шварца P: а) Surface Evolver; б) MSLattice

При исследовании теплопроводности TPMS Шварца P в рассмотрение были взяты элементарные кубические ячейки с длиной ребра куба  $a = 5$  мм и толщиной стенки  $0,2 \leq \delta \leq 0,7$  мм. Также на рисунке 2 изображены грани ячеек, на которых заданы граничные условия первого рода ( $T_1 = 0$  °C и  $T_2 = 100$  °C). Исходный материал, из которого состоят тела ячеек – алюминий с теплопроводностью  $\lambda = 202,4$  Вт/(м·°C).

Решение поставленной задачи теплопроводности осуществлялось в модуле Steady-State Thermal программного комплекса ANSYS. ANSYS – это комплекс программного обеспечения для инженерного анализа и моделирования. Он позволяет исследовать пористые материалы, моделируя и анализируя проницаемость, механические свойства, теплопередачу и другие характеристики таких материалов.

При решении задачи теплопроводности в ячейках TPMS Шварца P методом конечных элементов в модуле Steady-State Thermal программного комплекса ANSYS был принят ряд допущений:

1. Теплообмен отсутствует на всех гранях, где не заданы граничные условия 1 рода.
2. Теплообмен конвекцией и излучением отсутствует.
3. Теплофизические свойства материала постоянны и не зависят от температуры.

Сетка для решения задачи теплопроводности методом конечных элементов изображена на рис. 3 и состоит из 3 млн. элементов для каждой геометрии.

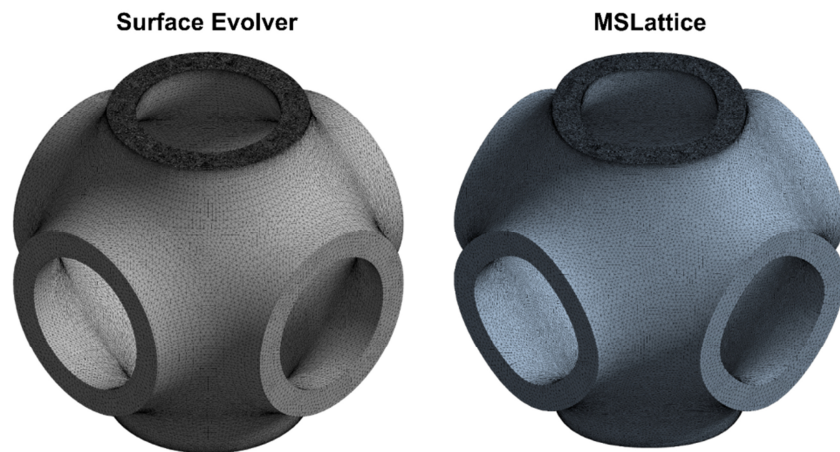


Рис. 3. Сетка для решения методом конечных элементов

**Результаты.** В результате численного решения задачи теплопроводности в элементарных ячейках TPMS Шварца P, изготовленных двумя различными способами, были получены поля распределения температуры, векторные поля тепловых потоков, а также зависимости коэффициента теплопроводности от толщины стенки ячейки.

На графике на рис. 4 изображена зависимость коэффициента теплопроводности элементарных ячеек от толщины стенки ячейки. Из анализа графика можно заключить о линейной зависимости коэффициента теплопроводности от толщины стенки в исследуемом диапазоне  $\delta$ .

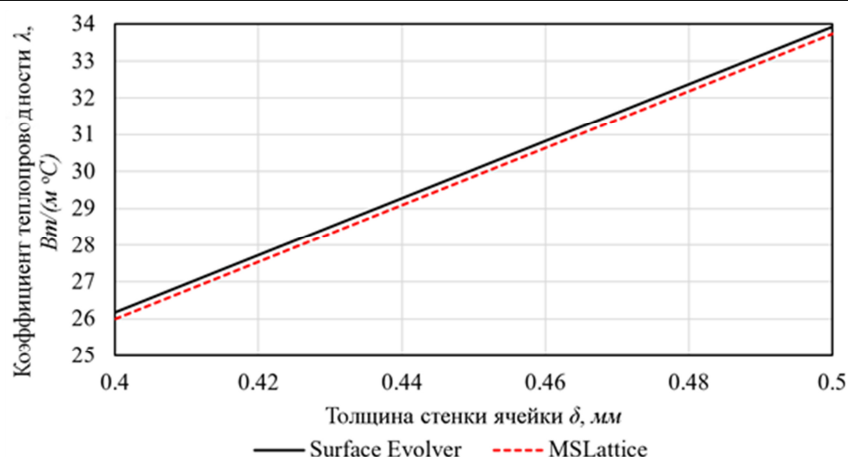


Рис. 4. График зависимости коэффициента теплопроводности от толщины стенки ячейки

Кроме того, стоит отметить незначительную разницу в значениях теплопроводности для ячейки, сгенерированной методом граничных условий (Surface Evolver) и неявным методом (MSLattice). Более точно данная разница видна в значениях коэффициентов теплопроводности, записанных в таблице 1.

Таблица 1

**Результаты численного моделирования**

Толщина стенки $\delta$ , мм	Коэффициент теплопроводности $\lambda$ , Вт/м °С		Расхождение теплопроводности, %
	Surface Evolver	MSLattice	
0.2	10.6726	10.5675	0.984765
0.3	18.4225	18.2725	0.814222
0.4	26.1724	26.0044	0.641898
0.5	33.9223	33.7363	0.548312
0.6	41.6722	41.4682	0.489535
0.7	49.4221	49.2001	0.449192

Исходя из анализа результатов, можно сделать вывод о небольшом расхождении в значениях коэффициента теплопроводности для двух различных элементарных ячеек, которое составляет не более 1 %.

**Заключение.** В работе были изучены теплопроводящие свойства элементарных ячеек TPMS Шварца P, сгенерированных двумя различными методами, а именно: методом граничных условий и неявным методом. Для генерации TPMS методом граничных условий в работе применялся программный продукт Surface Evolver, а для генерации неявным методом – MSLattice.

Задача теплопроводности в элементарных ячейках решалась методом конечных элементов в модуле Steady-State Thermal программного комплекса ANSYS. Характерными геометрическими параметрами для элементарной ячейки являлись длина ребра куба  $a = 5$  мм и толщина стенки  $0,2 \leq \delta \leq 0,7$  мм.

В ходе анализа полученных результатов была обнаружена линейная зависимость коэффициента теплопроводности от толщины стенки ячейки, а также незначительная разница в теплопроводности ячеек, изготовленных разными методами, которая составляет  $\approx 1\%$ .

**Список литературы**

1. Брагин Д. М., Зинина С. А., Еремин А. В. Исследование теплоизоляционных свойств композиционного материала с структурой ТПМП // Наукосфера. 2021. № 11–2. С. 120–124.
2. Брагин Д. М., Зинина С. А., Попов А. И. Тепловой поток в пористой упорядоченной структуре на основе топологии Schoen's I-WP(R) // Theoretical & Applied Science. 2022. № 10 (114). С. 145–150.
3. Дьяченко С. В. Физико-механические свойства модельного материала с топологией трижды периодических поверхностей минимальной энергии типа Гироид в форме куба / С. В. Дьяченко, Л. А. Лебедев, М. М. Сычев, Л. А. Нефедова // Журнал технической физики. 2018. Т. 88. № 7. С. 1014–1017.
4. Попов А. И., Брагин Д. М., Зинина С. А. Определение эффективного коэффициента теплопроводности пористого материала с упорядоченной структурой, основанной на ТПМП I-WP // Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности. 2022. Т. 7. № 3–1 (25). С. 61–67.
5. Al-Ketan O., Abu Al-Rub R. K. Multifunctional mechanical metamaterials based on triply periodic minimal surface lattices // Advanced Engineering Materials. 2019. Т. 21. № 10. P. 1900524.

6. Al-Ketan O., Abu Al-Rub R. K. MSLattice: A free software for generating uniform and graded lattices based on triply periodic minimal surfaces // *Material Design & Processing Communications*. 2021. T. 3. № 6. P. 205.
7. Al-Ketan O. et al. Additive manufacturing of architected catalytic ceramic substrates based on triply periodic minimal surfaces // *Journal of the American Ceramic Society*. 2019. T. 102. № 10. Pp. 6176–6193.
8. Bragin D. M. et al. Thermal Conductivity of a Porous Material with an Ordered Structure // 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). IEEE, 2022. Pp. 858–861.
9. Brakke K. A. The surface evolver // *Experimental mathematics*. 1992. T. 1. № 2. Pp. 141–165.
10. Brakke K. A. Surface evolver manual // Mathematics Department, Susquehanna University, Selinsgrove, PA. 1994. T. 17870. № 2.24. P. 20.
11. Cai Z. et al. The effect of porosity on the mechanical properties of 3D-printed triply periodic minimal surface (TPMS) bioscaffold // *Bio-Design and Manufacturing*. 2019. T. 2. Pp. 242–255.
12. Cheng Z. et al. Investigations on porous media customized by triply periodic minimal surface: Heat transfer correlations and strength performance // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2021. T. 129. P. 105713.
13. Cole F. N. The April meeting of the American Mathematical Society in New York. 1914.
14. Eremin A. V. et al. Numerical Study of Hydrodynamic Characteristics of Porous Material Based on Schwarz P Surface // 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). IEEE, 2021. Pp. 1030–1032.
15. Evsevliev S. et al. X-ray computed tomography procedures to quantitatively characterize the morphological features of triply periodic minimal surface structures // *Materials*. 2021. T. 14. № 11. P. 3002.
16. Feng J. et al. Porous scaffold design by solid T-splines and triply periodic minimal surfaces // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2018. T. 336. Pp. 333–352.
17. Jung Y., Torquato S. Fluid permeabilities of triply periodic minimal surfaces // *Physical Review E*. 2005. T. 72. № 5. P. 056319.
18. Koch E. On 3-Periodic Minimal Surfaces. I. Symmetry and Derivation. 1939.
19. Lesmana L. A., Aziz M. Triply periodic minimal surface-based heat exchanger as metal hydride hydrogen storage reactor // *Chemical Engineering Transactions*. 2021. T. 88. Pp. 229–234.
20. Lu Y. et al. The anisotropic elastic behavior of the widely-used triply-periodic minimal surface based scaffolds // *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*. 2019. T. 99. Pp. 56–65.
21. Meeks III W. H. The conformal structure and geometry of triply periodic minimal surfaces in  $R^3$ . 1977.
22. Nagano T., Smyth B. Periodic minimal surfaces and Weyl groups. 1980.
23. Peng H., Gao F., Hu W. Design, Modeling and Characterization on Triply Periodic Minimal Surface Heat Exchangers with Additive Manufacturing // 2019 International Solid Freeform Fabrication Symposium. University of Texas at Austin, 2019.
24. Qureshi Z. A. et al. Heat transfer performance of a finned metal foam-phase change material (FMF-PCM) system incorporating triply periodic minimal surfaces (TPMS) // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2021. T. 170. P. 121001.
25. Tripathi Y., Shukla M., Bhatt A. D. Implicit-function-based design and additive manufacturing of triply periodic minimal surfaces scaffolds for bone tissue engineering // *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2019. T. 28. Pp. 7445–7451.
26. Yao Y. et al. High performance hydroxyapatite ceramics and a triply periodic minimum surface structure fabricated by digital light processing 3D printing // *Journal of Advanced Ceramics*. 2021. T. 10. Pp. 39–48.

## Investigation of the influence of methods for generating thrice periodic minimal surfaces on their thermophysical properties

**Popov Andrey Igorevich<sup>1</sup>, Bragin Dmitry Mikhailovich<sup>2</sup>,  
Zinina Sofya Alekseevna<sup>3</sup>, Eremin Anton Vladimirovich<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>senior lecturer at the Department of Industrial Thermal Power Engineering, Samara State Technical University. Russia, Samara. E-mail: pixinot@icloud.com

<sup>2</sup>assistant of the Department of Industrial Thermal Power Engineering, Samara State Technical University. Russia, Samara. E-mail: dimabragin2204@yandex.ru

<sup>3</sup>assistant of the Department of Industrial Thermal Power Engineering, Samara State Technical University. Russia, Samara. E-mail: sofazinina4@gmail.com

<sup>4</sup>Doctor of Technical Sciences, associate professor, Head of the Department of Industrial Thermal Power Engineering, Samara State Technical University. Russia, Samara. E-mail: a.v.eremin@list.ru

**Abstract.** This article presents a study of thermal conductivity in elementary cells of thrice periodic minimum surfaces (TPMS) of Schwarz P generated by two different methods – the boundary condition method (Surface Evolver) and the implicit method (MSLattice). The aim of the study was to study the heat-conducting properties of these elementary cells. The study was carried out by the finite element method in the ANSYS software package, and the results include temperature distribution fields, vector fields of heat fluxes and the dependence of the thermal conductivity coefficient on the wall thickness of the cell. During the study, a linear dependence of the coefficient of thermal conductivity on the thickness of the cell wall was found, as well as a small difference in the values of thermal conductivity for

cells obtained by different methods (no more than 1%). The results of this study have wide application potential in areas requiring understanding and control of thermal conductivity in TPMS-based structures, such as the development of new heat exchange devices and materials with predictable thermophysical properties.

**Keywords:** TPMS, generation, thermal conductivity, finite element method, ANSYS.

## References

1. Bragin D. M., Zinina S. A., Eremin A. V. *Issledovanie teploizolyacionnyh svojstv kompozicionnogo materiala s strukturoj TPMP* [Investigation of thermal insulation properties of a composite material with a TPMP structure] // *Naukosfera – Science-sphere*. 2021. No. 11–2. Pp. 120–124.
2. Bragin D. M., Zinina S. A., Popov A. I. *Teplovoj potok v poristoj uporyadochennoj strukture na osnove topologii Schoen's I-WP(R)* [Heat flow in a porous ordered structure based on Schoen's I-WP(R) topology] // *Theoretical & Applied Science – Theoretical & Applied Science*. 2022. No. 10 (114). Pp. 145–150.
3. D'yachenko S. V. *Fiziko-mekhanicheskie svojstva model'nogo materiala s topologiej trizhdy periodicheskikh poverhnostej minimal'noj energii tipa Giroid v forme kuba* [Physico-mechanical properties of a model material with a topology of thrice periodic surfaces of minimum energy of the Gyroid type in the form of a cube] / S. V. Dyachenko, L. A. Lebedev, M. M. Sychev, L. A. Nefedova // *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki – Journal of Technical Physics*. 2018. Vol. 88. No. 7. Pp. 1014–1017.
4. Popov A. I., Bragin D. M., Zinina S. A. *Opreделение effektivnogo koefficienta teploprovodnosti poristogo materiala s uporyadochennoj strukturoj, osnovannoj na TPMP I-WP* [Determination of the effective thermal conductivity coefficient of a porous material with an ordered structure based on TPMP I-WP] // *Mezhdunarodnyj zhurnal informacionnyh tekhnologij i energoeffektivnosti – International Journal of Information Technology and Energy Efficiency*. 2022. Vol. 7. No. 3–1 (25). Pp. 61–67.
5. Al-Ketan O., Abu Al-Rub R. K. Multifunctional mechanical metamaterials based on triply periodic minimal surface lattices // *Advanced Engineering Materials*. 2019. Vol. 21. No. 10. P. 1900524.
6. Al-Ketan O., Abu Al-Rub R. K. MSLattice: A free software for generating uniform and graded lattices based on triply periodic minimal surfaces // *Material Design & Processing Communications*. 2021. Vol. 3. No. 6. P. 205.
7. Al-Ketan O. et al. Additive manufacturing of architected catalytic ceramic substrates based on triply periodic minimal surfaces // *Journal of the American Ceramic Society*. 2019. Vol. 102. No. 10. Pp. 6176–6193.
8. Bragin D. M. et al. Thermal Conductivity of a Porous Material with an Ordered Structure // 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). IEEE, 2022. Pp. 858–861.
9. Brakke K. A. The surface evolver // *Experimental mathematics*. 1992. Vol. 1. No. 2. Pp. 141–165.
10. Brakke K. A. Surface evolver manual // Mathematics Department, Susquehanna University, Selinsgrove, PA. 1994. Vol. 17870. No. 2.24. P. 20.
11. Cai Z. et al. The effect of porosity on the mechanical properties of 3D-printed triply periodic minimal surface (TPMS) bioscaffold // *Bio-Design and Manufacturing*. 2019. Vol. 2. Pp. 242–255.
12. Cheng Z. et al. Investigations on porous media customized by triply periodic minimal surface: Heat transfer correlations and strength performance // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2021. Vol. 129. P. 105713.
13. Cole F. N. The April meeting of the American Mathematical Society in New York. 1914.
14. Eremin A. V. et al. Numerical Study of Hydrodynamic Characteristics of Porous Material Based on Schwarz P Surface // 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). IEEE, 2021. Pp. 1030–1032.
15. Evsevljev S. et al. X-ray computed tomography procedures to quantitatively characterize the morphological features of triply periodic minimal surface structures // *Materials*. 2021. Vol. 14. No. 11. P. 3002.
16. Feng J. et al. Porous scaffold design by solid T-splines and triply periodic minimal surfaces // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2018. Vol. 336. Pp. 333–352.
17. Jung Y., Torquato S. Fluid permeabilities of triply periodic minimal surfaces // *Physical Review E*. 2005. Vol. 72. No. 5. P. 056319.
18. Koch E. On 3-Periodic Minimal Surfaces. I. Symmetry and Derivation. 1939.
19. Lesmana L. A., Aziz M. Triply periodic minimal surface-based heat exchanger as metal hydride hydrogen storage reactor // *Chemical Engineering Transactions*. 2021. Vol. 88. Pp. 229–234.
20. Lu Y. et al. The anisotropic elastic behavior of the widely-used triply-periodic minimal surface based scaffolds // *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*. 2019. Vol. 99. Pp. 56–65.
21. Meeks III W. H. The conformal structure and geometry of triply periodic minimal surfaces in  $R^3$ . 1977.
22. Nagano T., Smyth B. Periodic minimal surfaces and Weyl groups. 1980.
23. Peng H., Gao F., Hu W. Design, Modeling and Characterization on Triply Periodic Minimal Surface Heat Exchangers with Additive Manufacturing // 2019 International Solid Freeform Fabrication Symposium. University of Texas at Austin, 2019.
24. Qureshi Z. A. et al. Heat transfer performance of a finned metal foam-phase change material (FMF-PCM) system incorporating triply periodic minimal surfaces (TPMS) // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2021. Vol. 170. P. 121001.
25. Tripathi Y., Shukla M., Bhatt A. D. Implicit-function-based design and additive manufacturing of triply periodic minimal surfaces scaffolds for bone tissue engineering // *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2019. Vol. 28. Pp. 7445–7451.
26. Yao Y. et al. High performance hydroxyapatite ceramics and a triply periodic minimum surface structure fabricated by digital light processing 3D printing // *Journal of Advanced Ceramics*. 2021. Vol. 10. Pp. 39–48.