

## Построение статистических интервальных рядов распределения в курсе математики

**Чиркова Лариса Николаевна**

кандидат педагогических наук, доцент кафедры фундаментальной математики,  
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: usr11713@vyatsu.ru

**Аннотация.** Статья посвящена рассмотрению вопроса изучения темы математической статистики – «Вариационные ряды и их графическое изображение» – при обучении математике студентов направления «Таможенное дело». Рассмотрены основные действия при построении равноинтервального ряда статистического распределения выборки на занятиях по математике со студентами данного направления подготовки, в том числе в ходе решения профессионально ориентированных практических задач, что позволит в дальнейшем применить полученные знания при изучении курса таможенной статистики. Статья может быть полезна преподавателям и студентам при изучении курсов математики и статистики.

**Ключевые слова:** математика, математическая статистика, вариационный ряд, статистическое распределение выборки, полигон частот, интервальный ряд распределения выборки, гистограмма частот, профессиональная направленность обучения математике.

Дисциплина математика является одной из основных учебных дисциплин, изучаемых студентами направления «Таможенное дело». Одним из разделов курса математики, имеющем важное практическое значение в будущей профессиональной деятельности специалиста данного направления, является математическая статистика, поскольку на практике специалисты таможенного дела изучают количественные данные массовых явлений и процессов, происходящих во внешней торговле и взаимной торговле. «Таможенные органы выполняют учетные, контрольные и правоохранительные функции при транспортировке товаров и перевозках граждан через границу страны, а также осуществляют экономическую оценку условий и результатов всей таможенной деятельности» [1, с. 11]. «Установление статистических закономерностей, присущих массовым случайным явлениям, основано на изучении статистических данных – сведений о том, какие значения принял в результате наблюдений интересующий признак (случайная величина)» [3, с. 264]. Так, методы изучения вариации и рядов распределения в статистике внешней торговли и взаимной торговли используются «для анализа закономерностей формирования цен на товары; для решения вопросов о типичности и надежности средней цены товара; для решения вопросов об однородности совокупности контрактов по значениям контрактных цен; для изучения формы распределения единиц совокупности по величине цены; для определения единиц совокупности контрактов, цены по которым являются завышенными» [1, с. 34–35]. Для формирования таможенной статистики внешней торговли и статистики взаимной торговли изучаются такие показатели, как вес нетто и брутто (кг), количество товара в дополнительной единице измерения, стоимость товаров, перемещаемых через границу, и другие.

Изучение раздела «Математическая статистика» начинается с рассмотрения понятия дискретного вариационного ряда и его графического изображения. Отметим, что, если объем выборки составляет 25–30 единиц, для ее представления используется статистический дискретный ряд. В практической деятельности исследуемый показатель может принимать множество различных значений, признак может непрерывно варьироваться, поэтому специалистам часто требуется строить интервальный вариационный ряд. Рассмотрим построение интервального ряда на профессионально ориентированном примере.

*Пример 1.* Составить статистический равноинтервальный ряд распределения выборки 50 значений веса брутто (кг) некоторого товара, отправленного международными почтовыми отправлениями, перемещаемого через таможенный пост, построить гистограмму и полигон относительных частот, изобразить графически эмпирическую функцию распределения: 5,1; 7,2; 8,5; 3,9; 6; 5; 4,4; 5,6; 6,4; 6,2; 5,5; 5,8; 7,3; 8,8; 10,4; 6,1; 8,2; 7; 6,6; 6,2; 3,6; 4; 7,7; 5; 7,4; 10; 4,5; 6,2; 5,5; 7,8; 3,5; 6,6; 3,8; 3,5; 7,7; 5,1; 5,9; 5,8; 8; 3,2; 5,7; 9,1; 8; 6,2; 5,3; 4,5; 7,3; 10,2; 3; 6,4.

Студенты отмечают, что все значения веса брутто заключены в пределах от 3 до 11, среди значений есть одинаковые, но число вариантов выборочной совокупности велико, и поэтому целесообразно провести интервальное разбиение. Студенты проводят ранжирование данных, находят

наименьшее и наибольшее значения  $x_{\min} = 3,2$ ,  $x_{\max} = 10,4$  и рассчитывают длину интервала, в пределах которого варьируется вес брутто (кг) – размах вариации  $R$ :  $R = x_{\max} - x_{\min} = 10,4 - 3,2 = 7,2$  (кг). Далее студенты должны определить значение  $k$  – количество групп. «Не следует стремиться к очень большому количеству групп, так как в такой группировке часто исчезают различия между группами. Также надо избегать образования и слишком малочисленных групп, включающих несколько единиц совокупности, потому что в таких группах перестает действовать закон больших чисел и возможно проявление случайности» [2, с. 33]. Для нахождения оптимального числа интервалов  $k$  применяется формула Стэрджесса:  $k = 1 + 3,32 \cdot \lg n$  ( $n$  – объем выборки), при этом результат округляется до ближайших левого или правого целого числа. Студенты проводят вычисления и получают:  $k = 1 + 3,32 \cdot \lg 50 \approx 1 + 3,32 \cdot 1,699 \approx 6,641$ , таким образом, можно принять  $k=6$  интервалов. Заметим, что часто по условию задачи при построении интервального вариационного ряда необходимое количество интервалов  $k$  уже дано.

При построении разноинтервального вариационного ряда разбиение его на частичные интервалы должно соответствовать структуре изучаемой совокупности и отдельно определяется в каждой конкретной задаче. Отметим, что в данном примере используется равноинтервальная группировка: студенты вычисляют длину частичного интервала:  $h = \frac{R}{k} = \frac{7,2}{6} = 1,2$  и к наимень-

шей варианте 3,2 прибавляют 1,2, получая верхнюю границу 4,4 первого интервала, и продолжают процесс, пока не получится интервал, в который попадет наибольшая варианта 10,4, затем подсчитывают частоты по каждому интервалу (количество значений, попавших в каждый интервал), вычисляют относительные частоты как отношения частот к объему  $n=50$  данной выборки, а также рассчитывают середины полученных интервалов как средние арифметические значений их концов. После этого для каждого частичного интервала студенты находят накопленную частоту, которая рассчитывается как сумма частот всех предшествующих интервалов, включая данный, и накопленную относительную частоту как отношение накопленной частоты к объему выборки. Результаты проведенных вычислений представлены в таблице 1.

Таблица 1

**Равноинтервальная группировка значений веса брутто**

интервалы	середина интервала	частота интервала	относительная частота	накопленная частота	накопленная относительная частота
3,2 – 4,4	3,8	8	0,16	8	0,16
4,4 – 5,6	5,0	10	0,2	18	0,36
5,6 – 6,8	6,2	15	0,3	33	0,66
6,8 – 8,0	7,4	8	0,16	41	0,82
8,0 – 9,2	8,6	6	0,12	47	0,94
9,2 – 10,4	9,8	3	0,06	50	1
		сумма = 50	сумма = 1		

В случае построения неравноинтервального ряда подсчет частот и средних значений выполняются так же, как и в случае равноинтервального ряда, а при нахождении плотностей каждую частоту нужно разделить на длину конкретного интервала. Отметим, что если варианта совпадает с концом частичного интервала, то ее следует относить в правый интервал.

Студенты делают вывод, что обзор несгруппированной выборочной совокупности не позволял получить ясное представление об изменчивости значений веса брутто данного товара, тогда как составленный равноинтервальный вариационный ряд позволяет выявить закономерности распределения веса брутто по интервалам его значений. Студенты отмечают, что вес брутто товарной позиции колеблется от 3,2 до 10,4 кг, наибольшее количество товарных партий имеет вес от 5,6 до 6,8 кг, наименьшее – от 9,2 до 10,4 кг.

Графическим изображением интервального вариационного ряда распределения служит гистограмма частот – «расположенная в прямоугольной системе координат геометрическая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых являются откладываемые по оси  $Ox$  значения концов частичных интервалов, а соответствующими им высотами служат откладываемые по оси  $Oy$  частоты или относительные частоты» [5, с. 39]. Тогда при условии, что выборка репрезентативна, построенная гистограмма дает наглядное представление о распределении веса брутто товарных партий по всей генеральной совокупности (рисунок 1).

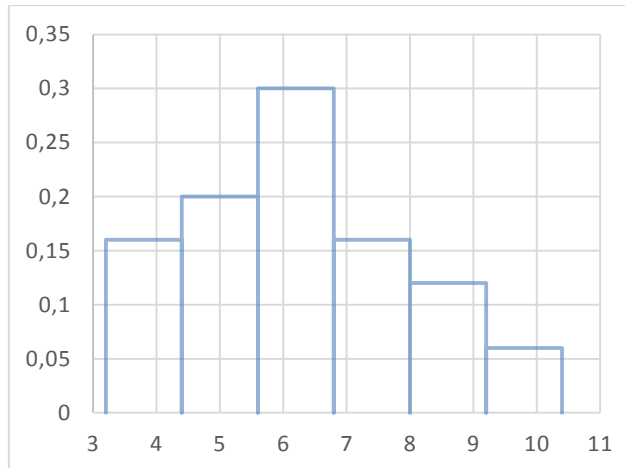


Рис. 1. Гистограмма относительных частот

Графическое представление интервального вариационного ряда можно дополнить построением полигона относительных частот – ломаной, соединяющей точки с абсциссами – серединами интервалов, и ординатами – относительными частотами (рисунок 2).

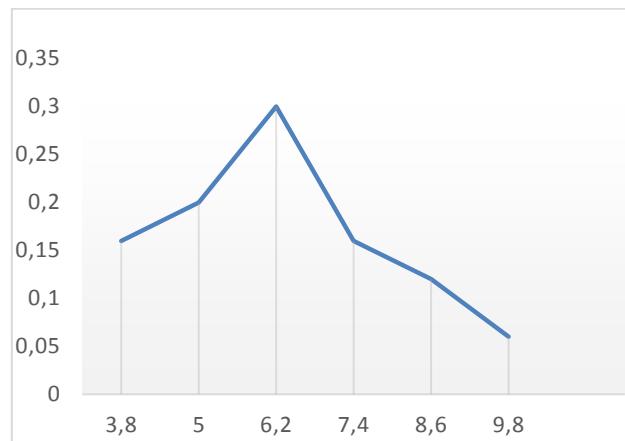


Рис. 2. Полигон относительных частот

Для интервального вариационного ряда эмпирическая функция распределения  $F(x)$  определяется так же, как в дискретном случае – это «относительная частота того, что случайная величина (признак) примет значение, меньшее заданного  $x$ » [3, с. 267]. Студенты строят кумуляту – кусочно-ломаную линию, соединяющую точки, абсциссы которых – правые концы интервалов, а ординаты – накопленные относительные частоты. Для построенного интервального вариационного ряда кумулята начинается с точки, абсцисса которой равна началу первого интервала (3,2), а ордината – накопленной относительной частоте, равной 0. Отметим, что при этом  $F(x)=0$ , если  $x \leq 3,2$ , и  $F(x)=1$ , если  $x \geq 10,4$ , данная функция не убывает, принимает значения из промежутка  $[0; 1]$  и в случае интервального вариационного распределения непрерывна (рисунок 3).

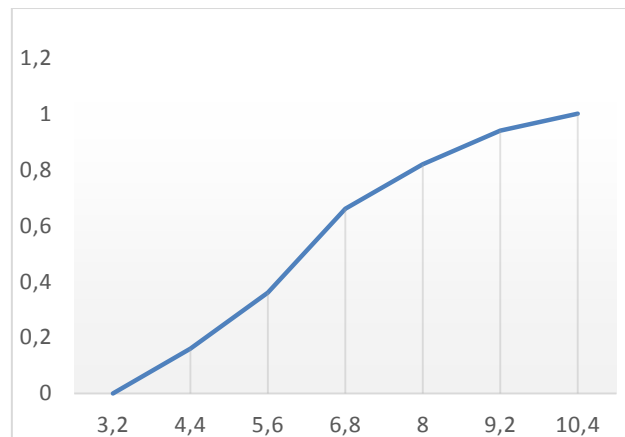


Рис. 3. Кумулята относительных частот

Добавим, что на практическом занятии все вычисления и построение графиков удобно автоматизировать средствами табличного редактора. С целью закрепления пройденного материала для самостоятельного решения студентам может быть предложено выполнение следующего задания.

*Пример 2.* Составить статистический равноинтервальный ряд распределения выборки 22 значений стоимости (млн руб.) основного капитала предприятий – участников внешнеэкономической деятельности, построить гистограмму и полигон относительных частот, изобразить графически эмпирическую функцию распределения (количество групп принять равным 3): 190; 580; 635; 512; 408; 196; 420; 287; 441; 280; 750; 358; 190; 240; 391; 150; 620; 356; 492; 380; 537; 203.

Изучение теории вероятностей и математической статистики должно иметь профессиональную направленность, это осуществляется посредством использования на занятиях профессионально значимой информации, соотнесения методов решения учебных математических задач с методами, применяемыми в будущей профессиональной деятельности, и это способствует выработке умения применять полученные знания на практике [4].

### Список литературы

1. *Афонин П. Н.* Таможенная статистика : учебное пособие. СПб. : Интермедия, 2012. 153 с.
2. *Воронцова Н. Д.* Статистика : учебное пособие : в 2 ч. Ч. 1. Киров : ВятГУ, 2015. 63 с.
3. *Кремер Н. Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 543 с.
4. *Чиркова Л. Н.* Значение элементов теории вероятностей и математической статистики при обучении специалистов таможенного дела // Математика и проблемы образования : мат-лы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров, 2022. С. 179–180.
5. *Шилова З. В.* Некоторые разделы математического анализа и статистики : учебно-методические рекомендации. Киров : Изд-во ВятГГУ. 83 с.

## Construction of statistical interval distribution series in the course of mathematics

**Chirkova Larisa Nikolaevna**

PhD in Pedagogical Sciences, associate professor of the Department of Fundamental Mathematics, Vyatka State University.  
Russia, Kirov. E-mail: usr11713@vyatsu.ru

**Abstract.** The article is devoted to the issue of studying the topic of mathematical statistics – "Variation series and their graphical representation" – in teaching mathematics to students of the "Customs business" field. The main actions in constructing an equal-interval series of statistical sampling distribution in mathematics classes with students of this field of study are considered, including during the solution of professionally oriented practical tasks, which will further apply the acquired knowledge when studying the course of customs statistics. The article may be useful for teachers and students when studying mathematics and statistics courses.

**Keywords:** mathematics, mathematical statistics, variation series, statistical sampling distribution, frequency polygon, interval series of sampling distribution, frequency histogram, professional orientation of mathematics education.

### References

1. *Afonin P. N.* *Tamozhennaya statistika : uchebnoe posobie* [Customs statistics : textbook]. SPb. Intermedia, 2012. 153 p.
2. *Voroncova N. D.* *Statistika : uchebnoe posobie : v 2 ch. Ch. 1* [Statistics : textbook : in 2 parts. Part 1]. Kirov. VyatSU, 2015. 63 p.
3. *Kremer N. Sh.* *Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika : uchebnik dlya vuzov* [Probability theory and mathematical statistics : textbook for universities]. M. UNITY-DANA, 2002. 543 p.
4. *Chirkova L. N.* *Znachenie elementov teorii veroyatnostej i matematicheskoy statistiki pri obuchenii specialistov tamozhennogo dela* [The importance of elements of probability theory and mathematical statistics in the training of customs specialists] // *Matematika i problemy obrazovaniya : mat-ly 41-go Mezhdunarodnogo nauchnogo seminaru prepodavatelej matematiki i informatiki universitetov i pedagogicheskix vuzov* – Mathematics and problems of education : proceedings of the 41st International Scientific Seminar of teachers of Mathematics and Computer Science at universities and pedagogical universities. Kirov, 2022. Pp. 179–180.
5. *Shilova Z. V.* *Nekotorye razdely matematicheskogo analiza i statistiki : uchebno-metodicheskie rekomendacii* [Some sections of mathematical analysis and statistics : educational and methodological recommendations]. Kirov. VyatSHU Publishing House. 83 p.