УДК 621.391.003.12

*Д. Е. Прозоров*

# КООПЕРАТИВНАЯ ОЦЕНКА ОТНОШЕНИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ПОМЕХ В КОГНИТИВНОЙ СЕТИ

Одной из основных задач пользователя когнитивной сети является задача обнаружения первичного (лицензированного) пользователя сети. Обнаружение сигналов отдельно взятым приемником когнитивной сети может осуществляться путем сравнения отношения правдоподобия (LRT-тест) с порогом, вычисленным в соответствии с критерием Неймана-Пирсона по заданной вероятности ложной тревоги. При попытке использования LRT-теста для т. н. SIMO-приемников возникает проблема оценки многомерного отношения правдоподобия в условиях пространственной корреляции помех, возникающих по причине близкого расположения антенн мобильного приемного устройства. В статье, на основе математического аппарата копула-функций (англ.: Copula), предлагается метод оценки такого «кооперативного» отношения правдоподобия. Показано, что многомерный LRT-тест позволяет повысить вероятность обнаружения первичного пользователя когнитивной сети по сравнению с методами кооперативного обнаружения, основанными на комбинации булевых «локальных» решений.

*Ключевые слова*: когнитивная сеть, оптимальный прием сигналов, коррелированные помехи.

Рассмотрим ситуацию, когда когнитивная сеть (КС) построена на основе многоантенных приемных устройств. Каждый ВП в этом случае получает несколько «копий» переданного сигнала, что дает возможность «улучшить» тестовую статистику на стороне отдельно взятого приемника и частично компенсировать потери из-за многолучевого распространения сигналов. При этом канал ПП – ВП, по классификации [1], является SIMO-системой (Single Input Multiple Output) в отличие от стандартной схемы Single Input Single Output (SISO).

Многоантенный приемник в упрощенном виде можно рассматривать как пространственно-связанную группу приемных устройств, на вход каждого из которых поступает аддитивная смесь $\mathbf{x}_i = \mathbf{s} + \mathbf{n}_i$, где $\mathbf{s}$ – сигнал, передаваемый ПП, $\mathbf{n}_i$ – помеха. Помехи $\mathbf{n}_i$ в каналах SIMO-системы, в общем случае являются пространственно-коррелированными.

Пусть *i*-й приемник SIMO-системы формирует тестовую статистику $\lambda_i\left(z_i\right)$, $i = \overline{1, N}$ в виде логарифма отношения правдоподобия

$$\lambda_i\left(z_i\right) = \ln \frac{f_i\left(z_i \mid M_1\right)}{f_i\left(z_i \mid M_0\right)}, \qquad (1)$$

где $f_i\left(z_i \mid M_1\right)$ и $f_i\left(z_i \mid M_0\right)$ – известные условные плотности (функции правдоподобия); $M_k$ – дискретный параметр сигнала $\mathbf{s}$, соответствующий включенному $\left(M_1\right)$ или выключенному $\left(M_0\right)$ передатчику ПП; $z_i$ – случайная величина, характеризующая результат обработки сигнала $\mathbf{x}_i$, например, методом согласованной фильтрации.

Требуется определить решающее правило, максимизирующее вероятность обнаружения сигнала $d$ многоантенным приемником при заданной вероятности ложной тревоги $\alpha$.

Задача обнаружения сигналов *i*-м приемником SIMO-системы может быть решена путем сравнения отношения правдоподобия (LRT-тест) с порогом $\gamma_i$, вычисленным в соответствии с критерием Неймана-Пирсона по вероятности ложной тревоги $\alpha$:

$$\lambda_i\left(z_i\right) \underset{H_{i0}}{\overset{H_{i1}}{\gtrless}} \gamma_i, \; i = \overline{1, N}. \qquad (2)$$

Гипотеза $H_{i1}$ о наличии сигнала ПП принимается, если порог превышен; в противном случае принимается гипотеза $H_{i0}$ об отсутствии сигнала ПП.

Однако, SIMO-система в целом должна учитывать информацию, полученную по всем каналам измерений. Поэтому «кооперативное» правило принятия решения на основе LRT-теста должно определяться соотношением:

$$\lambda\left(z_1,...,z_N\right)=\ln\frac{f\left(z_1,...,z_N\mid M_1\right)}{f\left(z_1,...,z_N\mid M_0\right)}\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\gamma,\ i=\overline{1,N}, \tag{3}$$

где $\lambda\left(z_1,...,z_N\right)$ – логарифм «кооперативного» отношения правдоподобия; $f\left(z_1,...,z_N\mid M_k\right)$ – «кооперативная» функция правдоподобия – многомерная условная плотность распределения вероятности случайных величин $z_1,...,z_N$.

В частном случае отсутствия взаимной корреляции между любой парой тестовых статистик $\lambda_i\left(z_i\right)$ «кооперативная» тестовая статистика $\lambda(\mathbf{z})\equiv\lambda\left(z_1,...,z_N\right)$ может быть получена простым суммированием

$$\lambda(\mathbf{z})=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i\left(z_i\right). \tag{4}$$

Однако, в случае пространственной корреляции помех $\mathbf{n}_i$ обнаружение сигнала ПП на основе тестовой статистики (4) не будет оптимальным.

В работе [2] показано, что «кооперативное» решающее правило при решении задачи обнаружения ПП группой приемников типа «согласованный фильтр» при наличии пространственной корреляции помех имеет вид:

$$\lambda(\mathbf{z})=\lambda^{cop}(\mathbf{u})+\sum_{i=1}^{N}\lambda_i\left(z_i\right)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ln\gamma, \tag{5}$$

где

$$\lambda^{cop}(\mathbf{u})\equiv\ln\frac{c^{Gauss}\left(u_1,...,u_N\mid M_1\right)}{c^{Gauss}\left(u_1,...,u_N\mid M_0\right)},$$

$c^{Gauss}\left(u_1,...,u_N \mid M_1\right)$ – многомерная копула-функция плотности нормального распределения; $u_i = F_i\left(x_i\right)$ – $i$-е маргинальное распределение помехи $\mathbf{n}_i$ $\left(i=\overline{1,N}\right)$;

Копула-функция $c\left(u_1,...,u_N\right)$ связана с плотностью произвольной многомерной функции распределения $f\left(x_1,...,x_N\right)$ следующим образом [3]:

$$c\left(u_1,...,u_N\right) = \frac{f\left(x_1,...,x_N\right)}{\prod_{i=1}^{N} f_i\left(x_i\right)},$$

где

$$f_i\left(x_i\right) = \frac{\partial F_i\left(x_i\right)}{\partial x_i}.$$

Плотность распределения нормальной копула-функции может быть получена из уравнения [4]:

$$c^{Gauss}\left(u_1,...,u_N\right) = \frac{f^{Gauss}\left(x_1,...,x_N\right)}{\prod_{i=1}^{N} f_i^{Gauss}\left(x_i\right)} = \frac{1}{\left|\mathbf{R}\right|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\varsigma}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{R}^{-1}-\mathbf{I}\right)\boldsymbol{\varsigma}\right), \tag{6}$$

где $\boldsymbol{\varsigma} = \left[\Phi_1^{-1}\left(u_1\right),...,\Phi_N^{-1}\left(u_N\right)\right]^{\mathrm{T}}$; $m_i$, $\sigma_i^2$ – математическое ожидание и дисперсия $i$-го маргинального распределения; $\mathbf{R}$ – матрица корреляций; $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Порог обнаружения $\gamma$ определяется следующими соотношениями:

$$\int_{\boldsymbol{\eta}}^{\infty} \lambda\left(\mathbf{z} \mid M_0\right) d\mathbf{z} \le \alpha, \tag{7}$$

$$\int_{\boldsymbol{\eta}}^{\infty} \lambda\left(\mathbf{z} \mid M_1\right) d\boldsymbol{\eta} \to \max,$$

$$\gamma = \lambda\left(\mathbf{z} = \boldsymbol{\eta} \mid M_0\right).$$

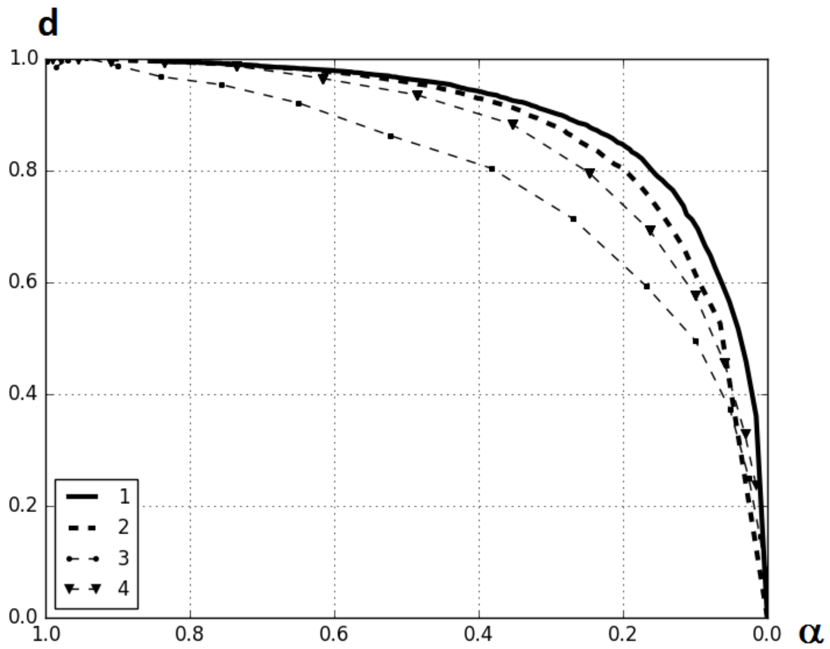


*Рис. 1.* Вероятность обнаружения сигнала первичного пользователя КС

Результаты статистического моделирования SIMO-системы с тремя антеннами $N = 3$ представлены на рис.1. Цифрами обозначены кривые характеристик обнаружения для следующих случаев: 1 – используется решающее правило (5); 2 – «кооперативная» тестовая статистика формируется в соответствии с выражением (4), описывающим случай пространственно-некоррелированных помех; 3 – «кооперативное» решение принимается путем комбинации частных решений приемников, входящих в SIMO-систему в соответствии с логической функцией «И»; 4 – «кооперативное» решение принимается путем комбинации частных решений приемников, входящих в SIMO-систему в соответствии с логической функцией «ИЛИ»; отношение сигнал/шум на выходе согласованных фильтров первого и второго приемников SIMO-системы $SNR_1 = SNR_2 = -2$ дБ; отношение сигнал/шум на выходе согласованного фильтра третьего приемника $SNR_3 = 1$ дБ; матрица пространственной корреляции помех

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.81 \\ 0 & 0.81 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Таким образом, применение «кооперативного» LRT-теста (5), учитывающего пространственную корреляцию помех, позволяет повысить вероятность правильного обнаружения $d$ сигнала ПП КС по отношению к кооперативным алгоритмам обнаружения на основе: LRT-теста, не учитывающего пространственную корреляцию помех (случай 1) и алгоритмов логического комбинирования частных решений методом «И» или «ИЛИ» (случай 2). При заданной вероятности ложной тревоги $\alpha = 0.2$ и матрице корреляций (8) выигрыш равен 6.2% для первого случая и превышает 13.3% для второго.

## Список литературы

1. *Liu K. J. R.* Cooperative communications and networking. Cambridge, UK; N. Y.: Cambridge University Press, 2009.

2. *Прозоров Д. Е.* Кооперативное обнаружение первичного пользователя когнитивной сети // Общество, наука, инновации (НПК – 2016): сб. материалов всерос. ежегод. науч.-практ. конф, 18–29 апреля 2016 г. Киров, 2015. 1 электрон. опт. диск (CD- ROM). (Секция «Методы и средства передачи и обработки сигналов»). С. 2630–2635.

3. *Фантаццини Д.* Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. I // Прикладная эконометрика. 2011. № 2(22). С. 98–134.

4. *Žežula I.* On multivariate Gaussian copulas // Journal of Statistical Planning and Inference. 2009. № 11. P. 3942–3946.

**ПРОЗОРОВ Дмитрий Евгеньевич** – доктор технических наук, профессор кафедры РЭС, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: de_prozorov@vyatsu.ru