

Новый метод измерения поверхностной проводимости тонких круглых образцов, альтернативный методу Ван дер Пау*

А. Э. Рассадин¹, Л. А. Фомин²

¹член Правления, Нижегородское математическое общество, Россия, г. Нижний Новгород.
ORCID: 0000-0002-7396-0112. E-mail: brat_ras@list.ru

²кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией,
Институт проблем технологии микроэлектроники и особо чистых материалов РАН, Россия,
Московская область, г. Черноголовка. E-mail: fomin@iptm.ru

Аннотация. В настоящее время четырехточечная схема электрических измерений имеет широкий спектр применений, включая характеристику металлических и полупроводниковых наноструктур. Для характеристики электрических свойств пленок принято использовать метод Ван Дер Пау. В работе предложена альтернатива этому методу для измерения поверхностной проводимости образцов в форме тонких круговых дисков. В основу нового метода положено новое точное решение задачи о распределении потенциала в таком образце.

Ключевые слова: метод Ван Дер Пау, микроэлектроника, электрические свойства наноструктур, зондовая микроскопия, разделение переменных, ряд Фурье, задача Неймана.

Введение

В связи с миниатюризацией элементов электронных схем в современной микроэлектронике остро встает проблема определения их свойств с необходимой точностью. Электрические свойства микро- и наноструктур, такие как вольт-амперная характеристика, поведение сопротивления в магнитном поле, коэффициент Холла, в настоящее время в основном измеряются по четырехточечной схеме. В отличие от классических двухконтактных измерений, этот метод устраняет паразитные сопротивления подводящих проводов, а также сопротивления контактов, и, тем самым, позволяет измерять сопротивления с высокой точностью. Первоначально предложенная Винером для применения в геофизике [10], сегодня четырехточечная схема измерений имеет широкий спектр применений, включая характеристику металлических и полупроводниковых наноструктур.

Однако при измерениях тонких эффектов, в частности при низких температурах при изучении сверхпроводимости, для того чтобы подводящие провода не влияли на результаты измерений, становясь, в частности, источниками тепловых шумов, приходящих в камеру наблюдения извне, приходится принимать дополнительные меры – вводить фильтры, эмиттерные повторители и т. д.

Таким образом, в современной микроэлектронике происходит постоянное совершенствование экспериментальных методов. К числу первых методов такого сорта относится метод Ван-дер-Пау [9]. Суть этого метода состоит в том, что берется плоский образец произвольной формы с четырьмя контактами по периферии. По двум из них пропускается заданный ток (токовые контакты), а между двумя другими измеряется разность потенциалов (потенциальные контакты). Из измерений вычисляется сопротивление путем деления разности потенциалов на ток. Затем один из токовых контактов становится потенциальным, а один из потенциальных – токовым, и снова измеряется разность потенциалов и вычисляется сопротивление. Как показал Ван дер Пау, из этих измерений можно определить поверхностную проводимость плоского образца, зная его толщину.

Переход на суб-10 нм технологии диктует свои требования. В частности, надо уметь работать не только с полупроводниками, где с успехом применяется метод Ван дер Пау, но и с металлами [8], где он может быть недостаточно точен. Что касается экспериментальной методики измерений поверхностной проводимости, то для наноструктур можно либо сделать четыре контакта литографическим методом, либо использовать монолитные четырехточечные зонды или многозондовый ска-

нирующий туннельный микроскоп [7]. Также интерес представляет исследование систем стержень-пленка. В таких системах, как было показано в работах [1], ток высокой плотности, инжектируемый через микроконтакт из стержня в пленку, вызывает генерацию терагерцового излучения за счет спиновой инжекции. Интерес представляют распределения электрического и магнитного поля в такой системе.

В данной работе предложена альтернатива методу Ван Дер Пау для измерения поверхностной проводимости образцов в форме тонких дисков. В основу нового метода положено новое точное решение задачи о распределении потенциала в таком образце.

Работа имеет следующую структуру: в части 1 представлено построение нового решения уравнения Лапласа в общем виде. В части 2 это решение адаптировано к граничным условиям, соответствующим предложенной новой экспериментальной методике. Часть 3 посвящена описанию способа определения поверхностной проводимости такого образца на основе одновременного использования зондовой микроскопии и полученного точного решения для потенциала образца. В Заключении суммированы полученные результаты.

1. Точное решение уравнения Лапласа для тонкого кругового диска с симметрично расположенными контактами

Рассмотрим проводящий образец в виде кругового диска, радиус которого a существенно превышает его толщину d : $a \gg d$. Далее, пусть I_0 – постоянный ток, вытекающий в центр диска O_0 с декартовыми координатами $(0,0)$, а I_k – токи, вытекающие с диска в N различных точках O_k на его краях двумерными радиус-векторами $\vec{r}_k = (a \cdot \cos \theta_k, a \cdot \sin \theta_k)$ ($k = \overline{1, N}$).

Поверхностная плотность электрического тока \vec{j} на диске связана с напряженностью электрического поля \vec{E} на нем законом Ома [4]:

$$\vec{j} = \lambda \cdot \vec{E}, \quad (1)$$

где λ – постоянная поверхностная проводимость материала диска.

Как известно, в этом случае поверхностная плотность тока \vec{j} подчиняется уравнению непрерывности [4]:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad (2)$$

а напряженность электрического поля \vec{E} выражается через потенциал $\varphi(\vec{r})$: $\vec{E} = -\nabla \varphi$.

Из уравнений (1) и (2) следует, что в каждой точке $\vec{r} = (x, y)$ открытой области Ω : $x^2 + y^2 < a^2$ потенциал $\varphi(\vec{r})$ подчиняется уравнению Лапласа:

$$\Delta \varphi = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) необходимо дополнить условием на границе $\partial\Omega$ $x^2 + y^2 = a^2$ области Ω :

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = 0, \quad (4)$$

где \vec{n} – вектор внешней нормали к $\partial\Omega$, следующим из условия обращения в нуль нормальной компоненты плотности тока на границе проводника с непроводящей средой [4]. Разумеется, в этом условии должны быть исключены из рассмотрения точки O_1, \dots, O_N , в которых ток вытекает из образца. Но совокупность этих точек истечения токов является множеством меры нуль на $\partial\Omega$ и поэтому может не приниматься во внимание.

Таким образом, потенциал на диске является решением двумерной задачи Неймана [2] (3)–(4). Для его определения выделим сначала в нем логарифмические особенности:

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_s(\vec{r}) + \psi(\vec{r}). \quad (5)$$

Здесь $\psi(\vec{r})$ – решение задачи Неймана (3)–(4) в области Ω , не имеющее в ней особенностей, а

$$\varphi_s(\vec{r}) = \varphi_0(\vec{r}) + \sum_{k=1}^N \varphi_k(\vec{r}), \quad (6)$$

где

$$\varphi_0(\vec{r}) = -\frac{I_0}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{|\vec{r}|}{a} \tag{7}$$

и

$$\varphi_k(\vec{r}) = \frac{I_k}{\pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{|\vec{r} - \vec{r}_k|}{a}. \tag{8}$$

Функция (7) в области $\Omega \setminus O_0$ удовлетворяет уравнению (3), а также выражающему закон сохранения заряда условию $I_0 = -\lambda \cdot \oint \nabla \varphi_0 \cdot d\vec{r}$, в котором интегрирование производится по бесконечно малой окружности с центром в точке O_0 . Аналогично функции (8) удовлетворяют уравнению Лапласа и условиям $-I_k = -\lambda \cdot \int \nabla \varphi_k \cdot d\vec{r}$, в которых, однако, интегрирование производится по бесконечно малым полуокружностям с центрами в точках O_k (эти токи вытекают с диска).

Наконец, интегрируя уравнение (2) по замкнутой трехмерной области, охватывающей рассматриваемый нами диск, получим, что:

$$I_0 = \sum_{k=1}^N I_k. \tag{9}$$

Далее, для определения функции $\psi(\vec{r})$ перейдем к полярным координатам на плоскости (x, y) : $x = r \cdot \cos \theta$ $y = r \cdot \sin \theta$. Уравнение Лапласа для функции $\psi(\vec{r})$ в этих координатах имеет вид [4, 2]:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0. \tag{10}$$

Общее решение уравнения (10), не имеющее особенностей в области Ω , хорошо известно [2]:

$$\psi(r, \theta) = \sum_{m=1}^{\infty} r^m \cdot [A_m \cdot \cos(m \cdot \theta) + B_m \cdot \sin(m \cdot \theta)], \tag{11}$$

где A_m и B_m - постоянные коэффициенты. Для их нахождения воспользуемся условием (4).

Перепишем формулу (6) в полярных координатах:

$$\varphi_s(r, \theta) = -\frac{I_0}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r}{a} + \sum_{k=1}^N \frac{I_k}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos(\theta - \theta_k)}{a^2}. \tag{12}$$

Приняв во внимание равенство (9), легко видеть, что $\left. \frac{\partial \varphi_s(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=a} = 0$, значит, вследствие

условия (4) $\left. \frac{\partial \psi(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=a} = 0$ почти всюду. С другой стороны, дифференцируя ряд (11) по r

почленно, получим:

$$\left. \frac{\partial \psi(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=a} = \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot a^{m-1} \cdot [A_m \cdot \cos(m \cdot \theta) + B_m \cdot \sin(m \cdot \theta)] = 0 \tag{13}$$

почти всюду, т. е. из формулы (13) следует [2, 3], что $A_m = 0$ и $B_m = 0$ при всех натуральных m .

Таким образом, в области Ω функция $\psi(r, \theta) \equiv 0$. В силу формулы (5) это означает, что потенциал рассматриваемой системы в области Ω совпадает с функцией (12):

$$\varphi(r, \theta) \equiv \varphi_s(r, \theta). \tag{14}$$

Используя известное разложение в ряд Фурье [3]:

$$\ln(1 + \rho^2 + 2 \cdot \rho \cdot \cos \theta) = 2 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} \cdot \frac{\rho^m}{m} \cdot \cos(m \cdot \theta), \quad |\rho| < 1, \quad (15)$$

получим для потенциала (14) следующее представление:

$$\varphi(r, \theta) = -\frac{I_0}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r}{a} - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^m \cdot [a_m \cdot \cos(m \cdot \theta) + b_m \cdot \sin(m \cdot \theta)], \quad (16)$$

$$\text{где } a_m = \frac{1}{\pi \cdot m \cdot \lambda} \cdot \sum_{k=1}^N I_k \cdot \cos(m \cdot \theta_k) \text{ и } b_m = \frac{1}{\pi \cdot m \cdot \lambda} \cdot \sum_{k=1}^N I_k \cdot \sin(m \cdot \theta_k).$$

В решении (16) остались неопределенными постоянные исходящие токи I_1, \dots, I_N , связанные с входящим в диск током I_0 соотношением (9). Их можно просто измерить экспериментально, и тогда распределение потенциала по поверхности диска становится окончательно известным.

2. Точные решения для потенциала при выходных контактах в вершинах правильного N-угольника, вписанного в круг

Полностью определенное выражение для потенциала диска можно получить, если выбрать точки стока O_1, \dots, O_N в вершинах правильного N -угольника, т. е. положив в формуле (12)

$$\theta_k = \frac{2 \cdot \pi \cdot (k-1)}{N} \quad (k = \overline{1, N}). \text{ Тогда из соображений симметрии все токи, вытекающие с диска, бу-}$$

дут одинаковы по величине и равны $I_k = \frac{I_0}{N}$. Таким образом, в этом случае потенциал диска есть:

$$\varphi_N(r, \theta) = -\frac{I_0}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r}{a} + \frac{I_0}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot N} \cdot \sum_{k=1}^N \ln \left(1 + \frac{r^2}{a^2} - 2 \cdot \frac{r}{a} \cdot \cos \left[\theta - \frac{2 \cdot \pi \cdot (k-1)}{N} \right] \right). \quad (17)$$

Для $N=1$ (один контакт на краю диска) $\theta_1 = 0$, $I_1 = I_0$, и распределение потенциала на проводящем диске согласно формуле (17) дается выражением:

$$\varphi_1(r, \theta) = \frac{I_0}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r^2 + a^2 - 2 \cdot r \cdot a \cdot \cos \theta}{a \cdot r}. \quad (18)$$

Для $N=2$ (два диаметрально противоположных контакта на краях диска) $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$, $I_1 = I_2 = I_0/2$, и распределение потенциала равно:

$$\varphi_2(r, \theta) = \frac{I_0}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{(r^2 - a^2)^2 + 4 \cdot a^2 \cdot r^2 \cdot \sin^2 \theta}{a^2 \cdot r^2}. \quad (19)$$

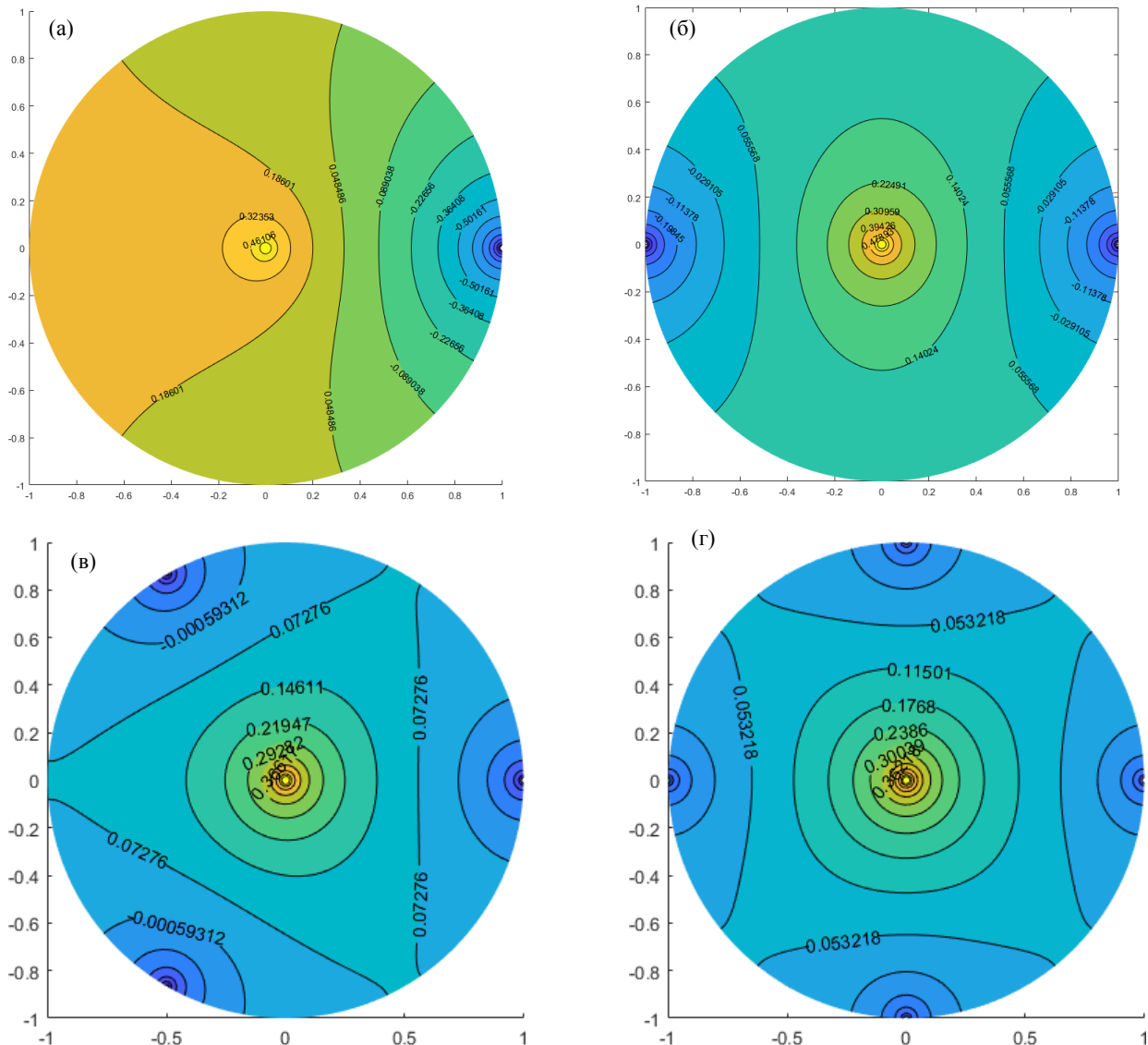
Для $N=3$ (три контакта в вершинах вписанного в $\partial\Omega$ равностороннего треугольника) $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 2 \cdot \pi/3$, $\theta_3 = 4 \cdot \pi/3$, $I_1 = I_2 = I_3 = I_0/3$, и потенциал есть:

$$\varphi_3(r, \theta) = -\frac{I_0}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r}{a} + \frac{I_0}{6 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \left[\ln \frac{r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos \theta}{a^2} + \right. \\ \left. + \ln \frac{r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos(\theta - 2 \cdot \pi/3)}{a^2} + \ln \frac{r^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos(\theta + 2 \cdot \pi/3)}{a^2} \right]. \quad (20)$$

Для $N=4$ (четыре контакта в вершинах квадрата, вписанного в $\partial\Omega$) $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi/2$, $\theta_3 = \pi$, $\theta_4 = 3 \cdot \pi/2$, $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_0/4$, и потенциал равен:

$$\varphi_4(r, \theta) = \frac{I_0}{8 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{[(r^2 - a^2)^2 + 4 \cdot a^2 \cdot r^2 \cdot \sin^2 \theta] \cdot [(r^2 - a^2)^2 + 4 \cdot a^2 \cdot r^2 \cdot \cos^2 \theta]}{a^4 \cdot r^4}. \quad (21)$$

Линии уровня функций (18)–(21) приведены на рисунке.



- Эквипотенциальные линии, полученные в результате решения уравнения Лапласа для кругового диска: а) ток проходит через центральный контакт и один контакт на краю; б) ток растекается из центрального контакта к двум контактам по противоположным краям; в) когда ток растекается из центрального контакта к трем симметричным контактам по краям; г) ток растекается из центрального контакта к четырем симметричным контактам по краям

3. Измерение поверхностной проводимости при помощи зондовой микроскопии

Как уже было сказано во Введении, для нахождения распределения потенциала в плоском образце можно использовать сканирующую туннельную микроскопию, в частности многозондовую [7]. Ставя один из туннельных зондов в центр образца и пропуская через него ток, при этом удерживая один или несколько других зондов по краям в качестве стоков и измеряя напряжение в любой точке еще одним зондом, можно проверять, насколько реальное распределение потенциала отличается от теоретически предсказанного. Таким образом можно судить о степени дефектности данного образца. Однако, несмотря на свою привлекательность, этот метод довольно трудно реализуем. Проще в реализации метод на основе сканирующей зондовой микроскопии, в режиме работы Кельвин [5]. К образцу по краям крепятся два токовых контакта, и распределение потенциала

измеряется одним зондом в Кельвин-моде. Этот метод прост тем, что не требует наличия нескольких зондов, которые каждый по отдельности нужно подводить к образцу и получать хороший контакт. Конфигурации со стержнем в качестве токового контакта по центру круга представляют интерес в плане получения терагерцового излучения методом спиновой инжекции [1]. Совместив такую конструкцию со сканирующим зондовым микроскопом, можно исследовать не только распределение потенциала в Кельвин-моду, но также и магнитное строение ферромагнитного диска методом магнитно-силовой микроскопии [5].

Комбинирование результатов измерений электрического потенциала с помощью зондовой микроскопии на образцах рассмотренного типа и точных решений для потенциала на них дает возможность экспериментального определения поверхностной проводимости материала таких образцов.

Для этого введем на области Ω равномерную сетку в цилиндрических координатах: $r_i = \frac{a \cdot i}{I+1}$, $i = \overline{1, I}$ и $\theta_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{J}$, $j = \overline{1, J}$ [10] и выберем для сеточных функций следующую норму [10]:

$$\|f\| = \sqrt{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J f_{ij}^2}. \quad (22)$$

Измерение потенциала на образце дает сеточную функцию $\varphi_{ij}^{\text{exp}}$.

С другой стороны, каждое из выражений (18)-(21) имеет функциональную структуру вида:

$\varphi(r, \theta) = \frac{1}{\lambda} \cdot \Phi(r, \theta)$, следовательно, вычислив на сетке значения функции $\Phi(r, \theta)$:

$\Phi_{ij} = \Phi(r_i, \theta_j)$ и минимизировав значение нормы (22) для сеточной функции $\varphi^{\text{exp}} - \frac{1}{\lambda} \cdot \Phi$, по-

лучим для поверхностного сопротивления образца, обратного его поверхностной проводимости, оценку:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\|\Phi\|^2} \cdot \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \varphi_{ij}^{\text{exp}} \cdot \Phi_{ij}. \quad (23)$$

Заключение

В представленной работе получены точные решения для уравнения Лапласа в круге, соответствующие электрическому току, входящему в центр круга и истекающего с него по системе контактов, расположенных в вершинах правильного N -угольника, вписанного в границу круга. Эти явные решения благодаря их простой форме в сочетании с методами зондовой микроскопии положены в основу серии новых методов измерения поверхностной проводимости тонких круговых образцов, альтернативных методу Ван-дер-Пау.

Список литературы

1. Вилков Е. А. и др. Генерация и регистрация спектров терагерцового диапазона частот источниками излучения на базе твердотельных микро- и наноструктур / Е. А. Вилков, И. Н. Дюжиков, С. В. Зайцев-Зотов, М. В. Логунов, С. А. Никитов, С. С. Сафонов, С. Г. Чигарев // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63. № 9. С. 935–965.
2. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1967. 197 с.
3. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: учебник для студ. ун-тов и вузов: в 3 т. Т. 3. М.: Высш. шк., 1989. 352 с.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
5. Миронов В. Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии: учеб. пособие для студ. старших курсов высш. учеб. завед. Н. Новгород: Ин-т физики микроструктур, 2004. 110 с.
6. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.
7. Lüpke F., Cuma D., Korte S., Cherepanov V., Voigtländer B. Four-point probe measurements using current probes with voltage feedback to measure electric potentials. J. Phys.: Condens. Matter, 2018. Vol. 30. P. 054004.
8. Mikhailov G. M., Fomin L. A., Rassadin A. E. Diffraction model of the electronic transport in rough normal metal and ferromagnetic nanowires // «Микро- и нанoeлектроника»: междунар. конф. 2018. С. 51.
9. Van der Pauw L. J. A method of measuring the resistivity and Hall coefficient on lamellae of arbitrary shape // Philips Technical review. 1958. Vol. 20. Pp. 220–224.
10. Wenner F. A method of measuring earth resistivity // Bull. Bur. Stand. 1915. № 12. P. 469.

New method of measuring surface conductivity of thin round samples as an alternative to the Van der Pauw method

A. E. Rassadin¹, L. A. Fomin²

¹member of the Board, Nizhny Novgorod Mathematical Society, Russia, Nizhny Novgorod.

ORCID: 0000-0002-7396-0112. E-mail: brat_ras@list.ru

²PhD of physical and mathematical sciences, head of laboratory, Institute of Problems of Microelectronics Technology and High-purity Materials of RAS. Russia, Moscow region, Chernogolovka. E-mail: fomin@iptm.ru

Abstract. At present, the four-point electrical measurement scheme has a wide range of applications, including the characterization of metallic and semiconductor nanostructures. To characterize the electrical properties of films, it is customary to use the Van Der Pauw method. The paper proposes an alternative to this method for measuring the surface conductivity of samples in the form of circular disks. The basis of the new method is the new exact solution of the problem of the distribution of potential in such a sample.

Keywords: Van der Pauw method, microelectronics, electrical properties of nanostructures, scanning probe microscopy, separation of variables, Fourier series, Neumann problem.

References

1. *Vilkov E. A. et al Generaciya i registraciya spektrov teragercovogo diapazona chastot istochnikami izlucheniya na baze tverdotel'nyh mikro- i nanostruktur* [Generation and registration of spectra of the terahertz frequency range by sources of radiation on the basis of solid – state micro- and nanostructures] / E. A. Vilkov, I.N. Dyuzhikov, S. V. Zaitsev-Zotov, M. V. Logunov, S. A. Nikitov, S. S. Safonov, S. G. Chigarev // Radio engineering and electronics. 2018, vol. 63, No. 9, pp. 935–965.
2. *Vladimirov V. S. Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. M. Nauka. 1967. 197 p.
3. *Kudryavcev L. D. Kurs matematicheskogo analiza : uchebnik dlya stud. un-tov ivuzov : v 3 t. T. 3* [Course of mathematical analysis: textbook for students of universities and colleges: in 3 vol. Vol. 3]. M. Vyssh. Shk., 1989. 352 p.
4. *Landau L. D., Lifshic E. M. EHlektrodinamika sploshnyh sred* [Electrodynamics of continuous media]. M. Nauka. 1982. 624 p.
5. *Mironov V. L. Osnovy skaniruyushchej zondovoj mikroskopii : ucheb. posobie dlya stud. starshih kursov vyssh. ucheb. zaved.* [Fundamentals of scanning probe microscopy: tutorial manual for students of senior courses of higher schools]. N. Novgorod. Institute of Physics of Microstructures. 2004. 110 p.
6. *Samarskij A. A., Nikolaev E. S. Metody resheniya setochnyh uravnenij* [Methods of solving grid equations]. M. Nauka. 1978. 592 p.
7. *Lüpke F., Cuma D., Korte S., Cherepanov V., Voigtländer B.* Four-point probe measurements using current probes with voltage feedback to measure electric potentials. *J. Phys. : Condens. Matter*, 2018. Vol. 30. P. 054004.
8. *Mikhailov G. M., Fomin L. A., Rassadin A. E.* Diffraction model of the electronic transport in rough normal metal and ferromagnetic nanowires // «Micro- and nanoelectronics»: international conf. – «Микро- и нанoeлектроника»: междунар. конф. 2018. P. 51.
9. *Van der Pauw L. J.* A method of measuring the resistivity and Hall coefficient on lamellae of arbitrary shape // *Philips Technical review*. 1958. Vol. 20. Pp. 220–224.
10. *Wenner F.* A method of measuring earth resistivity // *Bull. Bur. Stand.* 1915. № 12. P. 469.

