

Вятский государственный университет

# **Advanced science**

Н а у ч н ы й   ж у р н а л

**№ 3 (14)**

Киров  
2019

ББК 74.48я52

A22

**Главный редактор**

Е. М. Вечтомов, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ,  
ORCID: 0000-0002-3490-2956

**Заместитель главного редактора**

Д. Е. Прозоров, доктор технических наук, доцент, профессор, ВятГУ, ORCID: 0000-0002-3577-8838

**Ответственный секретарь**

Е. Н. Лубягина, кандидат физико-математических наук, доцент, ВятГУ, ORCID: 0000-0001-5071-6208

**Состав редакционной коллегии:**

А. В. Алешкин, доктор технических наук, профессор, директор, ФГБНУ «ФАНЦ Северо-Востока» (г. Киров)

В. И. Варанкина, кандидат физико-математических наук, доцент, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0003-4166-1182

И. В. Губин, кандидат технических наук, доцент, директор, Политехнический институт, ВятГУ (г. Киров)

В. И. Джиган, доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, Московский исследовательский центр ООО «Техкомпания Хуавэй» (г. Москва)

С. И. Калинин, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров)

И. Б. Кожухов, доктор физико-математических наук, профессор, Национальный исследовательский университет «МИЭТ» (г. Москва)

Е. В. Котельников, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

А. А. Красных, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

А. А. Махнев, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заведующий отделом, Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН (г. Екатеринбург)

Н. Н. Непейвода, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт программных систем РАН (г. Переславль-Залесский)

В. П. Одинец, доктор физико-математических наук, профессор, Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина (г. Сыктывкар)

С. М. Окулов, доктор педагогических наук, кандидат технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров)

Е. П. Петров, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров),  
ORCID: 0000-0002-0336-1341

В. В. Сидоров, кандидат физико-математических наук, доцент, научный сотрудник, ВятГУ (г. Киров)

Д. А. Страбыкин, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

И. В. Флегентов, доктор технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0002-6569-5654

А. Г. Хлебов, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

А. В. Частиков, доктор технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0002-1998-7787

В. В. Черепанов, доктор технических наук, профессор, ВятГУ (г. Киров), ORCID: 0000-0002-5244-7061

В. В. Чермных, доктор физико-математических наук, доцент, профессор, ВятГУ (г. Киров)

Д. В. Чупраков, кандидат физико-математических наук, доцент, ВятГУ (г. Киров)

А. В. Шатров, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой, ВятГУ (г. Киров)

**Научный журнал «Advanced science»**

**как средство массовой информации зарегистрирован в Роскомнадзоре  
(Свидетельство о регистрации СМИ Эл № ФС 77-67556 от 31 октября 2016 г.)**

Учредитель журнала – ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет»

Адрес издателя: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,  
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)

Адрес редакции: 610000, г. Киров, ул. Московская, 36,  
тел. (8332) 208-964 (Научное издательство ВятГУ)

Редактор **М. О. Корякина**

Компьютерная верстка **Л. А. Кислицына**

Редактор выпускающий **А. И. Чернышова**

Ответственный за выпуск **И. В. Смольняк**

Цена свободная

© Вятский государственный университет (ВятГУ), 2019

---

---

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

## МАТЕМАТИКА

<i>Вечтомов Е. М.</i> О непрерывных соответствиях между топологическими пространствами.....	4
<i>Тимшина Л. В.</i> Изучение геометрических преобразований в магистратуре в рамках дисциплины «Элементарная математика в контексте высшей».....	10

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Плотников С. А., Бузиков Ш. В., Козлов И. С.</i> Определение эффективных показателей тракторного дизеля при работе на топливной композиции с добавками рапсового масла.....	15
<i>Крупин Д. Ф., Шемпелев А. Г.</i> Исследование распределения давления по сечению пароперепускной трубы турбоустановки Т-185-130 .....	19
<i>Пахомов А. И., Шемпелев А. Г.</i> Усовершенствование системы газоохлаждения электрогенераторов Кировской ТЭЦ-4.....	23
<i>Агапов А. И., Мишланов Е. О.</i> Оптимизация раскрытия пиловочника крупных размеров с выпиливанием трех брусьев разной толщины и шести пар боковых обрезных досок.....	28
<i>Смертин С. А., Земцов М. И., Фомина Д. А.</i> Исследование методов снижения толщинной деформации стенки заготовок на начальных этапах изготовления тонкостенных деталей сложного профиля .....	35
<i>Морозова З. Г.</i> Исследование состава продуктов термического разложения литевых полиуретанов .....	40
<i>Шалагинов Р. А.</i> Технология литья гипсовых скульптур с применением ротационного метода.....	44

---

---

# МАТЕМАТИКА

---

---

УДК 517.982.2

DOI 10.25730/VSU.0536.19.029

## О непрерывных соответствиях между топологическими пространствами\*

**Е. М. Вечтомов**

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фундаментальной математики,  
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: vecht@mail.ru

**Аннотация.** В статье изучаются свойства типа непрерывности соответствий (бинарных отношений) между произвольными топологическими пространствами. Приведены примеры общего характера. В терминах топологических пространств даны критерии того, что: все соответствия между ними непрерывны; все непрерывные соответствия являются конепрерывными; свойства соответствий быть непрерывными, конепрерывными, открытыми, замкнутыми равносильны. Установлена двойственность между категорией топологических пространств со строго непрерывными соответствиями между ними и категорией топологических булеанов и их топологических гомоморфизмов.

**Ключевые слова:** топологическое пространство, соответствие, непрерывность, дуо-пространство, топологический булеан, двойственность.

### Соответствия между множествами

Начнем с определений необходимых нам понятий.

Пусть  $\rho$  – соответствие (бинарное отношение) между множествами  $X$  и  $Y$  (из множества  $X$  во множество  $Y$ ), определяемое как некоторое множество упорядоченных пар  $(x, y)$  элементов  $x \in X$  и  $y \in Y$ . Точнее говоря, соответствие – это тройка  $\langle X, \rho, Y \rangle$ , причем  $\rho \subseteq X \times Y$  называют также *графиком* соответствия  $\rho$  [см. 3].

Если элементы  $x \in X$  и  $y \in Y$  находятся в отношении  $\rho$ , то пишут  $x\rho y$ . Каждому подмножеству  $A$  множества  $X$  поставим в соответствие множество

$$\rho(A) = \{y \in Y : \exists x \in A \ x\rho y\},$$

называемое *образом множества  $A$*  при соответствии  $\rho$ .

Отношение равенства на множестве  $X$  обозначается  $1_X$  и называется *тождественным отображением* множества  $X$ , или *диагональю* на  $X$ .

Соответствие  $\rho^{-1}$  между множествами  $Y$  и  $X$  называется *обратным* к соответствию  $\rho$ , если

$$\forall x \in X \forall y \in Y (y\rho^{-1}x \Leftrightarrow x\rho y).$$

Для подмножества  $B$  множества  $Y$  множество  $\rho^{-1}(B) = \{x \in X : \exists y \in B \ x\rho y\}$  называется *прообразом* множества  $B$  при соответствии  $\rho$ .

*Областью определения* соответствия  $\rho$  будет множество  $D(\rho) = \rho^{-1}(Y)$ , а *множеством значений*, или *образом* соответствия  $\rho$ , называется множество  $\rho(X) = D(\rho^{-1})$ .

Пусть наряду с соответствием  $\rho$  между множествами  $X$  и  $Y$  дано соответствие  $\sigma$  между множествами  $Y$  и  $Z$ . Тогда существует их *композиция*  $\rho\sigma$ , определяемая как соответствие между множествами  $X$  и  $Z$  по правилу:

$$x(\rho\sigma)z \Leftrightarrow \exists y \in Y (x\rho y \ \& \ y\sigma z) \text{ для любых } x \in X \text{ и } z \in Z.$$

Легко видеть, что  $(\rho\sigma)^{-1} = \sigma^{-1}\rho^{-1}$ ,  $(\rho^{-1})^{-1} = \rho$ ,  $1_X\rho = \rho$  и  $\rho 1_Y = \rho$ .

Соответствие  $\rho$  между множествами  $X$  и  $Y$  называется:

*всюду определенным*, если  $D(\rho) = X$ , т. е.  $1_A \subseteq \rho\rho^{-1}$ ;

*однозначным*, если

$$\forall x \in X \forall y_1, y_2 \in Y (x\rho y_1 \ \& \ x\rho y_2 \Rightarrow y_1 = y_2), \text{ т. е. } \rho^{-1}\rho \subseteq 1_Y;$$

*инъективным*,

$$\forall x_1, x_2 \in X \forall y \in Y (x_1\rho y \ \& \ x_2\rho y \Rightarrow x_1 = x_2), \text{ т. е. } \rho\rho^{-1} \subseteq 1_X;$$

---

\* Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ «Полукольца и их связи», проект № 1.5879.2017/8.9.

© Вечтомов Е. М., 2019

сюръективным, когда  $\rho(X)=Y$ , т. е.  $1_Y \subseteq \rho^{-1}\rho$ ;  
 функциональным (функцией, отображением), когда оно всюду определенное и однозначное, т. е.  $1_X \subseteq \rho\rho^{-1}$  и  $\rho^{-1}\rho \subseteq 1_Y$ ;  
 биективным, если оно инъективно, сюръективно и функционально, т. е.  $\rho\rho^{-1}=1_X$  и  $\rho^{-1}\rho=1_Y$ .  
 Очевидно, что имеют место следующие взаимосвязи:  
 $\rho$  – всюду определенное  $\Leftrightarrow \rho^{-1}$  – сюръективное,  
 $\rho$  – однозначное  $\Leftrightarrow \rho^{-1}$  – инъективное,  
 $\rho$  – биективное  $\Leftrightarrow \rho^{-1}$  – биективное.

### Условия типа непрерывности для соответствий между топологическими пространствами

Пусть  $X, Y$  –любые топологические пространства и  $\rho$  – произвольное соответствие между множествами  $X$  и  $Y$ . Соответствие  $\rho$  назовем:

*непрерывным (конепрерывным)*, если прообразы при соответствии  $\rho$  открытых (замкнутых) в  $Y$  множеств открыты (замкнуты) в подпространстве  $D(\rho)$  пространства  $X$ ;

*открытым (замкнутым)*, если образы при соответствии  $\rho$  открытых (замкнутых) в  $X$  множеств открыты (замкнуты) в подпространстве  $\rho(X)$  пространства  $Y$ .

Понятия непрерывности, открытости и замкнутости соответствий несколько обобщают аналогичные понятия в случае отображений топологических пространств.

Поскольку  $(\rho^{-1})^{-1}=\rho$ , то для соответствий имеет место определенный дуализм, проявляющийся в частности в следующих наблюдениях:

соответствие  $\rho$  непрерывно  $\Leftrightarrow$  обратное соответствие  $\rho^{-1}$  открыто;

$\rho$  конепрерывно  $\Leftrightarrow \rho^{-1}$  замкнуто.

Топологическое пространство назовем *дуо-пространством*, если все его открытые множества замкнуты, равносильно: все замкнутые множества открыты, семейства открытых и замкнутых множеств совпадают, каждое открытое (замкнутое) множество открыто-замкнуто. Дискретные пространства и антидискретные пространства являются дуо-пространствами. В свою очередь, дуо-пространства являются *симметрическими*, т. е. в них замкнутые множества образуют свою топологию, другими словами, пересечение любого семейства открытых множеств симметрического пространства открыто. Отметим также, что только одноточечные топологические пространства являются одновременно дискретными и антидискретными. Общетопологические понятия можно найти в книге [5].

**Пример 1.** Возьмем недискретное топологическое пространство  $X$  и неантидискретное топологическое пространство  $Y$ . Это означает, что в пространстве  $X$  найдется точка  $a$ , для которой множество  $\{a\}$  не открыто, и в пространстве  $Y$  существует непустое собственное открытое множество  $B$ . Определим соответствие  $\rho$  между пространствами  $X$  и  $Y$ , полагая:

$$\rho = (\{a\} \times B) \cup ((X \setminus \{a\}) \times (Y \setminus B)).$$

Получаем всюду определенное сюръективное соответствие  $\rho$  между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$ , не являющееся ни непрерывным, ни конепрерывным. При этом соответствие  $\rho^{-1}$  между пространствами  $Y$  и  $X$  не открыто и не замкнуто.

**Предложение 1.** Для произвольных топологических пространств  $X$  и  $Y$  равносильны следующие утверждения:

- 1) все соответствия между пространствами  $X$  и  $Y$  непрерывны;
- 2) все соответствия между пространствами  $X$  и  $Y$  конепрерывны;
- 3) пространство  $X$  дискретно или пространство  $Y$  антидискретно.

**Доказательство.** В силу общего примера 1 каждое из утверждений 1), 2) влечет утверждение 3). Импликации 3)  $\Rightarrow$  1) и 3)  $\Rightarrow$  2) очевидны.

Имеет место двойственный результат:

**Предложение 2.** Для произвольных топологических пространств  $X$  и  $Y$  равносильны следующие утверждения:

- 1) все соответствия между пространствами  $X$  и  $Y$  открытые;
- 2) все соответствия между пространствами  $X$  и  $Y$  замкнутые;
- 3) пространство  $X$  антидискретно или пространство  $Y$  дискретно.

Из предложений 1 и 2 вытекает

**Следствие 1.** Для топологических пространств  $X$  и  $Y$  эквивалентны следующие утверждения:

- 1) верны одно из утверждений 1), 2) предложения 1 и одно из утверждений 1), 2) предложения 2;
- 2) все соответствия между  $X$  и  $Y$  обладают свойствами непрерывности, конепрерывности, открытости и замкнутости;

3) выполняется одно из условий:  $X$  – одноточечное и  $Y$  – любое,  $Y$  – одноточечное и  $X$  – любое,  $X$  и  $Y$  дискретны,  $X$  и  $Y$  антидискретны.

**Предложение 3.** Пусть  $X$  и  $Y$  – произвольные дуо-пространства. Тогда для соответствий между пространствами  $X$  и  $Y$  эквивалентны свойства непрерывности и конепрерывности, а также открытости и замкнутости.

Доказательство очевидно.

**Замечание 1.** Для однозначных соответствий между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$  понятия непрерывности и конепрерывности эквивалентны. Поэтому примеры непрерывных, но не конепрерывных соответствий и конепрерывных, но не непрерывных соответствий следует искать среди многозначных (не однозначных) соответствий. Заметим еще, что понятия открытости и замкнутости равносильны для инъективных соответствий между пространствами  $X$  и  $Y$ .

**Пример 2.** Рассмотрим произвольные топологические пространства  $X$  и  $Y$ , такие, что  $X$  не является дуо-пространством и  $Y$  не антидискретно. Это означает, что в пространстве  $X$  найдется незамкнутое открытое множество  $A$ , а в пространстве  $Y$  существует непустое собственное открытое множество  $B$ . Положим,

$$\rho = (X \times B) \cup (A \times (Y \setminus B)).$$

Получаем непрерывное открытое всюду определенное сюръективное соответствие  $\rho$  между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$ , не являющееся конепрерывным. Действительно,  $\rho(C) = B$  или  $\rho(C) = X$  для любого подмножества  $C$  пространства  $X$ . Поэтому  $\rho$  открытое. Если  $U$  – непустое открытое подмножество пространства  $Y$ , то  $\rho^{-1}(U) = X$  в случае  $U \cap B \neq \emptyset$  и  $\rho^{-1}(U) = A$  в случае  $U \subseteq Y \setminus B$ , значит,  $\rho$  непрерывно. Поскольку  $\rho^{-1}(Y \setminus B) = A$ , то соответствие  $\rho$  не конепрерывно. Если же множество  $B$  не замкнуто, то  $\rho(X \setminus A) = B$  и, стало быть,  $\rho$  не замкнуто.

Аналогично, соответствие  $\sigma = (X \times (Y \setminus B)) \cup ((X \setminus A) \times B)$  будет конепрерывным замкнутым всюду определенным сюръективным соответствием между пространствами  $X$  и  $Y$ , но не непрерывным.

Обратные соответствия  $\rho^{-1}$  и  $\sigma^{-1}$  между пространствами  $Y$  и  $X$  являются всюду определенными сюръективными соответствиями, при этом  $\rho^{-1}$  открыто, непрерывно и не замкнуто, а  $\sigma^{-1}$  замкнуто, конепрерывно и не открыто.

**Пример 3.** Пусть  $X$  – недискретное дуо-пространство и  $Y$  – топологическое пространство, не являющееся дуо-пространством. Тогда в  $X$  существует непустое собственное множество  $A$ , не являющееся ни открытым, ни замкнутым, а  $Y$  содержит незамкнутое открытое множество  $B$ . Рассмотрим всюду плотное открытое в  $Y$  множество  $C = B \cup (Y \setminus [B]) = Y \setminus ([B] \setminus B)$ , где  $[B]$  есть замыкание в  $Y$  множества  $B$ . Положим,

$$\rho = (X \times C) \cup (A \times (Y \setminus C)).$$

Получаем непрерывное открытое всюду определенное сюръективное соответствие  $\rho$  между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$ , не являющееся конепрерывным. Как и в примере 2, соответствие  $\rho^{-1}$  между пространствами  $Y$  и  $X$  будет незамкнутым открытым непрерывным всюду определенным сюръективным соответствием.

**Пример 4.** Пусть даны неантидискретное дуо-пространство  $X$  и недискретное топологическое пространство  $Y$ . Это значит, что в пространстве  $X$  найдется непустое собственное открыто-замкнутое множество  $A$ , а в пространстве  $Y$  имеется неоткрытое множество  $B$ . Зададим соответствие  $\rho$  между пространствами  $X$  и  $Y$  формулой:

$$\rho = (A \times B) \cup ((X \setminus A) \times (Y \setminus B)).$$

Легко видеть, что соответствие  $\rho$  непрерывно и конепрерывно, но не открыто и не замкнуто. При этом соответствие  $\rho^{-1}$  между пространствами  $Y$  и  $X$  открыто и замкнуто, но не является ни непрерывным, ни конепрерывным.

**Предложение 4.** Для любых топологических пространств  $X$  и  $Y$  эквивалентны следующие утверждения:

- 1) каждое непрерывное соответствие между пространствами  $X$  и  $Y$  конепрерывно;
- 2) свойства непрерывности и конепрерывности соответствий между  $X$  и  $Y$  равносильны;
- 3) выполняется одно из условий:  $X$  дискретно и  $Y$  – любое,  $Y$  антидискретно и  $X$  – любое,  $X$  и  $Y$  являются дуо-пространствами.

**Доказательство.** Импликация 2)  $\Rightarrow$  1) очевидна. В силу общих примеров 2 и 3 утверждение 1) влечет утверждение 3). В силу предложений 1 и 3 из утверждения 3) следует утверждение 2).

Справедливо двойственное предложение:

**Предложение 5.** Для любых топологических пространств  $X$  и  $Y$  эквивалентны следующие утверждения:

- 1) каждое открытое соответствие между пространствами  $X$  и  $Y$  будет замкнутым;
- 2) свойства открытости и замкнутости соответствий между  $X$  и  $Y$  равносильны;

3) выполняется одно из условий:  $X$  антидискретно и  $Y$  – любое,  $Y$  дискретно и  $X$  – любое,  $X$  и  $Y$  – дуо-пространства.

Предложения 4 и 5 влекут

**Следствие 2.** Для топологических пространств  $X$  и  $Y$  свойства непрерывности и конепрерывности, открытости и замкнутости соответствий между  $X$  и  $Y$  попарно равносильны тогда и только тогда, когда имеет место одно из условий:  $X$  – одноточечное и  $Y$  – любое,  $Y$  – одноточечное и  $X$  – любое,  $X$  и  $Y$  будут дуо-пространствами.

**Задача 1.** Верно ли, что утверждение о том, что каждое конепрерывное (замкнутое) соответствие между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$  непрерывно (открыто), эквивалентно утверждениям предложения 4 (соответственно, предложения 5)?

Из следствия 2 и примера 4 вытекает

**Следствие 3.** Свойства непрерывности, конепрерывности, открытости и замкнутости соответствий между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$  равносильны друг другу тогда и только тогда, когда верно одно из условий:  $X$  – одноточечное и  $Y$  – любое,  $Y$  – одноточечное и  $X$  – любое,  $X$  и  $Y$  дискретны,  $X$  и  $Y$  антидискретны.

Интересно сравнить следствия 1 и 3.

**Задача 2.** Для каких топологических пространств  $X$  и  $Y$  все непрерывные соответствия между  $X$  и  $Y$  будут открытыми; замкнутыми?

### Двойственности для категории топологических пространств и их непрерывных соответствий

Далее введем понятия топологического булеана и топологического гомоморфизма топологических булеанов.

Напомним, что булеаном множества  $X$  называется множество  $\mathbf{B}(X)$  всех подмножеств в  $X$ , рассматриваемое с отношением включения  $\subseteq$ . При этом наименьшим элементом  $\mathbf{B}(X)$  служит пустое множество  $\emptyset$ , которое будем называть нулем  $0$ , а наибольшим элементом  $\mathbf{B}(X)$  является само множество  $X$ , называемое единицей  $1$  булеана  $\mathbf{B}(X)$ . Булеан  $\mathbf{B}(X)$  является полной атомной булевой решеткой, атомы которой совпадают с одноэлементными подмножествами в  $X$ .

Возьмем произвольное соответствие  $\rho$  между множествами  $X$  и  $Y$ . Рассмотрим отображение взятия образов при действии  $\rho$ :

$$\rho: \mathbf{B}(X) \rightarrow \mathbf{B}(Y), \rho(A) = \rho(A) \text{ для любого } A \subseteq X,$$

булеана  $\mathbf{B}(X)$  множества  $X$  в булеан  $\mathbf{B}(Y)$  множества  $Y$ . Легко видеть, что  $\rho$  является полным  $\vee$ -гомоморфизмом булеанов:  $\rho(\emptyset) = \emptyset$  и  $\rho(\cup A_i) = \cup \rho(A_i)$  для любого непустого семейства  $(A_i)_{i \in I}$  подмножеств  $A_i$  множества  $X$ .

Если  $\alpha$  – полный  $\vee$ -гомоморфизм булеана  $\mathbf{B}(A)$  в булеан  $\mathbf{B}(B)$ , то задаем соответствие  $\rho(\alpha)$  между множествами  $A$  и  $B$  по формуле:

$$a\rho(\alpha)b \Leftrightarrow b \in \alpha(\{a\}) \text{ для любых } a \in A \text{ и } b \in B.$$

Имеет место

**Предложение А** [1, предложение 1]. Для любых множеств  $X$  и  $Y$  переходы  $\rho \rightarrow \rho$  и  $\alpha \rightarrow \rho(\alpha)$  устанавливают взаимно однозначное соответствие между соответствиями  $\rho$  между множествами  $X$  и  $Y$  и полными  $\vee$ -гомоморфизмами  $\alpha$  булеана  $\mathbf{B}(X)$  в булеан  $\mathbf{B}(Y)$ , при этом  $\alpha = \rho$ .

Наряду с отображением  $\rho$  взятия образов при соответствии  $\rho$  определяется отображение взятия прообразов:

$$\rho^{-1}(B) = \{x \in X: \exists y \in B \text{ } x\rho y\} \text{ для всех } B \subseteq Y.$$

Получаем полный  $\vee$ -гомоморфизм  $\rho^{-1}$  булеана  $\mathbf{B}(Y)$  в булеан  $\mathbf{B}(X)$ , отвечающий обратному соответствию  $\rho^{-1}$  между множествами  $Y$  и  $X$ .

**Предложение В** [1, теорема 1]. Категория всех множеств с бинарными отношениями между множествами в качестве морфизмов эквивалентна категории булеанов всевозможных множеств и их полных  $\vee$ -гомоморфизмов.

**Замечание 2.** Отметим, что отображения  $A \rightarrow A$  и  $\rho \rightarrow \rho^{-1}$  индуцирует антиэквивалентность категории всех множеств  $A$  с соответствиями  $\rho$  между множествами на саму себя.

Соответствие  $\rho$  между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$  назовем:

строго непрерывным, если  $\rho$  непрерывно и  $D(\rho)$  открыто в  $X$ ;

строго открытым, если  $\rho$  открыто и  $\rho(X)$  открыто в  $Y$ .

Ясно, что:  $\rho$  строго непрерывно  $\Leftrightarrow \rho^{-1}$  строго открыто; всюду определенные непрерывные соответствия строго непрерывны; сюръективные открытые соответствия строго открыты.

Определим двойственность между категорией всех топологических пространств со строго непрерывными соответствиями между ними в качестве морфизмов и категорией топологических булеанов и их топологических гомоморфизмов.

Пусть теперь  $X$  – произвольное топологическое пространство. Через  $\tau(X)$  обозначим решетку всех открытых множеств пространства  $X$ ; она является подрешеткой булеана  $\mathbf{B}(X)$ . Следуя [4, глава III], булеан  $\mathbf{B}(X)$  с выделенной подрешеткой  $\tau(X)$  назовем *топологическим булеаном* топологического пространства  $X$ ; можно считать, что в  $\mathbf{B}(X)$  задана унарная операция взятия внутренности подмножеств пространства  $X$ .

Для топологических пространств  $X, Y$  полный  $\vee$ -гомоморфизм  $\alpha$  топологического булеана  $\mathbf{B}(X)$  в топологический булеан  $\mathbf{B}(Y)$  назовем их *топологическим гомоморфизмом*, если  $\alpha(\tau(X)) \subseteq \tau(Y)$ .

Из предложения А и замечания 2 вытекает

**Предложение 6.** Для любых топологических пространств  $X$  и  $Y$  переходы  $\rho \rightarrow \rho^{-1}$  и  $\alpha \rightarrow \rho(\alpha)^{-1}$  устанавливают взаимно однозначное соответствие между строго непрерывными соответствиями  $\rho$  между  $X$  и  $Y$  и топологическими гомоморфизмами  $\alpha$  булеана  $\mathbf{B}(Y)$  в булеан  $\mathbf{B}(X)$ .

**Предложение 7.** Рассмотрим следующие категории:

(1) категория всех топологических пространств  $X$  со строго непрерывными соответствиями  $\rho$  между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$  в качестве морфизмов;

(2) категория всех топологических пространств  $X$  и строго открытых соответствий  $\sigma$  между топологическими пространствами  $Y$  и  $X$ ;

(3) категория всевозможных топологических булеанов  $\mathbf{B}(X)$  и их топологических гомоморфизмов  $\sigma: \mathbf{B}(Y) \rightarrow \mathbf{B}(X)$  при строго открытых соответствиях  $\sigma$  между топологическими пространствами  $Y$  и  $X$ ;

(4) категория всевозможных топологических булеанов  $\mathbf{B}(X)$  и их топологических гомоморфизмов  $\rho^{-1}: \mathbf{B}(Y) \rightarrow \mathbf{B}(X)$  при строго непрерывных соответствиях  $\rho$  между топологическими пространствами  $X$  и  $Y$ .

Тогда категория (1) антиэквивалентна эквивалентным друг другу категориям (2)–(4).

**Доказательство.** Полагаем  $\sigma = \rho^{-1}$  и применяем предложения 6 и 7 и замечание 2.

#### Дополнение

Обозначим через  $SCR(X)$  полугруппу всевозможных непрерывных соответствий на топологическом пространстве  $X$  (между  $X$  и  $X$ ), рассматриваемую с операцией композиции соответствий. Тожественное отображение  $1_X$  является единицей полугруппы  $SCR(X)$ . Полугруппа  $S(X)$  всех непрерывных отображений  $X \rightarrow X$  (преобразований пространства  $X$ ) служит подполугруппой полугруппы  $SCR(X)$ . Автогомеоморфизмы пространства  $X$  образуют подполугруппу в  $S(X)$  – группу  $G(X)$  обратимых элементов полугруппы  $SCR(X)$ . Полугруппа  $S(X)$  и группа  $G(X)$  изучались ранее [2, параграф 4].

Мы анонсируем следующий результат об определяемости топологических пространств:

**Теорема.** Произвольные топологические пространства  $X$  и  $Y$  гомеоморфны тогда и только тогда, когда изоморфны полугруппы  $SCR(X)$  и  $SCR(Y)$  их непрерывных соответствий. Более того, изоморфизмы полугрупп  $SCR(X)$  и  $SCR(Y)$  индуцируются гомеоморфизмами пространств  $X$  и  $Y$ .

Отметим, что доказательство данной теоремы будет опубликовано в готовящейся к печати статье Е. М. Вечтомова «Полугруппа непрерывных соответствий на топологическом пространстве».

#### Список литературы

1. Вечтомов Е. М. Бинарные отношения и гомоморфизмы булеанов // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика, механика, информатика. 2019. Вып. 1 (30). С. 3–15.
2. Вечтомов Е. М. Вопросы определяемости топологических пространств алгебраическими системами непрерывных функций // Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР. Алгебра. Топология. Геометрия. 1990. Т. 28. С. 3–46.
3. Вечтомов Е. М. Математика: основные математические структуры: учебное пособие для академического бакалавриата. 2-е изд. М.: Юрайт, 2018. 296 с.
4. Расева Е., Сикорский Р. Математика метаматематики / пер. с англ. М.: Наука, 1972. 592 с.
5. Энгелькинг Р. Общая топология / пер. с англ. М.: Мир, 1986. 752 с.

## On continuous correspondences between topological spaces

E. M. Vechtomov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of fundamental mathematics, Vyatka State University, Russia, Kirov. E-mail: vecht@mail.ru

**Abstract.** The article studies the properties of the continuity type of correspondences (binary relations) between arbitrary topological spaces. General examples are given. In terms of topological spaces, the following criteria are given: all correspondences between them are continuous; all continuous correspondences are contiguous; the

properties of correspondences are to be continuous, contiguous, open, closed are equivalent. The duality between the category of topological spaces with strictly continuous correspondences between them and the category of topological Booleans and their topological homomorphisms is established.

**Keywords:** topological space, correspondence, continuity, Duo-space, topological Boolean, duality.

### References

1. Vechtomov E. M. *Binarnye otnosheniya i gomomorfizmy buleanov* [Binary relations and Boolean homomorphisms] // *Vestnik Syktyvkerskogo universiteta. Seriya 1: Matematika, mekhanika, informatika* – Herald of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics, mechanics, computer science. 2019. Vol. 1 (30). Pp. 3–15.
2. Vechtomov E. M. *Voprosy opredelyaemosti topologicheskikh prostranstv algebraicheskimi sistemami nepreryvnykh funktsij* [Issues of definability of topological spaces by algebraic systems of continuous functions] // *Itogi nauki i tekhniki. VINITI AN SSSR. Algebra. Topologiya. Geometriya* – Results of science and technology. All-Russian Institute of Scientific and Technical Information, AS USSR. Algebra. Topology. Geometry. 1990. Vol. 28. Pp. 3–46.
3. Vechtomov E. M. *Matematika: osnovnye matematicheskie struktury : uchebnoe posobie dlya akademicheskogo bakalavriata* [Mathematics: basic mathematical structures : textbook for academic undergraduate]. 2<sup>nd</sup> publ. M. Yurait. 2018. 296 p.
4. Raseva E., Sikorskij R. *Matematika metamatematiki* [Mathematics of metamathematics] / transl. from English. M. Nauka. 1972. 592 p.
5. Engel'king R. *Obshchaya topologiya* [General topology] / transl. from Eng. M. Mir. 1986. 752 p.

## Изучение геометрических преобразований в магистратуре в рамках дисциплины «Элементарная математика в контексте высшей»

Л. В. Тимшина

старший преподаватель кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0003-3279-8259. E-mail: larisatimshina@rambler.ru

**Аннотация.** В статье рассматриваются особенности изучения геометрических преобразований в рамках дисциплины «Элементарная математика в контексте высшей», которая входит в обязательные дисциплины вариативной части учебного плана магистратуры для направления подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование», профиль «Математика». Намечается проблема разработки соответствующих предметных и учебных задач, освоение которых является совместной деятельностью преподавателя и студента по достижению целей обучения. Представлены примеры учебных заданий для самостоятельной познавательной деятельности студентов.

**Ключевые слова:** геометрические преобразования, компетенция, магистратура, учебное задание.

В связи с принятием и утверждением новых образовательных стандартов высшего образования, реализующих компетентностно-ориентированный образовательный процесс, необходима существенная корректировка приоритетов и акцентов в содержании образования и способах его развертывания на разных ступенях обучения. Определяющими в современных условиях является набор компетенций как способностей выпускника образовательного учреждения использовать усвоенные знания, учебные умения и навыки, а также способы деятельности для решения практических и теоретических задач. Так, например, в ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование» (уровень магистратуры) отмечается, что для решения профессиональных задач у выпускника должны быть сформированы, в частности, следующие компетенции:

- способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу, способность совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень;
- готовность использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач;
- способность руководить исследовательской работой обучающихся;
- способность анализировать результаты научных исследований, применять их при решении конкретных научно-исследовательских задач в сфере науки и образования, самостоятельно осуществлять научное исследование;
- готовность использовать индивидуальные креативные способности для самостоятельного решения исследовательских задач.

Переход к компетентностной модели выпускника высшего учебного заведения намечен, например, в исследованиях [2; 8; 9].

Ключевые компетенции можно развивать средствами всех учебных дисциплин: как общеобразовательных, так и специальных. Большие возможности в формировании отмеченных компетенций имеют математические дисциплины, преподавание которых расширяет научный кругозор магистрантов педагогических направлений подготовки и ориентирует их на учебно-воспитательный, научно-методический и научно-исследовательский вид будущей профессиональной деятельности.

В учебном процессе средством развития указанных видов деятельности являются адекватные им предметные и учебные задачи, которые формулируются, как правило, в виде учебных заданий. При предъявлении содержания учебного задания необходимо учесть, что магистранты уже освоили первую ступень высшего образования (бакалавриат), имеют достаточную теоретическую подготовку и способны самостоятельно решать многие образовательные задачи.

В ВятГУ магистрантам-педагогам (профиль «Математика») читается курс «Элементарная математика в контексте высшей», в который, в частности, входит геометрический материал. Приведем здесь слова Ф. Клейна из введения ко второму тому «Элементарная математика с точки зрения высшей» [4], которые, на наш взгляд, задают определенную основу методологии преподаваемых геометрических разделов рассматриваемой дисциплины. Обращаясь к слушателям, он отмечает: «На первом плане должен стоять теперь ... *энциклопедический момент*; вы должны получить обзор *всей области геометрии*, который даст вам готовые рамки для размещения в них всех отдельных

сведений, приобретенных вами за время вашего обучения, чтобы держать их, таким образом, наготове для какого угодно употребления».

В рамках данного курса естественное продолжение получает линия геометрических преобразований, различные аспекты преподавания которой при подготовке учителя математики рассматривались нами ранее в публикации [7].

Метод геометрических преобразований является важнейшим из методов геометрии. Прежде всего, он позволяет оригинально и красиво решать многие геометрические задачи на доказательство, нахождение множеств точек, построение [5; 6]. Этот аспект активно изучается на первой ступени высшего педагогического образования – бакалавриате. Изучаются движения, преобразования подобия и аффинные преобразования. В магистратуре это направление нужно поддерживать, предлагая студентам соответствующие учебные задания. Здесь они могут быть сформулированы в виде методических задач, являющихся основным средством формирования методических умений будущих педагогов. В статье [3] приведен обзор классификаций методических задач и сформулированы требования для проектирования системы таких задач, способствующей профессиональной подготовке учителя. Результат решения методической задачи – это получение педагогических фактов: перечня проблемных вопросов по конкретной теме, тестов для определения уровня знаний учащихся, последовательности операций при показе демонстрационного эксперимента и т. д. Хорошей основой выступают математические задачи, «обрастающие» серией заданий методического характера.

В качестве примера приведем набор геометрических задач, имеющих сходную геометрическую конфигурацию.

**Задача 1.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $CM$ -медиана. На катетах  $AC$  и  $BC$  вне треугольника построены квадраты  $ACPK$  и  $BCDE$ . Доказать, что прямые  $CM$  и  $DP$  перпендикулярны.

**Задача 2.** На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  вне его построены квадраты  $ABGF$  и  $BCED$ . Точка  $H$  – середина стороны  $AC$ . Докажите, что точка  $H$  равноудалена от центров  $S$  и  $Q$  квадратов.

**Задача 3.** Два квадрата  $BCDA$  и  $BKMN$  имеют общую вершину  $B$ . Доказать, что медиана  $BE$  треугольника  $ABK$  и высота  $BF$  треугольника  $CBN$  лежат на одной прямой (вершины квадратов перечислены по часовой стрелке).

Решение предложенных задач возможно методом поворота. Рассмотрим решение второй задачи (рис. 1) из предложенного списка. Отметим, что данная задача предлагалась в тренировочном варианте ЕГЭ 2018–2019 учебного года, что подтверждает актуальность изучения метода геометрических преобразований.

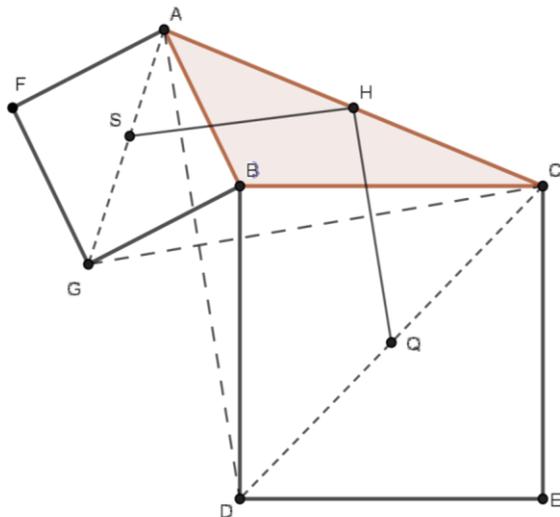


Рис. 1

Решение. Поворот вокруг точки  $B$  на угол  $90^\circ$  переводит отрезок  $AD$  в отрезок  $GC$  и тем самым устанавливает равенство и перпендикулярность этих отрезков. Далее из треугольников  $CAD$  и  $AGC$ , основаниями которых являются рассмотренные отрезки, получаем равенство их средних линий  $HQ$  и  $HS$ , что и доказывает требование задачи.

Дополнительно получаем тот факт, что отрезки  $HQ$  и  $HS$  перпендикулярны.

При работе с геометрическими задачами, которые решаются на основе какого-либо геометрического преобразования, можно предложить магистрантам подобрать цепочку взаимосвязанных задач, работа с которыми подводит к решению сформулированной проблемы, обобщить полученный результат, составить новую задачу и т. д. Выполнение студентами методических заданий способствует более глубокому

осмыслению изучаемого математического материала, формированию у них профессиональных умений и навыков.

Для самостоятельного осуществления научного исследования и способности руководить исследовательской работой учеников будущим педагогам необходимы умения подбирать и работать с научной литературой, обобщать теоретические знания в докладах, аннотациях, сообщениях, рефератах; умения наблюдать, изучать, анализировать, обобщать опыт учителей с целью применения в собственной педагогической деятельности; умения формулировать гипотезу, проводить экспе-

римент, применять полученные знания в новых ситуациях, интегрировать знания из различных учебных дисциплин, ставить новые задачи на базе решенной, представлять результаты в форме сообщений, статей, докладов. Все перечисленные виды деятельности необходимо предусмотреть при подготовке учебных заданий.

Следующий пример, на наш взгляд, демонстрирует ценность использования аффинных преобразований евклидовой плоскости в ситуации получения нового геометрического факта.

**Задача 4.** Геометрическая интерпретация теоремы Пифагора утверждает, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах (рис. 2). Какую теорему можно получить, подвергнув выражающий теорему Пифагора чертеж произвольному аффинному преобразованию? [10]

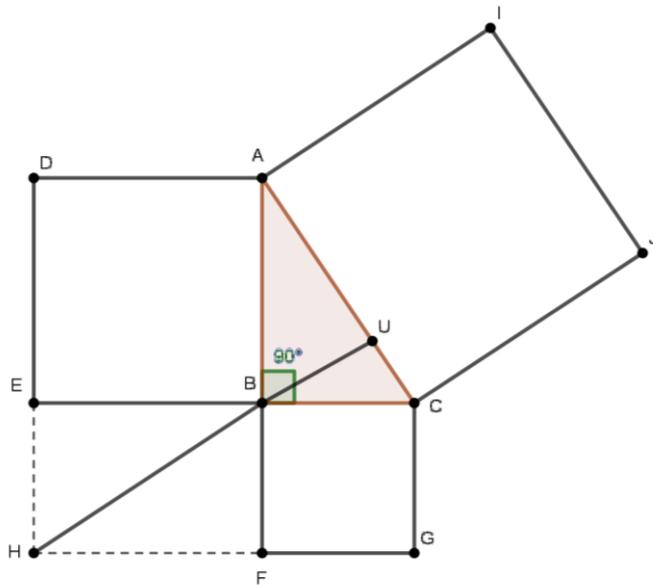


Рис. 2

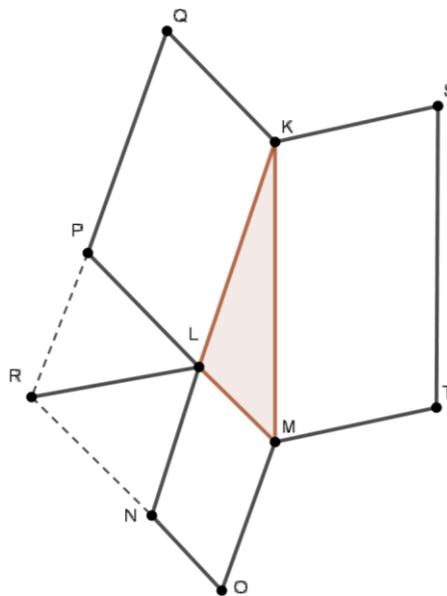


Рис. 3

Решение. На рисунке 3 представлен вид преобразованного чертежа при произвольном аффинном преобразовании. Образом прямоугольного треугольника  $ABC$  является произвольный треугольник  $KLM$ . Квадраты преобразуются в параллелограммы. В задаче достаточно просто строятся образы квадратов  $ABED$  и  $BCGF$ , так как сохраняется отношение параллельных отрезков. Для построения образа квадрата  $AIJC$  необходимо заметить, что его сторона  $AI$  параллельна диагонали  $BH$  прямоугольника  $BFHE$  и равна ей по длине. Значит, в новой конфигурации направление стороны  $KS$  квадрата  $KSTM$  и ее длина задаются направлением и длиной диагонали  $LR$  параллелограмма  $LMRP$ . Вновь полученный чертеж наследует аффинные свойства первоначального чертежа. Как известно, при аффинных преобразованиях площади фигур изменяются в одно и то же число раз. Данный инвариант позволяет сформулировать новое утверждение.

Пусть на сторонах треугольника  $KLM$  построены параллелограммы  $KLPQ$ ,  $LMON$  и  $KSTM$  (рис. 3). При условии, что  $KL : LN = LP : ML$  и  $KS = LR$  и  $KS$  параллельна  $LR$ , площадь параллелограмма  $KSTM$  равна сумме площадей параллелограммов  $KLPQ$  и  $LMON$ .

Результатом решения предложенного учебного задания является не только конкретная теорема, но одновременно и метод получения новых теорем.

Применение геометрических преобразований в различных ситуациях, имеющих практическую ценность, повышает учебную мотивацию магистрантов, формирует и развивает интеллектуальные и практические умения.

Особо в теории геометрических преобразований можно выделить преобразования проективные. Расширенная евклидова плоскость является одной из моделей проективной плоскости, что позволяет с новых позиций оценить уже известные факты евклидовой геометрии. Здесь можно выделить два направления. Первое связано с изучением гомологий, второе – с использованием проективных преобразований в решении геометрических задач на доказательство и построение.

Продемонстрируем на примере понятия гомологии приложения проективных преобразований к элементарной геометрии. Гомологией называется проективное преобразование проективной плоскости, имеющее прямую неподвижных точек. Более подробно со свойствами гомологии можно по-

знакомиться, например, в [1]. Особый интерес для приложений к элементарной геометрии представляют такие гомологии расширенной плоскости, которые имеют несобственный центр или/и ось.

**Задача 5.** *Какие аффинные преобразования порождаются гомологиями расширенной плоскости, имеющими несобственный центр или/и ось?*

Метод решения задачи состоит в том, чтобы выполнить построение образа точки для данного конкретного случая и посмотреть, какому аффинному преобразованию оно соответствует. Рассматривая некоторые частные случаи гомологии (несобственный центр или/и ось) на расширенной евклидовой плоскости, можно установить скрытую связь между такими, казалось бы, разными преобразованиями, как перспективно-аффинное преобразование, гомотетия и параллельный перенос. Тот факт, что гомотетию можно рассматривать как гомологию с несобственной осью и собственным центром, применяется, например, для решения следующей задачи.

**Задача 6.** *Докажите, что композиция двух гомотетий на евклидовой плоскости есть либо гомотетия, либо параллельный перенос, причем в первом случае центры всех трех гомотетий лежат на одной прямой, а во втором вектор переноса параллелен прямой, соединяющей центры данных гомотетий.*

Гомология может быть применена в решении задач на построение. Приведем примеры таких задач.

**Задача 7.** *Постройте прямую, проходящую через данную точку и недоступную точку пересечения двух данных прямых.*

**Задача 8.** *На чертеже ограниченных размеров даны прямые  $a$  и  $b$ , пересекающиеся в недоступной точке  $A$ , и прямые  $m$  и  $n$ , пересекающиеся в недоступной точке  $B$ . Построить прямую  $AB$ .*

Общий подход к решению таких задач состоит в том, чтобы сконструировать некоторую геометрическую конфигурацию, в которой данные и искомые элементы имеют определенный смысл. Например, для решения задачи 7 одну из данных прямых можно принять за ось гомологии, центр которой выбирается произвольно. Данная точка рассматривается как образ некоторой точки на второй данной прямой. Образом этой прямой при выбранной гомологии и будет искомая прямая.

Таким образом, проективные преобразования можно применять для решения задач элементарной геометрии.

Как видно из материалов статьи, изучаемые в вузе теории позволяют иначе взглянуть на решение школьных задач, обосновать решение с новых позиций. Кроме того, предъявление соответствующей системы предметных и учебных заданий формирует компетенции как способность выпускника учебного заведения самостоятельно действовать в различных, в том числе профессиональных, ситуациях.

### Список литературы

1. Атанасян Л. С., Базылев В. Т. Геометрия : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов : в 2 ч. Ч. 2. М. : Просвещение, 1987. 352 с.
2. Епишева О. Б. Формирование профессиональной компетентности выпускника и преподавателя профессионального учебного заведения: вопросы теории и практики : учеб. пособие. Тюмень : ТюмГНГУ, 2010. 300 с.
3. Игна О. Н. Методические задачи в профессиональной подготовке учителя: содержание и классификации // Вестник ТГПУ. 2009. Выпуск 7. С. 20–23.
4. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей : в 2-х т. Т. 2. Геометрия / пер. с нем. ; под ред. В. Г. Болтянского. 2-е изд. М. : Наука, 1987. 416 с.
5. Понарин Я. П. Геометрия : учеб. пособие. Ростов-на-Дону : Феникс, 1997. 512 с.
6. Рубанов И. С. Восемь ремней для мотора, или Как применять геометрические преобразования к решению задач // Математический вестник педвузов Волго-Вятского региона. Вып. 2. Киров : Изд-во Вятского госпедуниверситета, 2000.
7. Тимшина Л. В. Профессиональная подготовка учителя математики к преподаванию геометрических преобразований в средней школе // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. 2008. № 4 (1). С. 51–54.
8. Хуторской А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Народное образование. 2003. № 2. С. 59–68.
9. Шадриков В. Д. Новая модель специалиста: инновационная подготовка и компетентностный подход // Высшее образование сегодня. 2004. № 8. С. 26–31.
10. Яглом И. М., Ашкинудзе В. Г. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. М., 1962. Ч. I. 247 с.

# The study of geometric transformations in the magistracy within the discipline "Elementary mathematics in the context of the higher mathematics"

L. V. Timshina

senior lecturer, Department of fundamental mathematics, Vyatka State University.  
Russia, Kirov. ORCID: 0000-0003-3279-8259. E-mail: larisatimshina@rambler.ru

**Abstract.** The article deals with the features of the study of geometric transformations within the discipline "Elementary mathematics in the context of higher mathematics", which is included in the compulsory disciplines of the variable part of the master's plan for the direction of training 44. 04. 01 "Pedagogical education", profile "Mathematics". The problem of development of the corresponding subject and educational tasks which development is a joint activity of the teacher and the student on achievement of the purposes of training is outlined. Examples of educational tasks for independent cognitive activity of students are presented.

**Keywords:** geometric transformations, competence, magistracy, educational task.

## References

1. Atanasyan L. S., Bazylev V. T. *Geometriya : ucheb.posobie dlya studentov fiz.-mat. fak. ped. in-tov: v 2 ch. Ch. 2* [Geometry : textbook for students of physical and mathematical faculties of ped. institutions: in 2 parts. Part 2]. M. Prosveshchenie. 1987. 352 p.
2. Episheva O. B. *Formirovanie professional'noj kompetentnosti vypusknika i prepodavatelya professional'nogo uchebnogo zavedeniya: voprosy teorii i praktiki : ucheb. posobie* [Formation of professional competence of a graduate and teacher of a professional educational institution: theory and practice : tutorial]. Tyumen. TSOGU. 2010. 300 p.
3. Igna O. N. *Metodicheskie zadachi v professional'noj podgotovke uchitelya: sodержanie i klassifikacii* [Methodological tasks in teacher training: content and classifications] // *Vestnik TGPU – Herald of TSPU*. 2009. Issue 7. Pp. 20–23.
4. Klein F. *Elementarnaya matematika s točki zreniya vysshej: v 2-h t. T. 2. Geometriya* [Elementary mathematics from the point of view of the higher mathematics: in 2 volumes. Vol. 2. Geometry] / transl. from Germ.; under the editorship of V. G. Boltyansky. 2nd publ. M. Nauka. 1987. 416 p.
5. Ponarin Ya. P. *Geometriya : ucheb. posobie* [Geometry : tutorial]. Rostov-on-Don. Phoenix. 1997. 512 p.
6. Rubanov I. S. *Vosem' remnej dlya motora, ili Kak primenyat' geometricheskie preobrazovaniya k resheniyu zadach* [Eight belts for a motor, or How to apply geometric transformations to solving problems] // *Matematicheskij vestnik pedvuzov Volgo-Vyatskogo regiona – Mathematical herald of Pedagogical Universities of the Volga-Vyatka Region*. Vol. 2. Kirov. Vyatka State University. 2000.
7. Timshina L. V. *Professional'naya podgotovka uchitelya matematiki k prepodavaniyu geometricheskikh preobrazovanij v srednej shkole* [Vocational training of a mathematics teacher for teaching geometric transformations in high school] // *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta – Herald of the Vyatka State Humanitarian University*. 2008. No. 4 (1). Pp. 51–54.
8. Hutorskoj A. V. *Klyuchevye kompetencii kak komponent lichnostno-orientirovannoj paradigmy obrazovaniya* [Key competencies as a component of a personality-oriented education paradigm] // *Narodnoe obrazovanie – Public Education*. 2003. No. 2. Pp. 59–68.
9. Shadrikov V. D. *Novaya model' specialista: innovacionnaya podgotovka i kompetentnostnyj podhod* [New model of a specialist: innovative training and competency-based approach] // *Vysshee obrazovanie segodnya – Higher education today*. 2004. No. 8. Pp. 26–31.
10. Yaglom I. M., Ashkinuse V. G. [Ideas and methods of affine and projective geometry]. M. 1962. Part I. 247 p.

## Определение эффективных показателей тракторного дизеля при работе на топливной композиции с добавками рапсового масла

С. А. Плотников<sup>1</sup>, Ш. В. Бузиков<sup>2</sup>, И. С. Козлов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>доктор технических наук, профессор кафедры технологии машиностроения, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: sa\_plotnikov@vyatsu.ru

<sup>2</sup>кандидат технических наук, заведующий кафедрой машин и технологии деревообработки, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: usr10012@vyatsu.ru

<sup>3</sup>аспирант кафедры машин и технологии деревообработки, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: vz-43@mail.ru

**Аннотация.** Актуальность исследования обусловлена необходимостью применения топливных композиций с добавками рапсового масла в тракторных дизелях. Целью исследования является определение влияния топливных композиций с добавками рапсового масла на эффективные показатели тракторного дизеля. Для этой цели были проведены сравнительные испытания тракторного дизеля при работе на чистом дизельном топливе и топливных композиций, состоящих из смеси дизельного топлива, рапсового масла и разных депрессорно-диспергирующих присадок. В результате впервые были получены количественные характеристики влияния разных депрессорно-диспергирующих присадок и их концентраций, а также процентного содержания рапсового масла в топливной композиции на эффективные показатели тракторного дизеля. Анализ полученных данных показал, что при содержании рапсового масла в топливной композиции до 50-55% приводит к минимальному снижению на 23% эффективного КПД и увеличению на 383-506 г/кВт·ч удельного расхода топлива при практически неизменной эффективной мощности и крутящем моменте тракторного дизеля. Увеличение добавки рапсового масла в топливной композиции свыше 60% повлечет за собой дополнительное использование средств, связанных с улучшением его физико-механических и моторных свойств, а также изменению конструктивно-технологических параметров топливоподающей аппаратуры.

**Ключевые слова:** топливная композиция, рапсовое масло, присадки, нагрузочные характеристики, испытания.

На сегодняшний день одним из видов моторного топлива является рапсовое масло, полученное из растительной биомассы [1; 9]. Переход на его применение в качестве альтернативы моторному топливу позволяет удовлетворить потребности в энергии без ущерба для окружающей среды [1; 9]. В связи с этим отметим, что экологический фактор является основным обуславливающим необходимость его применения [1].

Рапсовое масло – это масло, полученное из сельскохозяйственной культуры рапса путем пресования или отжима, химически не модифицированное [1; 9].

Свойствами рапсового масла, влияющими на процессы, происходящие в цилиндре дизеля, такие как нагревание, испарение, смесеобразование, воспламенение и сгорание, являются плотность, кинематическая и динамическая вязкость, поверхностное натяжение и содержание химически связанного молекулярного кислорода [3; 5; 6; 9]. Наличие кислорода обуславливает более полное сгорание топлива в цилиндрах дизеля и снижает содержание сажи в отработавших газах дизеля [2].

Рапсовое масло представляет собой смесь моно- ди- и триацилглицеринов, содержащих молекулы высших алифатических кислот. Эти кислоты представляют собой высокомолекулярные кислородсодержащие соединения с углеводородным основанием, связанным с молекулой глицерина [1; 9].

С целью определения нагрузочных характеристик тракторного дизеля 4ЧН 11,0/12,5 при частоте вращения коленчатого вала двигателя соответствующему максимальному крутящему моменту  $n=1400$  мин<sup>-1</sup> и номинальной мощности  $n=1800$  мин<sup>-1</sup> при его работе на топливных композициях с добавками рапсового масла и присадок направленного действия проведены сравнительные стендовые испытания.

Экспериментальные исследования проведены на нагрузочном электродвигателем стенде RAPIDO (Германия) марки SAK N670 с балансирной маятниковой машиной мощностью 250 кВт в

рамках выполнения договора о научно-техническом сотрудничестве, заключенного между ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет» и УО «Белорусская государственная орденов Октябрьской Революции и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственная академия».

Испытательная установка расположена в аккредитованной научно-исследовательской лаборатории испытаний двигателей внутреннего сгорания УО «Белорусская государственная орденов Октябрьской Революции и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственная академия». Стенд для проведения испытаний оборудован приборами, устройствами и приспособлениями для контроля эффективных показателей, дымности и токсичности отработавших газов двигателя, все приборы прошли государственную поверку.

Исследования проведены на чистом ДТ, ДТ с добавкой 20% и 55% РМ и 2% присадки. Топливная композиция предварительно получена путем смешивания массовых долей составляющих, после чего произведена заправка тракторного дизеля.

При использовании топливных композиций с добавками рапсового масла произведена перекалибровка топливного насоса высокого давления (ТНВД) для увеличения цикловой подачи путем изменения активного хода плунжера с целью компенсации уменьшения теплоты, вносимой в тракторный дизель с этим топливом.

На рисунке 1 показан график изменения эффективных показателей тракторного дизеля 4ЧН 11,0/12,5 при различном содержании рапсового масла, 2% присадки в топливной композиции при частоте вращения 1800 мин<sup>-1</sup>.

Из данных, представленных на рисунке 1, видно, что при снижении нагрузки с 1,0 до 0,2 МПа и увеличении содержания рапсового масла до 55 % в топливной композиции эффективный КПД  $\eta_e$  уменьшился с 37% до 14%, удельный  $g_e$  и часовой  $G_T$  расходы топлива увеличились с 228 до 611 г/кВт·ч и с 5,3 до 17,6 кг/ч соответственно. Значение эффективной мощности  $N_e$  и крутящего момента  $M_{кр}$  в зависимости от концентрации рапсового масла в топливной композиции изменились незначительно.

На рисунке 2 показан график изменения эффективных показателей тракторного дизеля 4ЧН 11,0/12,5 при различном содержании рапсового масла, 2% присадки в топливной композиции при частоте вращения 1400 мин<sup>-1</sup>.

Из данных, представленных на рисунке 2, видно, что при снижении нагрузки с 1,2 до 0,2 МПа и увеличении содержания рапсового масла до 55 % в топливной композиции эффективный КПД  $\eta_e$  уменьшился с 35% до 12%, удельный  $g_e$  и часовой  $G_T$  расходы топлива увеличились с 241 до 747 г/кВт·ч и с 3,7 до 17,16 кг/ч соответственно. Значение эффективной мощности  $N_e$  и крутящего момента  $M_{кр}$  в зависимости от концентрации рапсового масла в топливной композиции изменились незначительно.

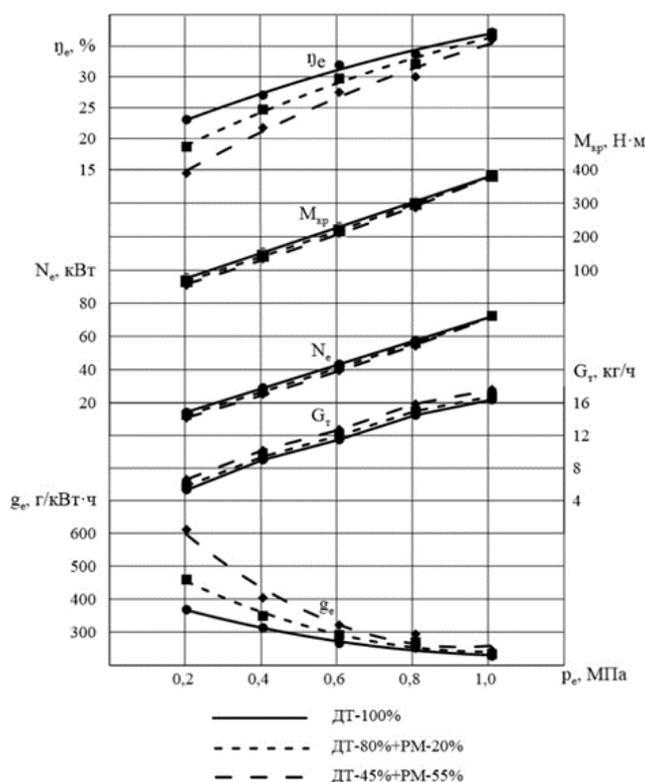


Рис. 1. Нагрузочная характеристика тракторного дизеля 4ЧН 11,0/12,5 при  $n=1800$  мин<sup>-1</sup>

Содержание рапсового масла в топливной композиции до 50-55% приведет к минимальному снижению на 23% эффективного КПД и увеличению на 383-506 г/кВт·ч удельного расхода топлива при практически неизменной эффективной мощности и крутящем моменте тракторного дизеля, это в свою очередь связано с уменьшением нижней расчетной теплоты сгорания [4] и ухудшением процессов впрыскивания и смесеобразования связанного с большим значением коэффициента поверхностного натяжения по сравнению с чистым дизельным топливом [8], а также увеличению периода задержки воспламенения [7].

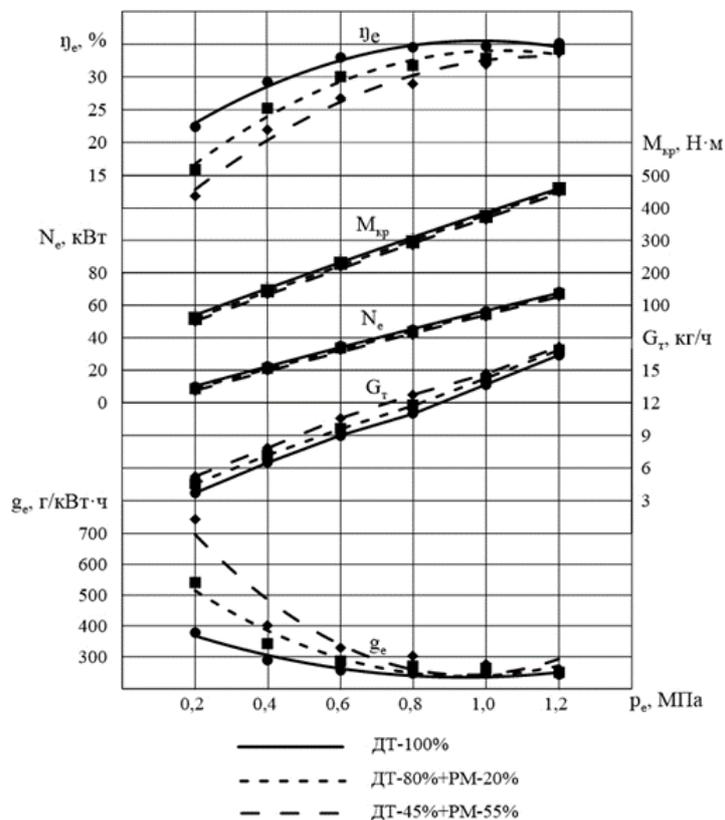


Рис. 2. Нагрузочная характеристика тракторного дизеля 4ЧН 11,0/12,5 при  $n=1400 \text{ мин}^{-1}$

Увеличение добавки рапсового масла в топливной композиции свыше 60% повлечет за собой дополнительное использование средств, связанных с улучшением его физико-механических и моторных свойств, а также изменению конструктивно-технологических параметров топливоподающей аппаратуры.

### Список литературы

1. Карташевич А. Н., Плотников С. А., Товстыка В. С. Применение топлив на основе рапсового масла в тракторных дизелях. Киров : Авангард, 2014. 144 с.
2. Карташевич А. Н., Товстыка В. С., Плотников С. А. Оценка дымности и токсичности тракторного дизеля при работе на рапсовом масле // Тракторы и сельхозмашины. 2011. № 9. С. 11–13.
3. Карташевич А. Н., Товстыка В. С., Плотников С. А. Показатели работы тракторного дизеля на рапсовом масле // Двигателестроение. 2011. № 2. С. 39–41.
4. Лютко В., Луканин В. Н. Хачиян А. С. Применение альтернативных топлив в двигателях внутреннего сгорания. М. : Изд-во МАДИ (ТУ), 2000. 311 с.
5. Плотников С. А., Черемисинов П. Н. Влияние присадок на кинематическую вязкость топлив на основе рапсового масла // Общество, наука, инновации (НПК-2016) : сб. ст. 2-е изд., испр. и доп. Киров : Изд-во ВятГУ, 2016. С. 1378–1382.
6. Плотников С. А., Черемисинов П. Н. Недостатки применения топлив на основе рапсового масла в дизельных двигателях // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 4. С. 97–101.
7. Разлейцев Н. В. Моделирование и оптимизация процесса сгорания в дизелях. Харьков : Вища школа, 1980. 169 с.
8. Свиридов Ю. Б. Смесеобразование и сгорание в дизелях. Л. : Машиностроение, 1972. 223 с.
9. Уханов А. П., Уханов Д. С., Шеменев Д. А. Дизельное смесевое топливо : монография. Пенза : РИО ПГСХА, 2012. 147 с.

## Determination of effective indicators of tractor diesel when working on a fuel composition with additives of rapeseed oil

S. A. Plotnikov<sup>1</sup>, Sh. V. Buzikov<sup>2</sup>, I. S. Kozlov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of mechanical engineering, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: sa\_plotnikov@vyatsu.ru

<sup>2</sup> PhD of Technical Sciences, head of the Department of machinery and woodworking technology, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: usr10012@vyatsu.ru

<sup>3</sup>postgraduate student of the Department of machinery and woodworking technology, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: vz-43@mail.ru

**Abstract.** The relevance of the study is due to the need to use fuel compositions with additives of rapeseed oil in tractor diesels. The aim of the study is to determine the effect of fuel compositions with rapeseed oil additives on the effective performance of tractor diesel. For this purpose, comparative tests of tractor diesel when working on pure diesel fuel and fuel compositions consisting of a mixture of diesel fuel, rapeseed oil and various depressor-dispersing additives were carried out. As a result, for the first time quantitative characteristics of the effect of different depressor-dispersing additives and their concentrations, as well as the percentage of rapeseed oil in the fuel composition on the effective performance of tractor diesel were obtained. The analysis of the obtained data showed that the content of rapeseed oil in the fuel composition up to 50–55% leads to a minimum reduction of 23% of the effective efficiency and an increase of 383–506 g/kWh of specific fuel consumption with virtually unchanged effective power and torque of the tractor diesel. Increase supplements of canola oil in top level component over 60% will entail additional use of funds related to the improvement of physical-mechanical and motor properties as well as changing technological parameters of fuel feed equipment.

**Keywords:** fuel composition, rapeseed oil, additives, load characteristics, tests.

### References

1. Kartashevich A. N., Plotnikov S. A., Tovstyka V. S. *Primenenie topliv na osnove rapsovogo masla v traktornykh dizelyah* [The use of rapeseed oil based fuels in tractor diesels]. Kirov. Avangard. 2014. 144 p.
2. Kartashevich A. N., Tovstyka V. S., Plotnikov S. A. *Ocenka dymnosti i toksichnosti traktornogo dizelya pri rabote na rapsovom masle* [Evaluation of the smoke and toxicity of tractor diesel when using rapeseed oil] // *Traktory i sel'hozmashiny* – Tractors and agricultural machinery. 2011. No. 9. Pp. 11–13.
3. Kartashevich A. N., Tovstyka V. S., Plotnikov S. A. *Pokazateli raboty traktornogo dizelya na rapsovom masle* [Performance indicators of tractor diesel on rapeseed oil] // *Dvigatelistroyeniye* – Engine building. 2011. No. 2. Pp. 39–41.
4. L'otko V., Lukanin V. N., Hachiyani A. S. *Primenenie al'ternativnykh topliv v dvigatelyah vnutrennego sgoraniya* [Application of alternative fuels in internal combustion engines]. M. MADI (TU). 2000. 311 p.
5. Plotnikov S. A., Cheremisinov P. N. *Vliyanie prisadok na kinematicheskuyu vyazkost' topliv na osnove rapsovogo masla* [Influence of additives on the kinematic viscosity of fuels based on rapeseed oil] // *Obshchestvo, nauka, innovatsii (NPK-2016) : sb. st. 2-e izd., ispr. i dop.* – Society, Science, Innovations (SPC-2016) : Coll. Art. 2nd publ., rev. and add. Kirov. Vyatka State University Publ. 2016. Pp. 1378–1382.
6. Plotnikov S. A., Cheremisinov P. N. *Nedostatki primeneniya topliv na osnove rapsovogo masla v dizel'nykh dvigatelyah* [Disadvantages of using fuels based on rapeseed oil in diesel engines] // *Aktual'nye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika* – Actual directions of scientific research of the XXI century: theory and practice. 2015. Vol. 3. No. 4. Pp. 97–101.
7. Razlejcev N. V. *Modelirovanie i optimizatsiya processa sgoraniya v dizelyah* [Modeling and optimization of the combustion process in diesel engines]. Kharkov. Visha shkola. 1980. 169 p.
8. Sviridov Yu. B. *Smeseobrazovanie i sgoranie v dizelyah* [Mixture formation and combustion in diesel engines]. L. Mechanical engineering. 1972. 223 p.
9. Uhanov A. P., Uhanov D. S., Shemenov D. A. *Dizel'noe smesevoe toplivo : monografiya* [Diesel mixed fuel : monograph]. Penza. RIO PGSHA. 2012. 147 p.

## Исследование распределения давления по сечению пароперепускной трубы турбоустановки Т-185-130

Д. Ф. Крупин<sup>1</sup>, А. Г. Шемпелев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>аспирант кафедры теплотехники и гидравлики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: df\_krupin@vyatsu.ru

<sup>2</sup>доктор технических наук, профессор кафедры теплотехники и гидравлики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: ag\_shempelev@vyatsu.ru

**Аннотация.** Основной целью исследования является получение результатов распределения давления влажнопарового потока по сечению ресиверной трубы турбоустановки Т-185-130 из цилиндра среднего давления (ЦСД) в цилиндр низкого давления (ЦНД). Основным методом проведения теоретического исследования является численное моделирование процесса течения влажнопарового потока по сечению ресиверной трубы. Получены результаты по распределению давления влажнопарового потока в центральном сечении пароперепускной трубы. На основании полученных результатов можно сделать вывод о равномерном распределении давления в ядре потока с незначительными неравномерностями распределения давления в зонах поворота влажнопарового потока, а также по профилю направляющих лопаток пароперепускной трубы. Результаты работы являются предпосылкой для проведения исследований по распределению влаги в потоке пара по сечению ресиверной трубы. Актуальность проблемы обусловлена повышением эффективности работы турбоустановок на энергетических объектах.

**Ключевые слова:** ресиверная труба, турбоустановка, цилиндр низкого давления, численные методы.

**Введение.** Эрозионный износ проточной части ЦНД теплофикационных турбоустановок обусловлен прежде всего высоким уровнем значений степени влажности парового потока. В совместной работе исследователей из ВТИ, ВятГТУ и Кировской ТЭЦ-5 приведены результаты расчетных зависимостей диаграммной степени влажности от относительного расхода пара в ЦНД турбоустановки Т-185-130, установленной на ТЭЦ-5 г. Кирова [2, с. 21]. В данной работе показано, что уровень влажности перед ЦНД в различных режимах работы турбоустановки достигает 3-9%, что ведет к активному эрозионному износу проточной части низкого давления турбины и к снижению рабочего ресурса установки. В связи с этим представляется необходимым проведение поиска мероприятий по снижению уровня влажности пара перед проточной частью низкого давления турбоустановки.

В работе [2, с. 23] предложен метод удаления крупнодисперсной влаги из пароперепускных труб ЦНД теплофикационных турбин. Данный метод предполагает собой установку конусообразной ловушки во входном патрубке ЦНД. Ловушка предназначена для обеспечения удаления крупнодисперсной влаги, стекающей по стенкам ресиверной трубы. Представленное устройство прошло испытания, в результате которых возникла необходимость дополнительных теоретических исследований и обоснования течения пара и капель жидкости влажнопарового потока в пароперепускных трубах теплофикационных турбоустановок. Предварительным этапом для проведения теоретических исследований является необходимость получения распределения давлений влажнопарового потока по сечению пароперепускной трубы.

**Цель исследования.** Получить результаты распределения давления потока по сечению пароперепускной трубы между ЦСД и ЦНД турбоустановки Т-185-130.

**Ведущий подход.** Решение поставленной задачи по нахождению распределения давления влажнопарового потока по центральному сечению пароперепускной трубы было проведено на основании численных методов решения уравнений в области центрального сечения трубы, представленной на рисунке 1.

Из рисунка 1 видно, что внутри сечения пароперепускной трубы в местах поворота потока пара для обеспечения плавности поворота установлены направляющие лопатки.

Необходимые исходные данные были получены на основе расчетов принципиальной тепловой схемы турбины Т-185-130 в математической модели для данной турбоустановки, разработанной на кафедре теплотехники и гидравлики ВятГУ. Математическая модель разработана на основании теоретических и экспериментальных данных, полученных при испытании турбин данного типоразмера с учетом действительного состояния оборудования. Расчет принципиальной тепловой схемы был проведен по действующему режиму работы турбоустановки с параметрами, представленными в таблице 1. Верификация полученных результатов расчета была проведена также по показателям действующего режима работы турбоустановки Т-185-130.

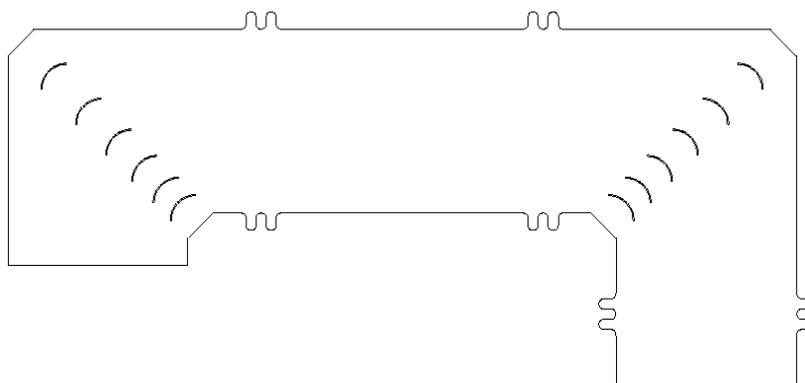


Рис. 1. Центральное сечение пароперпускной трубы между ЦСД и ЦНД турбоустановки Т-185-130

Таблица 1

**Исходные данные для расчета тепловой схемы турбоустановки**

Исходные данные для расчета	Значения
Электрическая мощность, МВт	100
Степень открытия РД ЧНД, %	100
Давление в конденсаторе, кПа	7,7
Температура обратной сетевой воды, °С	62
Температура сетевой воды за ПСГ-2, °С	74
Расход сетевой воды, т/ч	1574

Для проведения численного моделирования течения влажнопарового потока необходимы данные по опорному давлению потока в трубе, расходу пара и его параметрам на входе в пароперпускную трубу. Значения исходных данных для численного моделирования, полученные при расчете принципиальной тепловой схемы приведены в таблице 2.

Таблица 2

**Исходные данные для численного моделирования потока пара**

Исходные данные для расчета	Значения
Расход пара через ресиверную трубу, кг/с	33,72
Плотность влажного пара, кг/м <sup>3</sup>	0,2212
Опорное абсолютное давление пара, кПа	35,039
Степень влажности пара	0,0353
Температура пара, °С	72,73

Основные уравнения для описания процессов потока влажного пара, такие как уравнение неразрывности, уравнения сохранения количества движения (осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса) и энергии, представлены в работе М. Е. Дейча и Г. А. Филлипова [1, с. 53]. Особое внимание необходимо уделить выбору модели взаимодействия потока пара и жидких капель в потоке, а также выбору модели турбулентности на основании которой строится расчет. В связи с тем, что объемная доля капель влаги в потоке пара имеет низкое значение, представляется возможным использование дискретной фазовой модели, идея которой состоит в рассмотрении влажнопарового потока как непрерывного парового потока и движения дискретных капель жидкости внутри потока. Движение потока пара описывается уравнением Навье-Стокса. Дискретная жидкая фаза может обмениваться энергией, импульсом и массой вещества с непрерывным потоком пара.

В качестве модели турбулентности была выбрана стандартная k-ε модель турбулентности. Для замыкания системы уравнений вводятся дополнительные полуэмпирические уравнения переноса кинетической энергии турбулентной диссипации [3, с. 73]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon - Y_m + S_k$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon$$

где  $k$  – кинетическая энергия турбулентности;  $\varepsilon$  – турбулентная диссипация;  $\mu_t$  – турбулентная вязкость;  $G_k$  – величина, характеризующая генерацию энергии турбулентности вследствие наличия градиента средней скорости;  $Y_m$  – величина, характеризующая влияние сжимаемости среды на диссипацию энергии турбулентности;  $S_k, S_\varepsilon$  – дополнительные величины;  $C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$  – константы модели.

Данный подход обеспечит высокую скорость схождения численного расчета и приемлемый результат численного моделирования. Для проведения численного моделирования используется программный продукт Ansys fluent.

*Результат исследования, его обсуждение.* Результаты распределения давления влажнопарового потока по центральному сечению пароперепускной трубы из ЦСД в ЦНД приведены на рисунке 2.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о равномерном распределении давления в ядре потока с незначительными неравномерностями и распределении давления в зонах поворота влажнопарового потока, а также по профилю направляющих лопаток пароперепускной трубы.

Представленные результаты являются предпосылкой для теоретических исследований по распределению влаги в сечении трубы и обоснованию возможности применения ловушки для крупнодисперсной влаги на выходе из пароперепускной трубы.

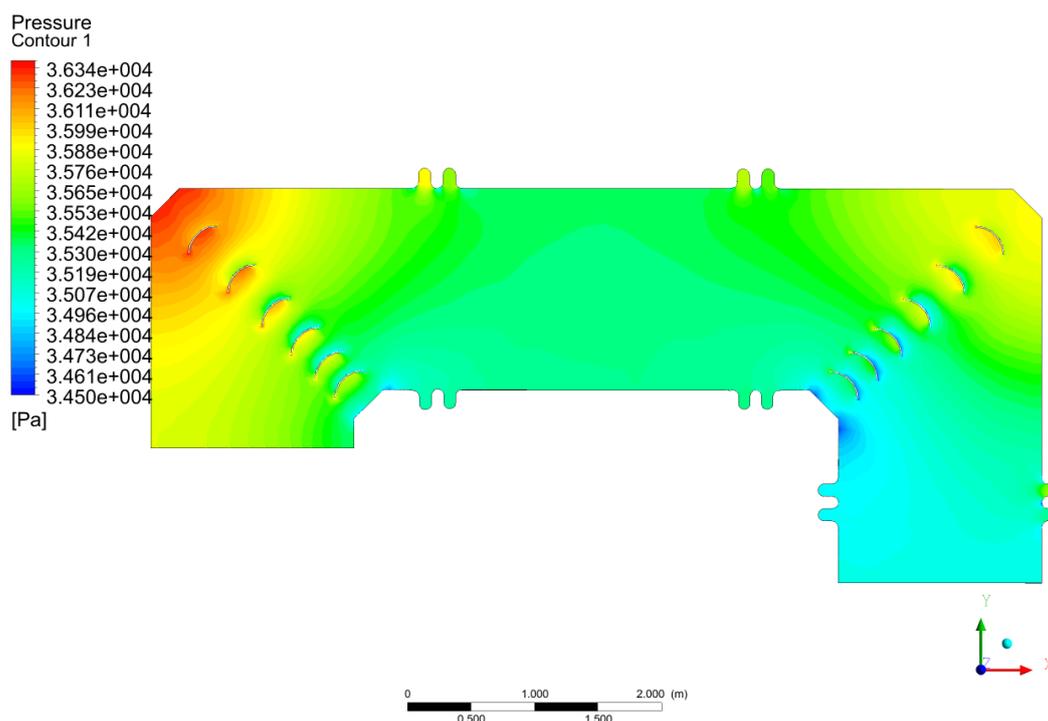


Рис. 2. Распределение давления по центральному сечению пароперепускной трубы между ЦСД и ЦНД турбоустановки Т-185-130

### Список литературы

1. Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. М. : Энергоиздат, 1981. 472 с.
2. Экспериментальные исследования эффективности устройства удаления влаги из входного потока двухпоточных цилиндров низкого давления теплофикационных турбин / Л. Л. Симою и др. // Теплоэнергетика. 2006. № 2. С. 21–27.
3. Launder B. E. Spalding D. B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. London : Academic Press, 1972. 176 p.

## Study of the pressure distribution over the cross section of the steam pipe turbine T-185-130

D. F. Krupin<sup>1</sup>, A. G. Shempelev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>postgraduate student of the Department of heat engineering and hydraulics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: df\_krupin@vyatsu.ru

<sup>2</sup>Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of heat engineering and hydraulics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: ag\_shempelev@vyatsu.ru

**Abstract.** The main aim of the study is the distribution of pressure wet stream over the cross-section receiver pipe of the turbine T-185-130 of middle pressure cylinder (MPC) to the low-pressure cylinder (LPC). The main method of theoretical research is the numerical simulation of the wet-steam flow through the cross-section of the receiver pipe. The results on the distribution of the pressure of the wet-steam flow in the central section of the steam pipe are obtained. On the basis of obtained results we can conclude about uniform pressure distribution in the flow core with minor irregularities of the distribution of pressure in zones of rotation of the wet stream, and the profile of the guide vanes of steam pipe. The results of the work are a prerequisite for conducting research on the distribution of moisture in the steam flow along the cross-section of the receiver pipe. The urgency of the problem is due to the increase in the efficiency of turbine units at power facilities.

**Keywords:** receiver tube, turbine, low pressure cylinder, numerical methods.

### References

1. *Deutsch M. E., Filippov G. A. Gazodinamika dvuhfaznyh sred* [Gas dynamics of two-phase media]. M. Energoizdat. 1981. 472 p.
2. *Eksperimental'nye issledovaniya effektivnosti ustrojstva udaleniya vlagi iz vhnodnogo potoka dvuhpotochnyh cilindrov nizkogo davleniya teplofikacionnyh turbin* – Experimental studies of the efficiency of the device for removing moisture from the input flow of two-flow low-pressure cylinders of heating turbines / L. L. Simoyu et al. // Heat power engineering. 2006. No. 2. Pp. 21–27.
3. *Launder B. E. Spalding D. B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. London: Academic Press. 1972. 176 p.

## Усовершенствование системы газоохлаждения электрогенераторов Кировской ТЭЦ-4

А. И. Пахомов<sup>1</sup>, А. Г. Шемпелев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>магистрант кафедры теплотехники и гидравлики, Вятский государственный университет.

Россия, г. Киров. E-mail: tosha\_pahomov@mail.ru

<sup>2</sup>доктор технических наук, профессор кафедры теплотехники и гидравлики,

Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: agshem@mail.ru

**Аннотация.** В отопительный период при низких температурах воздуха средняя температура технической воды снижается. При этом работающее оборудование имеет определенные требования к температуре охлаждающей воды для его исправной работы. В работе Кировской ТЭЦ-4 в некоторые периоды, когда техническая вода имеет низкую температуру, возникает проблема появления конденсата в газоохладителях электрических генераторов. Объектом исследования является система технического водоснабжения Кировской ТЭЦ-4. Цель работы – разработка предложений по решению проблемы возникновения конденсата в системе воздушного охлаждения электрогенераторов. Проанализированы данные по расходам и температурам охлаждающей воды в газоохладителях, предложены варианты усовершенствования систем газоохлаждения электрогенераторов, позволяющие избежать появления конденсата в этих системах. Предложенные варианты усовершенствования системы могут применяться на других ТЭЦ, имеющих такую же проблему.

**Ключевые слова:** охлаждающая вода, ТЭЦ, газоохладители электрогенераторов, конденсат в газоохладителях.

**Введение.** В ходе непосредственной работы электрогенераторов их элементы нагреваются. Теплота от элементов генератора отводится газом (воздухом или водородом), который циркулирует между генератором, где он нагревается, и газоохладителями, где газ отдает теплоту охлаждающей воде. При эксплуатации генераторов с воздушным охлаждением требуется поддерживать определенную температуру охлаждающей воды на входе в газоохладители [2, с. 18]. Это связано с наличием в воздухе водяных паров. Из-за низкой температуры воды в трубках газоохладителей температура воздуха у стенок трубок может достичь точки росы, что приведет к конденсации водяных паров воздуха и, следовательно, к появлению капель воды на наружной поверхности трубок. Так как система охлаждения генераторов замкнута, то появление капель воды в охлаждающем воздухе недопустимо и может привести к снижению надежности генератора, а также эрозионному износу его элементов. Поэтому для надежной эксплуатации турбогенераторов требуется поддерживать температуру охлаждающей воды на входе в газоохладители выше определенного минимума.

Вышеописанная проблема наблюдается на ТЭЦ-4, так как в наиболее холодные периоды года температура охлаждающей (технической) воды, подаваемой в газоохладители, снижается ниже допустимого предела, равного 15 °С [1, п. 5.1.11]. В свою очередь, это влечет появление конденсата на трубках газоохладителей турбогенераторов № 2 и № 6, где в качестве охлаждающего газа используется воздух. При этом для предотвращения появления конденсата на ТЭЦ приоткрывается регулирующая диафрагма части низкого давления на одной или нескольких турбинах для большего нагрева технической (циркуляционной) воды, что значительно снижает экономичность работы турбоустановок. Таким образом, нужно решить вышеизложенную проблему появления конденсата.

**Цель исследования.** Цель работы – разработка усовершенствованных схем системы газоохлаждения электрических генераторов для исключения возможности появления конденсата в газоохладителях и повышения экономичности работы турбоустановок.

**Задачи исследования.** Для достижения цели требуется решить следующие задачи:

- 1) проанализировать исходные данные и выявить наличие низких температур охлаждающей воды;
- 2) сформулировать варианты усовершенствования системы газоохлаждения электрогенераторов;
- 3) оценить эффективность каждого варианта и выбрать наиболее оптимальный вариант.

**Ведущий подход.** Были проанализированы данные по температуре охлаждающей воды, поступающей в газоохладители. Данные были взяты за период января 2018 года. Анализ показал, что минимальная температура воды была равна немного менее 9 °С. Такое значение температуры недопустимо, поэтому далее потребовалось разработать мероприятия по повышению температуры охлаждающей воды для подачи ее в газоохладители электрогенераторов. Для разработки меропри-

ятий по решению проблемы использовались следующие данные за январь 2018 года: расход охлаждающей воды, поступающей в газоохладители, температуры воды на входе в газоохладители и выходе из них, а также электрическая нагрузка турбогенераторов. Эти данные позволяют составить зависимость тепловой нагрузки газоохладителей от электрической нагрузки электрогенераторов. Пример графика такой зависимости представлен на рисунке 1.

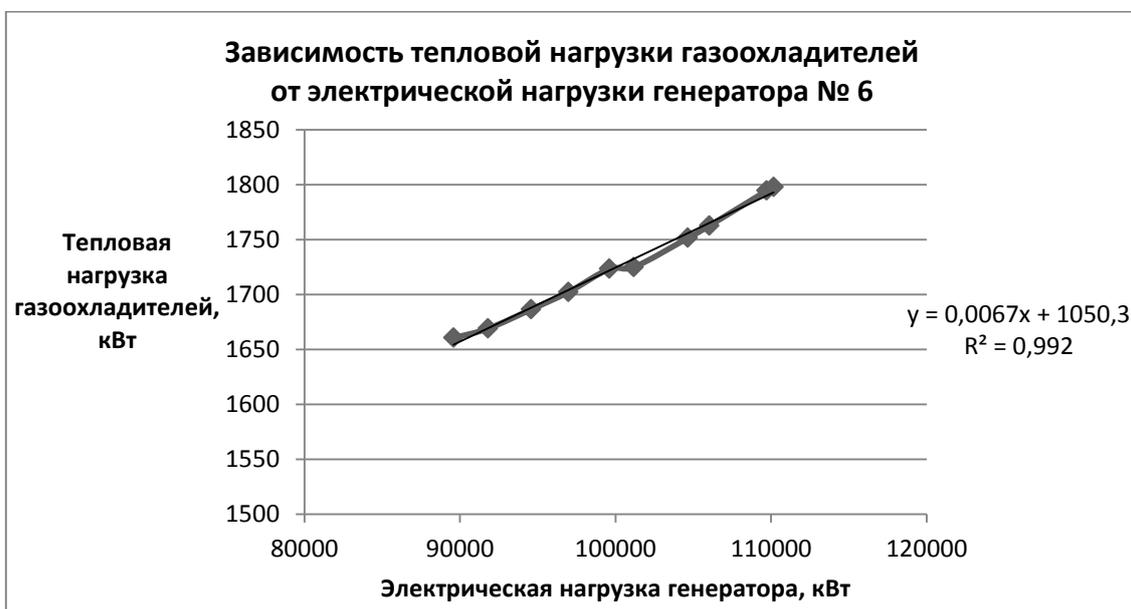


Рис. 1. График и уравнение зависимости тепловой нагрузки газоохладителей от электрической нагрузки генератора № 6

По полученным уравнениям зависимости можно определить максимальную тепловую нагрузку газоохладителей (при максимальной мощности турбоустановок). Затем, зная максимальную тепловую нагрузку газоохладителей и массовый расход охлаждающей воды, можно найти нагрев охлаждающей воды в газоохладителях. Далее были сформулированы два подхода к решению проблемы появления конденсата:

- 1) включение в систему газоохлаждения бака-аккумулятора;
- 2) включение в систему газоохлаждения пластинчатых теплообменников.

Каждый вариант имеет свои преимущества и недостатки. Например, бак-аккумулятор может иметь запас охлаждающей воды для работы системы газоохлаждения в аварийном режиме (при отсутствии подачи холодной охлаждающей воды) в течение получаса, однако такой бак имеет большие габариты. При этом вместо бака можно использовать смеситель, который будет иметь значительно меньшие размеры, но не будет иметь запаса воды. Использование варианта с пластинчатым теплообменником позволяет замкнуть контур системы газоохлаждения электрогенераторов и использовать в контуре основной конденсат – дистиллят, что позволит значительно уменьшить вероятность появления отложений на трубках газоохладителей. Помимо этого, такой теплообменник имеет малые размеры, но требует обслуживания и регулярную чистку пластин.

Далее, используя вышеперечисленные данные, следует найти характеристики оборудования для каждого из вариантов: объем бака и характеристики теплообменника (площадь теплообмена, количество пластин, температурный напор и размеры теплообменного аппарата). Исходя из расчетов, делают выбор в пользу одного из вариантов.

*Результаты исследований, их обсуждение.* В ходе работы были составлены усовершенствованные схемы системы газоохлаждения электрогенераторов. На рисунках 2 и 3 представлены схемы системы газоохлаждения электрогенератора турбоустановки № 2.

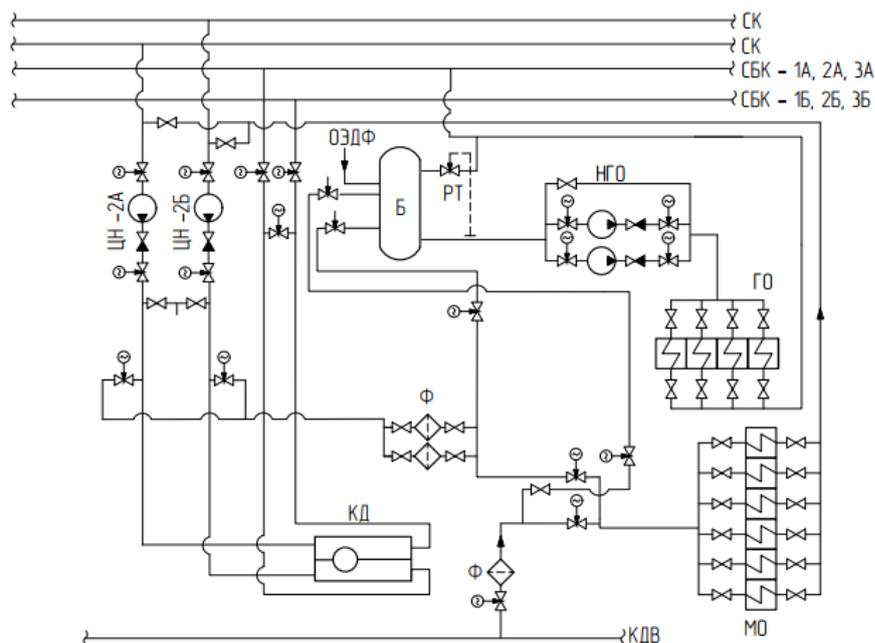


Рис. 2. Схема контура технической воды турбоустановки № 2 с баком-аккумулятором: СК – самотечный канал; СБК – сбросной коллектор; ОЭДФ – добавление оксиэтилендифосфоновой кислоты; Б – бак-аккумулятор; РТ – регулятор температуры; НГО – насосы системы газоохлаждения; ГО – газоохладители; Ф – фильтр; ЦН – циркуляционный насос; МО – маслоохладители; КДВ – коллектор добавочной воды; КД – конденсатор

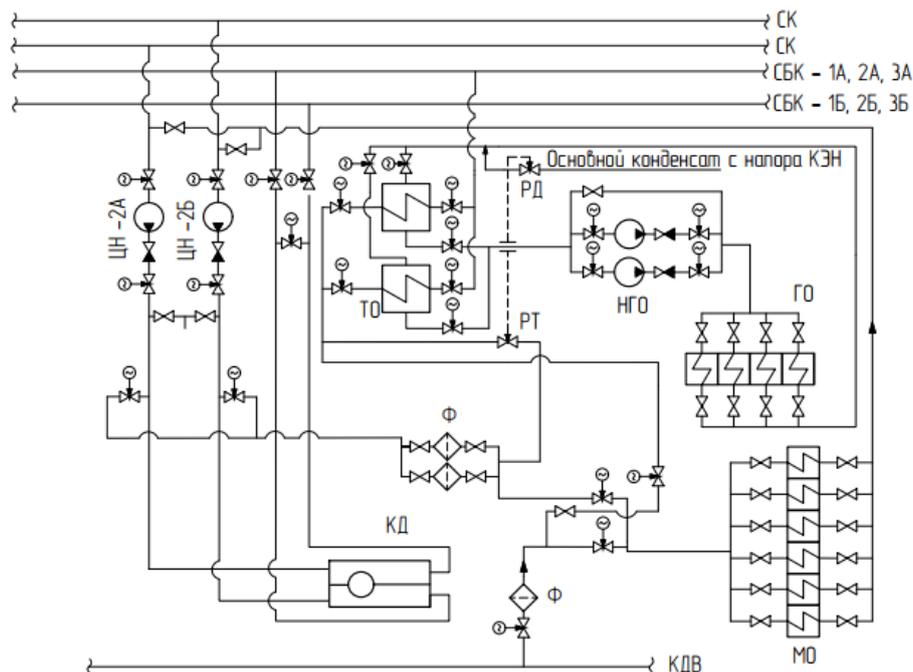


Рис. 3. Схема контура технической воды турбоустановки № 2 с теплообменником: РД – регулятор давления; КЭН – конденсатный электронасос; ТО – теплообменник; остальные обозначения такие же, как на рисунке 2

Расчет схемы газоохлаждения с баком-аккумулятором показал, что такой бак имеет большие габариты, так как его объем достаточно велик. Например, объем бака-аккумулятора для турбоустановки № 6 равен 129,3 м<sup>3</sup>. При этом объем пространства, занимаемого пластинчатым теплообменником, рассчитанный по размерам, равен 5,914 м<sup>3</sup>. Если же вместо бака использовать смеситель, который имеет значительно меньшие размеры, то у такого варианта не останется преимуществ, за исключением простоты конструкции. Поэтому из двух вариантов схем оптимальным был выбран вариант с пластинчатыми теплообменниками. С помощью данного варианта можно изолировать

контур системы газоохлаждения электрогенераторов, тем самым позволив использовать дистиллят в этом контуре, что снижает загрязнение трубок газоохладителей. Для установки предусматривается два теплообменных аппарата, причем в работе находится только один из аппаратов. Второй теплообменник нужен для включения его в работу при выводе на чистку или в ремонт первого теплообменника, что позволяет обслуживать теплообменные аппараты при постоянно работающей системе газоохлаждения генераторов.

Полученная схема системы газоохлаждения с теплообменниками позволяет обеспечивать требуемую температуру воды на входе в газоохладители при различных, в том числе максимальной, электрических нагрузках: не ниже 20 °С в холодные периоды и не выше 32 °С в наиболее жаркие периоды. Требуемая температура охлаждающей воды на выходе из теплообменника (на входе в газоохладители) обеспечивается с помощью регулятора температуры, который контролирует расход холодной (циркуляционной или технической) воды, поступающей в теплообменный аппарат.

Так как температура охлаждающей воды не опускается ниже 20 °С, то воздух у трубок газоохладителей не охлаждается до точки росы, следовательно, не происходит конденсация водяных паров воздуха. Таким образом, благодаря такому усовершенствованию системы, можно решить проблему возникновения конденсата в системе газоохлаждения и повысить надежность и срок службы этой системы и электрогенераторов. Кроме того, поскольку проблема появления конденсата устранена, то больше не требуется приоткрывать регулирующие диафрагмы части низкого давления турбин для большего нагрева технической (циркуляционной) воды, следовательно, повышается экономичность работы турбоустановок и ТЭЦ в целом.

*Выводы.* Итак, благодаря полученным результатам исследования можно сделать следующие выводы:

1) были проанализированы исходные данные, по которым можно выявить наличие слишком низкой температуры воды на входе в газоохладители в холодные периоды года, что служит причиной появления конденсата в газоохладителях;

2) было предложено два варианта усовершенствования систем газоохлаждения электрогенераторов, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки: установка в систему бака-аккумулятора и установка пластинчатых теплообменников;

3) оба предложенных варианта позволяют обеспечить требуемые параметры охлаждающей воды для надежной работы системы газоохлаждения, поэтому для выбора варианта рассматривались особенности эксплуатации оборудования. Исходя из этих особенностей, оптимальным был выбран вариант с пластинчатыми теплообменниками, так как он позволяет не только решить проблему появления конденсата в газоохладителях, но и замкнуть контур системы газоохлаждения с использованием в этом контуре дистиллята, тем самым повысив надежность работы этой системы.

Таким образом, предложенное усовершенствование системы газоохлаждения электрогенераторов позволяет решить проблему появления конденсата, повысить надежность работы турбогенераторов, а также экономичность работы турбоустановок. Такие схемы могут применяться на других ТЭЦ с такой же проблемой.

### Список литературы

1. Об утверждении Правил технической эксплуатации электрических станций и сетей Российской Федерации : приказ Минэнерго России от 19.06.2003 № 229 // Российская газета. 2003. № 229. Доступ из норматив.-техн. системы «Техэксперт».
2. Покровский В. Н. Водоснабжение тепловых электростанций / В. Н. Покровский. 2-е изд., перераб. и доп. М.-Л. : Государственное энергетическое изд-во, 1958. 168 с.

## Improvement of gas cooling system of electric generators of Kirov CHP-4 (Central Heating Plant)

A. I. Pakhomov<sup>1</sup>, A. G. Shempelev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>master student of the Department of heat engineering and hydraulics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: tosha\_pahomov@mail.ru

<sup>2</sup>Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of heat engineering and hydraulics, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: agshem@mail.ru

**Abstract.** During the heating period, at low air temperatures, the average temperature of the process water is reduced. In this case, the operating equipment has certain requirements for the temperature of the cooling water for its proper operation. In the work of Kirov CHP-4 in some periods, when the process water has a low temperature, there

is a problem of condensation in the gas coolers of electric generators. The object of the study is the technical water supply system of Kirov CHP-4. The aim of the work is to develop proposals to solve the problem of condensation in the air cooling system of electric generators. The data on cooling water flow rates and temperatures in gas coolers are analyzed, options for improving gas cooling systems of electric generators are proposed, allowing to avoid the appearance of condensate in these systems. The proposed options for improving the system can be applied to other CHPs that have the same problem.

**Keywords:** cooling water, central heating plants, gas coolers power generators, condensate in the condenser.

### References

1. On the approval of the Rules for the technical operation of power plants and networks of the Russian Federation: Order of the Ministry of Energy of Russia dated June 19, 2003 No. 229 // Russian newspaper. 2003. No. 229. Access from the norm.-tech. Tekhexpert system. (in Russ.)

2. *Pokrovskij V. N. Vodosnabzhenie teplovyh elektrostancij* [Water supply of thermal power plants] / V. N. Pokrovsky. 2nd publ., revised and add. M.-L. State Energy Publishing House. 1958. 168 p.

## Оптимизация раскроя пиловочника крупных размеров с выпиливанием трех брусьев разной толщины и шести пар боковых обрезных досок

А. И. Агапов<sup>1</sup>, Е. О. Мишланов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>доктор технических наук, профессор кафедры машин и технологии деревообработки, Вятский государственный университет. Россия г. Киров. E-mail: usrg00005@vyatsu.ru

<sup>2</sup>студент кафедры машин и технологии деревообработки, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: Mishlanov.e@yandex.ru

**Аннотация.** Математическая модель задачи оптимизации раскроя пиловочника крупных размеров составлена для пифагорической зоны. Целевая функция представляет собой сумму площадей поперечного сечения брусьев и боковых обрезных досок. Уравнения связи раскрывают взаимосвязь размеров брусьев и досок с диаметром пиловочника в вершинном торце. Для решения задачи оптимизации использован метод множителей Лагранжа и численный метод. Разработан алгоритм для определения оптимальной толщины центрального и боковых брусьев, а также размеров боковых обрезных досок, при которых целевая функция принимает максимальное значение. С увеличением толщины центрального бруса величина целевой функции (выход пиломатериалов) увеличивается и принимает максимальное значение при коэффициенте увеличения толщины центрального бруса по сравнению с толщиной бокового бруса, равном 3,0.

**Ключевые слова:** пиловочник, брусья, доски, математическая модель, целевая функция, уравнения связи, алгоритм задачи.

**Постановка задачи.** На лесопильных предприятиях центральный брус чаще всего выпиливают по толщине больше, чем боковые [11; 12]. Иногда возможен также вариант выпиливания центрального бруса по толщине меньше чем боковые брусья [13; 14]. Поэтому необходимо знать, какое соотношение размеров брусьев по толщине является наиболее предпочтительным. Вначале задачу оптимизации рассматриваем без учета ширины пропила [1] (рис. 1).

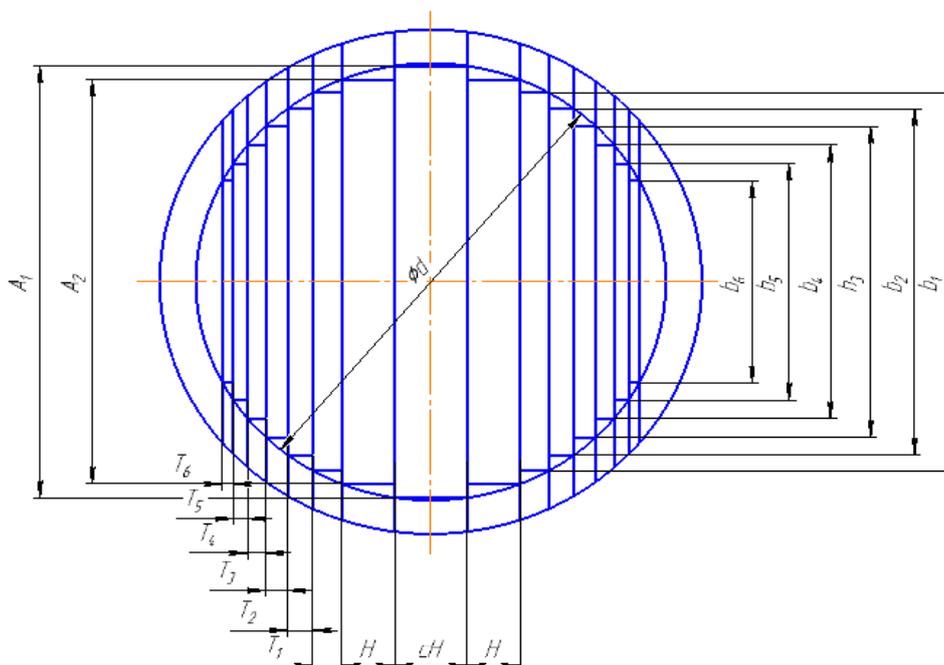


Рис. 1. Схема раскроя пиловочника с выпиливанием трех брусьев разной толщины и шести пар боковых обрезных досок

**Составление математической модели.** В данной задаче оптимизации раскроя пиловочника рассматривается пифагорическая зона [4]. Целевую функцию представляем в виде суммы площадей поперечных сечений брусьев и боковых обрезных досок [10; 1]:

$$Z = cHA_1 + 2HA_2 + 2T_1b_1 + 2T_2b_2 + 2T_3b_3 + 2T_4b_4 + 2T_5b_5 + 2T_6b_6, \quad (1)$$

где  $H$  – толщина бокового бруса,  $c$  – коэффициент изменения толщины центрального бруса по отношению к толщине бокового бруса,  $A_1$  – ширина пласти центрального бруса,  $A_2$  – ширина пласти бокового бруса,  $T_1T_2T_3T_4T_5T_6$  – толщины боковых обрезных досок,  $b_1b_2b_3b_4b_5b_6$  – ширины боковых обрезных досок.

Уравнения связи составляем, используя теорему Пифагора. Взаимосвязь диаметра пиловочника в вершинном торце с размерами брусьев и боковых обрезных досок представляется следующими уравнениями [3; 7].

Для центрального бруса:

$$d^2 - c^2H^2 - A_1^2 = 0. \quad (2)$$

Для боковых брусьев [8]:

$$d^2 - H^2(c + 2)^2 - A_2^2 = 0. \quad (3)$$

Для первой пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - (cH + 2H + 2T_1)^2 - b_1^2 = 0. \quad (4)$$

Для второй пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - (cH + 2H + 2T_1 + 2T_2)^2 - b_2^2 = 0. \quad (5)$$

Для третьей пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - (cH + 2H + 2T_1 + 2T_2 + 2T_3)^2 - b_3^2 = 0. \quad (6)$$

Для четвертой пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - (cH + 2H + 2T_1 + 2T_2 + 2T_3 + 2T_4)^2 - b_4^2 = 0. \quad (7)$$

Для пятой пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - (cH + 2H + 2T_1 + 2T_2 + 2T_3 + 2T_4 + 2T_5)^2 - b_5^2 = 0. \quad (8)$$

Для шестой пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - (cH + 2H + 2T_1 + 2T_2 + 2T_3 + 2T_4 + 2T_5 + 2T_6)^2 - b_6^2 = 0. \quad (9)$$

Раскрывая скобки в уравнениях связи, получим следующие равенства [2].

Для боковых брусьев:

$$d^2 - A_2^2 - c^2H^2 - 4cH^2 - 4H^2 = 0. \quad (10)$$

Для первой пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - b_1^2 - c^2H^2 - 4H^2 - 4T_1^2 - 4cHT_1 - 8HT_1 = 0. \quad (11)$$

Для второй пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - b_2^2 - c^2H^2 - 4H^2 - 4T_1^2 - 4T_2^2 - 4cHT_1 - 4cHT_2 - 8HT_1 - 8HT_2 - 8T_1T_2 = 0. \quad (12)$$

Для третьей пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - b_3^2 - c^2H^2 - 4H^2 - 4T_1^2 - 4T_2^2 - 4T_3^2 - 4cHT_1 - 4cHT_2 - 4cHT_3 - 8HT_1 - 8HT_2 - 8HT_3 - 8T_1T_2 - 8T_1T_3 - 8T_2T_3 = 0. \quad (13)$$

Для четвертой пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - b_4^2 - c^2H^2 - 4cHT_1 - 4cHT_2 - 4cHT_3 - 4cHT_4 - 4H^2 - 4T_1^2 - 4T_2^2 - 4T_3^2 - 4T_4^2 - 8HT_1 - 8HT_2 - 8HT_3 - 8HT_4 - 8T_1T_2 - 8T_1T_3 - 8T_1T_4 - 8T_2T_3 - 8T_2T_4 - 8T_3T_4 = 0. \quad (14)$$

Для пятой пары боковых обрезных досок:

$$d^2 - b_5^2 - c^2H^2 - 4cHT_1 - 4cHT_2 - 4cHT_3 - 4cHT_4 - 4cHT_5 - 4H^2 - 8HT_1 - 8HT_2 - 8HT_3 - 8HT_4 - 8HT_5 - 4T_1^2 - 8T_1T_2 - 8T_1T_3 - 8T_1T_4 - 8T_1T_5 - 4T_2^2 - 8T_2T_3 - 8T_2T_4 - 8T_2T_5 - 4T_3^2 - 8T_3T_4 - 8T_3T_5 - 4T_4^2 - 8T_4T_5 - 4T_5^2 = 0. \quad (15)$$

Для шестой пары боковых обрезных досок:

$$\begin{aligned} & d^2 - b_6^2 - c^2 H^2 - 4cH^2 - 4cHT_1 - 4cHT_2 - 4cHT_3 - 4cHT_4 - \\ & - 4cHT_5 - 4cHT_6 - 4H^2 - 8HT_1 - 8HT_2 - 8HT_3 - 8HT_4 - 8HT_5 - \\ & - 8HT_6 - 4T_1^2 - 8T_1T_2 - 8T_1T_3 - 8T_1T_4 - 8T_1T_5 - 8T_1T_6 - 4T_2^2 - \\ & - 8T_2T_3 - 8T_2T_4 - 8T_2T_5 - 8T_2T_6 - 4T_3^2 - 8T_3T_4 - 8T_3T_5 - 8T_3T_6 - \\ & - 4T_4^2 - 8T_4T_5 - 8T_4T_6 - 4T_5^2 - 8T_5T_6 - 4T_6^2 = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Полагаем, что математическая модель данной оптимизационной задачи раскроя пиловочника составлена. Решая эту математическую модель, находим систему уравнений, в которых раскрываются взаимосвязь размеров брусьев и боковых обрезных досок [5]. Однако по этим формулам определить оптимальные размеры брусьев и досок классическим методом невозможно [6; 5].

*Алгоритм решения задачи.* Для решения задачи воспользуемся численным методом. Задаем величину коэффициента  $c$ , а затем, изменяем толщину боковых брусьев в определенном диапазоне, определяем все остальные размеры брусьев и досок, а также величину целевой функции [8; 9]. В этом диапазоне изменения толщины брусьев отыскиваем максимальное значение целевой функции. Этот результат и будет являться оптимальным. Для упрощения расчетов и анализа результатов представляем формулы в относительных единицах, полагая, что  $m_H = H/d$ . Алгоритм решения задачи оптимизации в относительных единицах приводится ниже [8].

Относительная ширина пласти центрального бруса [2]:

$$m_{A1} = \frac{A_1}{d} = \sqrt{1 - c^2 m_H^2}. \quad (17)$$

Относительная ширина наружной пласти бокового бруса [2]:

$$m_{A2} = \frac{A_2}{d} = \sqrt{1 - (cm_H + 2m_H)^2}. \quad (18)$$

Относительная ширина первой пары боковых обрезных досок:

$$m_{b1} = \frac{c(1-2c^2 m_H^2)}{m_{A1}(c+2)} + \frac{2(1-2m_H^2(c+2)^2)}{m_{A2}(c+2)}. \quad (19)$$

Относительная толщина первой пары боковых обрезных досок:

$$m_{T1} = 0,5 \left( \sqrt{1 - m_{b1}^2} - m_H(c + 2) \right). \quad (20)$$

Относительная ширина второй пары боковых обрезных досок [3], [4]:

$$m_{b2} = m_{b1} - \frac{2m_{T1}(cm_H + 2m_H + 2m_{T1})}{m_{b1}}. \quad (21)$$

Относительная толщина второй пары боковых обрезных досок:

$$m_{T2} = 0,5 \left( \sqrt{1 - m_{b2}^2} - (cm_H + 2m_H + 2m_{T1}) \right). \quad (22)$$

Относительная ширина третьей пары боковых обрезных досок:

$$m_{b3} = m_{b2} - \frac{2m_{T2}(cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2})}{m_{b2}}. \quad (23)$$

Относительная толщина третьей пары боковых обрезных досок:

$$m_{T3} = 0,5 \left( \sqrt{1 - m_{b3}^2} - (cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2}) \right). \quad (24)$$

Относительная ширина четвертой пары боковых обрезных досок:

$$m_{b4} = m_{b3} - \frac{2m_{T3}(cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2} + 2m_{T3})}{m_{b3}}. \quad (25)$$

Относительная толщина четвертой пары боковых обрезных досок:

$$m_{T4} = 0,5 \left( \sqrt{1 - m_{b4}^2} - (cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2} + 2m_{T3}) \right). \quad (26)$$

Относительная ширина пятой пары боковых обрезных досок:

$$m_{b5} = m_{b4} - \frac{2m_{T4}(cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2} + 2m_{T3} + 2m_{T4})}{m_{b4}}. \quad (27)$$

Относительная толщина пятой пары боковых обрезных досок:

$$m_{T5} = 0,5 \left( \sqrt{1 - m_{b5}^2} - (cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2} + 2m_{T3} + 2m_{T4}) \right). \quad (28)$$

Относительная ширина шестой пары боковых обрезных досок:

$$m_{b6} = m_{b5} - \frac{2m_{T5}(cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2} + 2m_{T3} + 2m_{T4} + 2m_{T5})}{m_{b5}}. \quad (29)$$

Относительная толщина шестой пары боковых обрезных досок:

$$m_{T6} = 0,5 \left( \sqrt{1 - m_{b6}^2} - (cm_H + 2m_H + 2m_{T1} + 2m_{T2} + 2m_{T3} + 2m_{T4} + 2m_{T5}) \right). \quad (30)$$

Относительная площадь поперечных сечений брусьев:

$$Z_{бр} = cm_H m_{A1} + 2m_H m_{A2}. \quad (31)$$

Относительная площадь поперечных сечений всех шести пар боковых обрезных досок:

$$Z_{д} = 2m_{T1}m_{b1} + 2m_{T2}m_{b2} + 2m_{T3}m_{b3} + 2m_{T4}m_{b4} + 2m_{T5}m_{b5} + 2m_{T6}m_{b6}. \quad (32)$$

Суммарная относительная площадь поперечных сечений брусьев и досок:

$$Z = Z_{бр} + Z_{д}. \quad (33)$$

*Анализ результатов расчетов.* С увеличением коэффициента (с), оптимальная относительная площадь поперечного сечения брусьев возрастает до коэффициента  $c=2,5$ , а затем незначительно уменьшается. При этом суммарная оптимальная относительная площадь поперечного сечения боковых обрезных досок возрастает до коэффициента  $c=3,0$ , а затем незначительно уменьшается (рис. 2). Расчеты показали, что имеется такое сочетание размеров брусьев и боковых обрезных досок, при котором оптимальная относительная площадь поперечного сечения становится максимальной. Это наблюдается при значении коэффициента  $c=3,0$ .

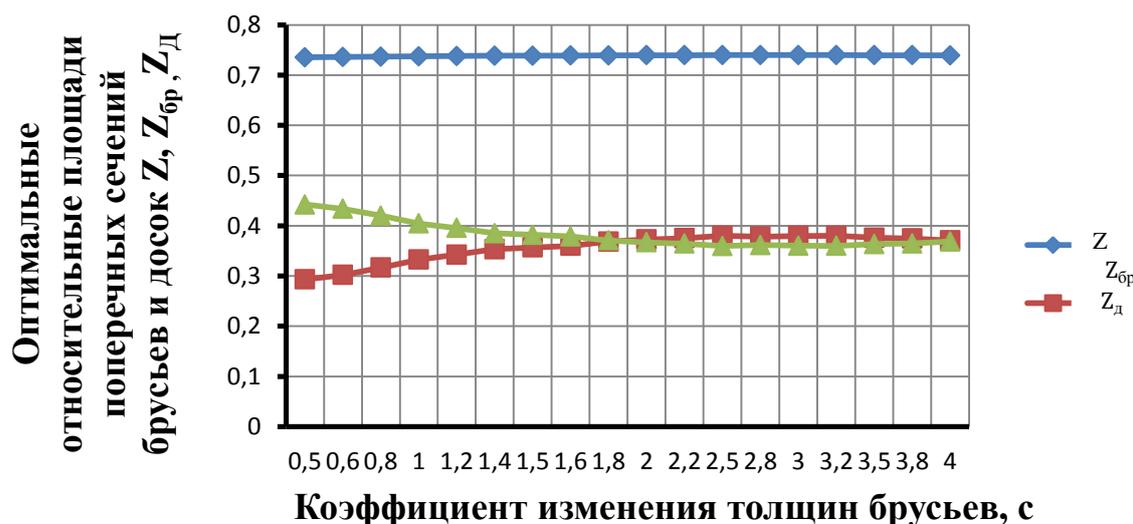


Рис. 2. Влияние коэффициента с на оптимальную относительную площадь поперечного сечения брусьев и боковых обрезных досок

С увеличением коэффициента изменения толщин брусьев (с), оптимальная относительная толщина боковых брусьев уменьшается, а оптимальная относительная толщина центрального бруса возрастает (см. рис. 3). Суммарное значение оптимальных относительных толщин брусьев возрастает до коэффициента  $c=2,5$ , а затем незначительно уменьшается. Оптимальные относительные ширины пластей брусьев с увеличением коэффициента изменения толщин брусьев (с), незначительно уменьшаются. Последняя зависимость объясняется тем, что при одном значении гипотенузы прямоугольного треугольника (диаметра пиловочника) с увеличением длины одного катета (толщины бруса) величина другого катета (ширина пласти бруса) уменьшается.

Расчеты по алгоритму показали, что с увеличением коэффициента изменения толщин брусьев (с) оптимальные относительные размеры (толщина и ширина) уменьшаются. При коэффициенте  $c=3,0$  оптимальная относительная толщина центрального бруса составляет 0,24, а оптимальная относительная толщина бокового бруса составляет 0,08 от диаметра пиловочника в вершинном торце.

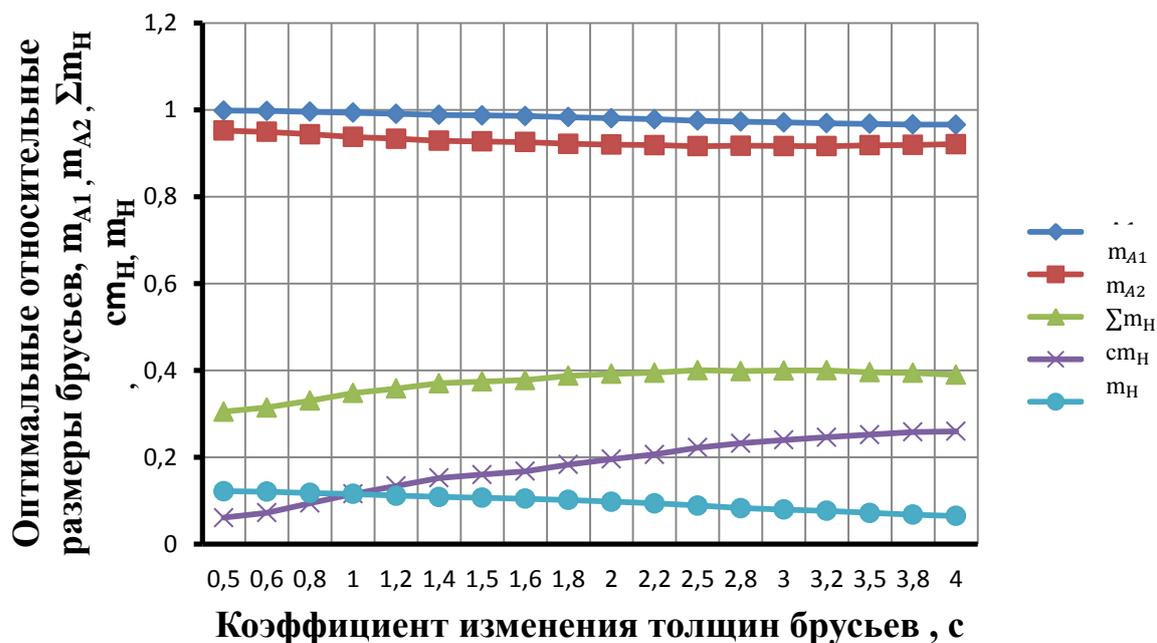


Рис. 3. Влияние коэффициента  $c$  на оптимальную относительную толщину бруса и оптимальную относительную ширину пласти центрального и боковых брусьев

Следует отметить, что оптимальная относительная суммарная площадь поперечного сечения брусьев и боковых обрезных досок при изменении коэффициента  $c$  изменяется плавно и незначительно [3]. Хотя при этом размеры брусьев и боковых обрезных досок изменяются более существенно [3]. Таким образом определено глобальное оптимальное значение коэффициента изменения толщин брусьев ( $c$ ), при котором наблюдается максимальная суммарная площадь поперечного сечения брусьев и боковых обрезных досок. Это значение коэффициента изменения толщин брусьев равно 3,0. Следует также обратить внимание, что целевая функция в диапазоне изменения коэффициента  $c=2,0...3,8$  отличается от максимального значения целевой функции всего лишь на 0,1%. Однако при этом в данном диапазоне  $c=2,0...3,8$  слагаемые целевой функции  $Z_{бр}$  и  $Z_d$  изменяются не столь значительно. Следовательно, этот диапазон  $c=2,0...3,8$  рекомендуется для промышленного использования.

### Список литературы

1. Агапов А. И. Алгоритм решения задачи оптимизации раскроя пиловочника с выпиливанием двух брусьев и двух пар боковых обрезных досок с учетом последующей распиловки брусьев на обрезные доски // Общество, наука, инновации. НПК - 2016 : сб. ст. всерос. ежегод. науч.-практ. конф. НПК-2016, 18–29 апреля 2016 г. / ВятГУ. Киров, 2016. С. 1219–1233.
2. Агапов А. И. Влияние ширины пропила на оптимальные размеры брусьев и досок при раскрое пиловочника с выпиливанием трех брусьев одинаковой толщины и четырех пар боковых досок // Лесотехнический журнал. Воронеж, 2014. № 2. С. 128–135.
3. Агапов А. И. Методика постановки и решения задачи оптимизации раскроя пиловочника крупных размеров с выпиливанием двух брусьев и четырех пар боковых обрезных досок с учетом ширины пропила // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. СПб, 2016. Вып. 217 С. 142–157.
4. Агапов А. И. Методика постановки и решения задачи оптимизации раскроя пиловочника больших размеров брусом-развальным способом с выпиливанием одного бруса и пяти пар боковых обрезных досок с последующей распиловкой бруса на обрезные доски // Лесотехнический журнал. Воронеж, 2017. № 1. С. 137–150.
5. Агапов А. И. Определение оптимальных размеров бруса и досок при раскрое пиловочника средних и больших размеров брусом-развальным способом // Системы. Методы. Технологии. Братск, 2014. № 3 (23) С. 167–174.
6. Агапов А. И. Оптимизация пиловочника больших размеров с выпиливанием трех брусьев и двух пар боковых обрезных досок // Лесной журнал. Архангельск, 2015 № 1. С. 108–116.
7. Агапов А. И. Оптимизация раскроя пиловочника с выпиливанием строительного бруса и одной пары боковых досок с учетом ширины пропила // Февральские чтения НПК профессорско-преподавательского состава Сыктывкарского лесного института по итогам НИР в 2014 году, Сыктывкарский лесной институт, 17–20 февраля 2015 г. Сыктывкар. С. 369–376.
8. Агапов А. И. Оптимизация раскроя пиловочника с выпиливанием трех брусьев разной толщины и двух пар боковых досок // Актуальные проблемы развития лесного хозяйства : материалы одиннадцатой междунар. НТК, 3–4 декабря 2013 г. Вологда, 2014. С. 62–66.

9. Агапов А. И. Оптимизация раскроя сегмента на обрезные пиломатериалы при брусом способе распиловки пиловочника // Advanced science. Научный журнал № 1 (4). Киров, 2014. С. 38–58.
10. Агапов А. И. Оптимизация технологических процессов деревообработки : учеб. пособие. Киров, 2012. 81 с.
11. Аксенов П. П. Теоретические основы раскроя пиловочного сырья. М. ; Л., 1960. 216 с.
12. Ветшева В. Ф. Раскрой крупномерных бревен на пиломатериалы. М., 1976. 165 с.
13. Рыкунин С. Н., Кандалина Л. Н. Технология деревообработки : учебник. М., 2005. 352 с.
14. Уласовец В. Г. Технологические основы производства пиломатериалов. Екатеринбург, 2002. 510 с.

## Optimization of sawlog cutting of large sizes with cutting of three bars of different thickness and six pairs of side edged boards

A. I. Agapov<sup>1</sup>, E. O. Mishlanov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of machinery and woodworking technology, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: usr00005@vyatsu.ru

<sup>2</sup>student of the Department of machinery and woodworking technology, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: Mishlanov.e@yandex.ru

**Abstract.** The mathematical model of the problem of optimization of sawlog cutting of large sizes is made for the Pythagorean zone. The objective function is the sum of the cross-sectional areas of bars and side edged boards. The equations reveal the relationship of the size of the bars and boards with the diameter of the sawlog at the top end. The Lagrange multipliers method and the numerical method are used to solve the optimization problem. An algorithm is developed to determine the optimal thickness of the central and side bars, as well as the size of the side edged boards, in which the objective function takes the maximum value. With the increase in the thickness of the central bar, the value of the objective function (output of lumber) increases and takes its maximum value when the coefficient of increase in the thickness of the central bar compared to the thickness of the side beam is 3.0.

**Keywords:** sawlog, bars, boards, mathematical model, objective function, communication equations, problem algorithm.

### References

1. Agapov A. I. *Algoritm resheniya zadachi optimizatsii raskroya pilovochnika s vypilivaniem dvuh brus'ev i dvuh par bokovyh obreznyh dosok s uchetom posleduyushchej raspilovki brus'ev na obreznye doski* [Algorithm for solving the problem of optimization of cutting logs by sawing two bars and two pairs of side edging boards taking into account the subsequent sawing boards for edged boards] // *Obshchestvo, nauka, innovatsii. NPK – 2016 : sb. st. vseros. ezhegod. nauch.-prakt. konf. NPK-2016, 18–29 aprelya 2016 g.* – Society, science and innovation. SPC – 2016 : collection of articles of all-Russia annual scientific and pract. conf. NPK-2016, 18–29 April 2016 / VyatSU. Kirov. 2016. Pp. 1219–1233.
2. Agapov A. I. *Vliyaniye shiriny propila na optimal'nye razmery brus'ev i dosok pri raskroe pilovochnika s vypilivaniem trekh brus'ev odinakovoy tolshchiny i chetyrekh par bokovyh dosok* [Influence of the width of the kerf on the optimum size of bars and planks when cutting timber by sawing three bars of the same thickness and four pairs of side boards] // *Lesotekhnicheskij zhurnal – Journal of forestry. Voronezh. 2014. No. 2. Pp. 128–135.*
3. Agapov A. I. *Metodika postanovki i resheniya zadachi optimizatsii raskroya pilovochnika krupnyh razmerov s vypilivaniem dvuh brus'ev i chetyrekh par bokovyh obreznyh dosok s uchetom shiriny propila* [Methods of formulation and solution of optimization task of cutting logs of large dimensions sawing two bars and four pairs of side edging boards taking into account the width of cut] // *Izvestiya Sankt-Peterburgskoy lesotekhnicheskoy akademii – News of Saint-Petersburg Forestry Academy. St. Petersburg. 2016. Issue 217. Pp. 142–157.*
4. Agapov A. I. *Metodika postanovki i resheniya zadachi optimizatsii raskroya pilovochnika bol'shih razmerov brusovo-razval'nyim sposobom s vypilivaniem odnogo brusa i pyati par bokovyh obreznyh dosok s posleduyushchej raspilovkoj brusa na obreznye doski* [Methodology of formulating and solving optimization problems of cutting of logs of large size in lumber-breakup way, cutting out one bar and five pairs of side edging boards with the subsequent sawing lumber edged boards] // *Lesotekhnicheskij zhurnal – Journal of forestry. Voronezh. 2017. No. 1. Pp. 137–150.*
5. Agapov A. I. *Opreделение optimal'nyh razmerov brusa i dosok pri raskroe pilovochnika srednih i bol'shih razmerov brusovo-razval'nyim sposobom* [Determination of the optimum sizes of bars and planks when cutting timber medium to large sized in lumber-breakup method] // *Sistemy. Metody. Tekhnologii – System. Methods. Technologies. Bratsk. 2014. No. 3 (23). Pp. 167–174.*
6. Agapov A. I. *Optimizatsiya pilovochnika bol'shih razmerov s vypilivaniem trekh brus'ev i dvuh par bokovyh obreznyh dosok* [Optimization of the logs of large dimensions sawing with three bars and two pairs of side edging boards] // *Lesnoj zhurnal – Forest magazine. Arkhangelsk. 2015. No. 1. Pp. 108–116.*
7. Agapov A. I. *Optimizatsiya raskroya pilovochnika s vypilivaniem stroitel'nogo brusa i odnoy pary bokovyh dosok s uchetom shiriny propila* [Optimization of cutting logs by sawing construction lumber and one pair of side boards to fit the cut] // *Fevral'skie chteniya NPK professorsko-prepodavatel'skogo sostava Syktyvkar'skogo lesnogo instituta po itogam NIR v 2014 godu, Syktyvkar'skij lesnoj institut, 17–20 fevralya 2015 g.* – February reading of SPC of faculty teaching staff of Syktyvkar Forest Institute on the results of the research in 2014. Syktyvkar forest Institute, 17–20 February 2015. Syktyvkar. Pp. 369–376.

8. Agapov A. I. *Optimizaciya raskroya pilovochnika s vypilivaniem trekh brus'ev raznoj tolshchiny i dvuh par bokovyh dosok* [Optimization of sawlog cutting with sawing of three bars of different thickness and two pairs of side boards] // *Aktual'nye problemy razvitiya lesnogo hozyajstva : materialy odinnadcatoj mezhdunar. NTK, 3–4 dekabrya 2013 g.* – Actual problems of forestry development : materials of the eleventh international. STC, 3–4 December 2013. Vologda. 2014. Pp. 62–66.

9. Agapov A. I. *Optimizaciya raskroya segmenta na obreznye pilomaterialy pri brusovom sposobe raspilovki pilovochnika* [Optimization of the cutting segment on timber boards when lumber method of sawing logs] // *Advanced science. Nauchnyj zhurnal № 1 (4)* – Scientific journal. No. 1 (4). Kirov. 2014. Pp. 38–58.

10. Agapov A. I. *Optimizaciya tekhnologicheskikh processov derevoobrabotki : ucheb. posobie* [Optimization of technological processes of woodworking : tutorial]. Kirov. 2012. 81 p.

11. Aksenov P. P. *Teoreticheskie osnovy raskroya pilovochnogo syr'ya* [Theoretical bases of cutting of sawn raw materials]. M.; L. 1960. 216 p.

12. Vetsheva V. F. *Raskroj krupnomernyh breven na pilomaterialy* [Cutting large logs to lumber]. M. 1976. 165 p.

13. Rykunin S. N., Kandalina L. N. *Tekhnologiya derevoobrabotki : uchebnik* [Woodworking technology : textbook]. M. 2005. 352 p.

14. Ulasovec V. G. *Tekhnologicheskie osnovy proizvodstva pilomaterialov* [Technological basis for the production of lumber]. Ekaterinburg. 2002. 510 p.

## Исследование методов снижения толщинной деформации стенки заготовок на начальных этапах изготовления тонкостенных деталей сложного профиля

С. А. Смертин<sup>1</sup>, М. И. Земцов<sup>2</sup>, Д. А. Фомина<sup>3</sup>

<sup>1</sup>старший преподаватель кафедры технологии машиностроения, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. E-mail: stassmertin@rambler.ru

<sup>2</sup>кандидат технических наук, доцент кафедры технологии и дизайна, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. E-mail: zemcov\_txom@mail.ru

<sup>3</sup>студент кафедры технологии и дизайна, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. E-mail: dashafomina281199@mail.ru

**Аннотация.** В настоящее время в современном машиностроении стоит задача качественного изготовления тонкостенных деталей сложной формы. Для исключения недостатков существующих способов предложен новый способ изготовления таких деталей, состоящий из трех этапов.

Целью данной статьи является представление результатов исследования второго этапа предлагаемой технологии – предварительного статического деформирования заготовок в полуматрицах.

В работе применен эмпирический метод исследования – эксперимент с последующим анализом результатов, включающим описание, сравнение, изучение зависимостей.

В результате исследования подтвержден выбор способа проведения первого этапа технологии – гибки тонкостенных трубчатых заготовок; определен характер толщинной деформации в рамках второго этапа технологии – операции предварительного статического деформирования; установлен запас деформационной способности материала заготовок для проведения заключительного этапа предлагаемой технологии – окончательного формообразования с использованием метода электрогидроимпульсной штамповки.

Результаты данного исследования могут быть применены в машиностроении и химической промышленности.

**Ключевые слова:** гибка обкаткой, предварительное статическое деформирование, поперечное сечение, толщинная деформация.

**Введение.** В различных отраслях современного машиностроения достаточно широкое применение находят тонкостенные детали сложной формы, в том числе и в поперечном сечении. Для изготовления подобных деталей применяются различные способы, каждый из которых имеет свою ограниченную область применения, свои преимущества и недостатки.

Полностью или частично исключить недостатки существующих способов ранее было предложено с помощью способа [1, с. 1–10], включающего три этапа: 1 – гибка стандартной трубчатой заготовки круглого поперечного сечения на требуемый угол; 2 – предварительное статическое деформирование изогнутой заготовки для изменения формы поперечного сечения; 3 – окончательное формообразование с использованием метода электрогидроимпульсной (ЭГИ) штамповки.

Результаты исследований первого этапа приведены в работе [2, с. 1–9]. При этом в экспериментах в качестве заготовок использовались стандартные трубы из меди М1 с наружным диаметром  $D = 1\ 1/8''$  (28,575 мм) и толщиной стенки  $S_0 = 0,87$  мм, как достаточно широко применяемые для изготовления рассматриваемых изделий. Гибка проводилась по трем схемам (рис. 1): обкаткой без зазора (см. рис. 1а при  $z = 0$ ), обкаткой с зазором  $Z$  (см. рис. 1а), с использованием лотка (см. рис. 1б).

Для каждой схемы оценивалось деформированное состояние материала в различных сечениях и точках путем измерения толщины стенки изогнутой трубы по наружному и внутреннему радиусам гiba с последующим определением толщинной деформации.

Результаты исследований показали, что для реализации первого этапа предлагаемой технологии целесообразно использовать способ гибки обкаткой. Причем наличие зазора  $Z$  между обкатным роликом и заготовкой в начальном положении снижает толщинную деформацию на 9,5–11 %. В такой же степени эффективно и применение лотка между обкатным роликом и заготовкой, однако наличие лотка усложняет конструкцию трубогиба и возможность автоматизации процесса гибки.

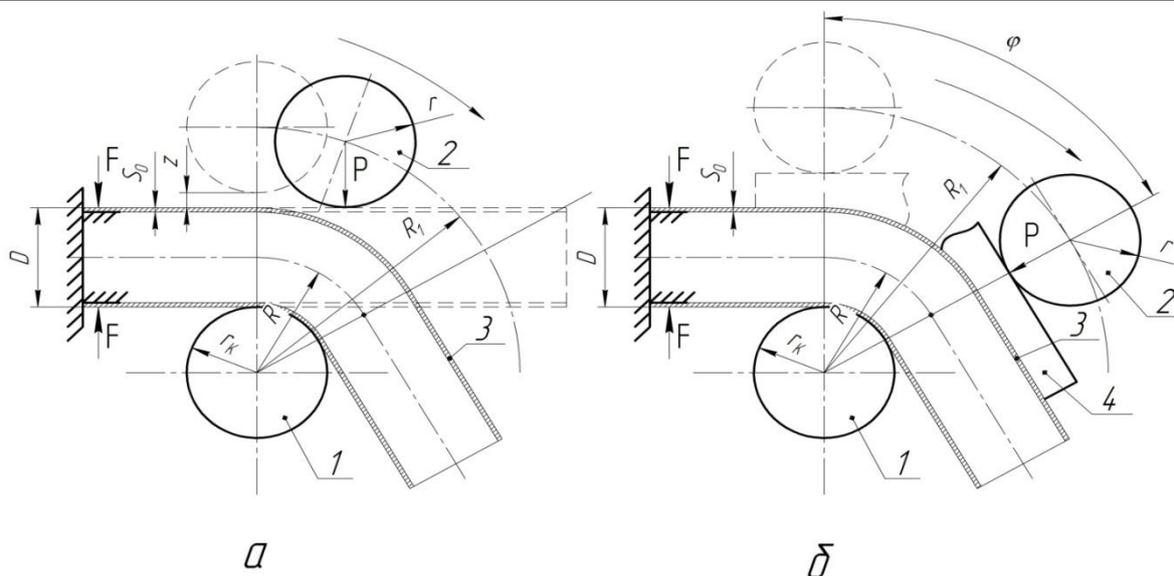


Рис. 1. Схемы гибки обкаткой: а – с зазором  $z$ ; б – с использованием лотка  
1 – неподвижный ролик (копир); 2 – обкатной ролик; 3 – заготовка; 4 – лоток

**Цель исследования.** Целью приведенного в статье исследования является анализ величин и характера толщинной деформации стенки трубчатой заготовки на втором этапе изготовления тонкостенных деталей сложного профиля – операции предварительного статического деформирования.

**Задачи исследования:**

1. Провести анализ толщинной деформации стенок трубчатой заготовки после предварительного деформирования для различных методов гибки с выбором из них наиболее эффективного.
2. Установить наличие запаса деформационной способности материала заготовки после начальных этапов рассматриваемой технологии.
3. Установить влияние на толщинную деформацию только предварительного деформирования.

**Методы исследования.** Второй этап предлагаемой технологии (предварительное статическое деформирование заготовки в полуматрицах) осуществлялся по схеме, представленной на рис. 2.

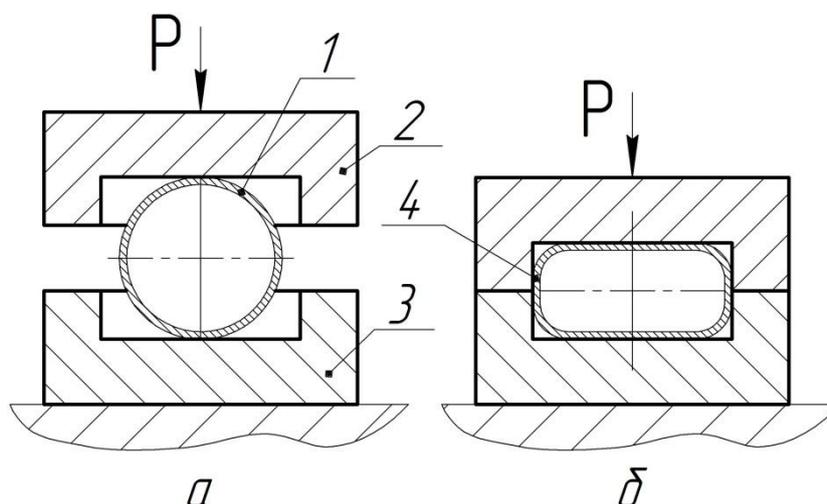


Рис. 2. Схема предварительного деформирования: а – исходное положение; б – конечное положение  
1 – поперечное сечение заготовки после гибки; 2, 3 – полуматрицы;  
4 – поперечное сечение заготовки после предварительного статического деформирования

Распределение толщинной деформации стенок заготовок по наружному и внутреннему радиусамгиба после гибки и предварительного деформирования показано на рисунке 3. Из графиков видно, что на наружном радиусегиба максимальное утонение стенки заготовки соответствует предварительному деформированию после гибки с лотком с величиной толщинной деформации  $\epsilon_s = -0,29$ . Меньшие значения деформации наблюдаются при предварительном деформировании заготовок после гибки без зазора ( $\epsilon_s = -0,28$ ) и с зазором ( $\epsilon_s = -0,25$ ).

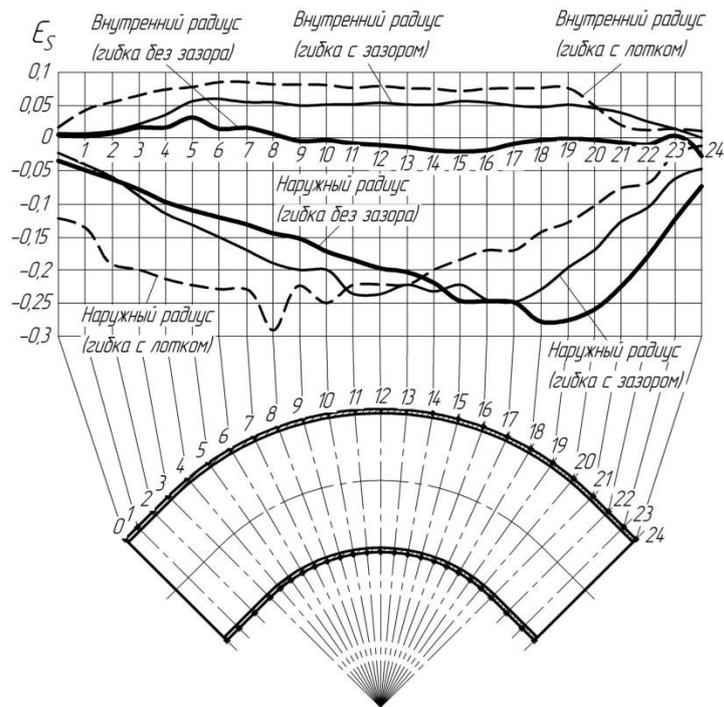


Рис. 3. Распределение толщинной деформации стенки трубы в продольном сечении после гибки и предварительного деформирования для различных схем гибки

В зависимости от схемы гибки сохраняется и характер смещения от середины углагиба максимальных утонений. В такой же зависимости сохраняется и характер толщинных деформаций по внутреннему радиусугиба: после гибки без зазора и предварительного деформирования наблюдается как утонение, так и утолщение, с максимальным значением толщинной деформации  $\epsilon_s = 0,03$ , а при деформировании после гибки с зазором и гибки с лотком  $\epsilon_s = 0,07$  и  $\epsilon_s = 0,09$  соответственно. Также сохраняется и характер изменения толщины стенок заготовок на участках, не имеющих контакта с формообразующими элементами.

На рисунке 3 показано распределение толщинной деформации после гибки и предварительного деформирования по сравнению с начальной толщиной стенки исходной заготовки. Влияние на толщинную деформацию только предварительного деформирования показывают зависимости, приведенные на рисунке 4.

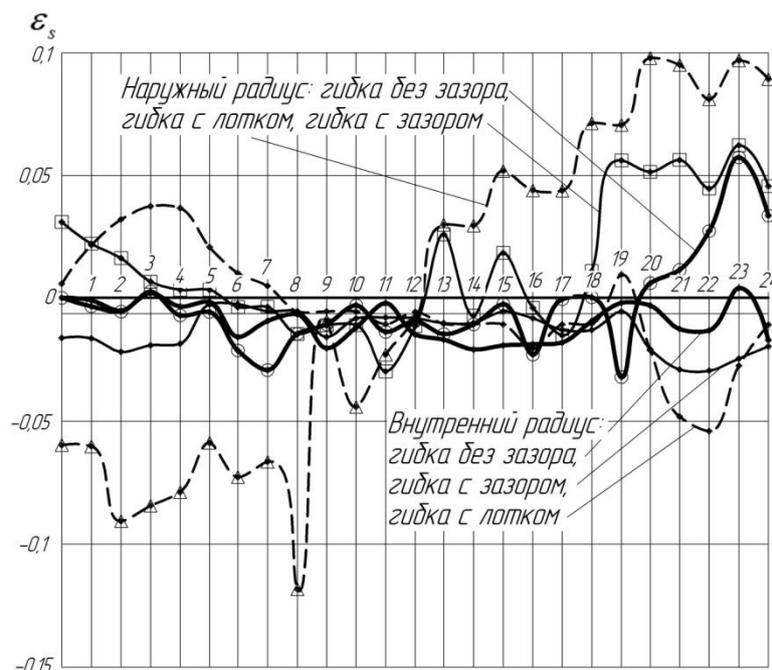


Рис. 4. Изменение толщинной деформации в продольном сечении изогнутой трубчатой заготовки в результате предварительного статического деформирования

На графиках (рис. 4) в зависимости от расположения участка трубы можно увидеть как утолщение, так и утонение. Графики кривых толщинной деформации по характеру совпадают на участке свободного во время гибки конца трубы (точки 12...24), где на внутреннем радиусе гiba наблюдается утонение стенки трубы, а на наружном – утолщение. На участке, расположенном с небольшим смещением от центра гiba в сторону закрепленного во время гибки конца трубы (точки 9...12) и на наружном, и на внутреннем радиусе гiba наблюдается утонение. На участке же между точками 0...9 характер толщинной деформации как на наружном, так и на внутреннем радиусах гiba различен – при предварительном деформировании после способов гибки с зазором и гибки с лотком характер графиков противоположный, а при деформировании после гибки без зазора толщинная деформация на наружном и на внутреннем радиусах гiba практически совпадает. Возможно, такой характер графиков является следствием различия величин толщинных деформаций на данном участке после операции гибки в зависимости от способа ее проведения.

Исходя из этого, можно выделить метод гибки трубы обкаткой с зазором как наиболее эффективный по снижению разнотолщинности стенок трубы после предварительного деформирования, так как по наружному радиусу в результате данной операции преобладает утолщение, а по внутреннему – утонение.

**Выводы.** После операции предварительного деформирования тонкостенных трубчатых заготовок максимальная толщинная деформация на наружном радиусе гiba меньше при выполнении предыдущей операции гибкой обкаткой с зазором и составляет -0,25. Данное значение является равным величине толщинной деформации после операции гибки указанным способом, что подтверждает наличие запаса деформационной способности материала для выполнения заключительного этапа технологии.

Анализ влияния на толщинную деформацию только предварительного деформирования показал снижение разнотолщинности стенки трубы в результате данной операции при использовании заготовки, полученной гибкой трубы обкаткой с зазором.

#### Список литературы

1. Пат. №2521167 РФ, МПК<sup>51</sup> В 21D 9/08, 22/02, 26/12, 41/02. Способ изготовления крутоизогнутых тонкостенных труб заданного профиля / С. А. Смертин, М. И. Земцов ; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО «ВятГУ». № 2012155692; заявл. 21.12.12; опубл. 27.06.14. Бюл. № 18. 10 с.
2. Смертин С. А., Земцов М. И., Фомина Д. А. Исследование методов снижения толщинной деформации стенки трубчатых заготовок в процессе гибки обкаткой // Дневник науки. 2018. № 8. 6 с. URL: [http://dnevniknauki.ru/images/publications/2018/8/technics/Smertin\\_Zemtsov\\_Fomina.pdf](http://dnevniknauki.ru/images/publications/2018/8/technics/Smertin_Zemtsov_Fomina.pdf) (дата обращения 23.01.2019).

## Study of methods to reduce the wall thickness deformation of workpieces at the initial stages of manufacturing of thin-walled parts of complex profile

S. A. Smertin<sup>1</sup>, M. I. Zemtsov<sup>2</sup>, D. A. Fomina<sup>3</sup>

<sup>1</sup>senior lecturer of the Department of machine building, Vyatka State University, Russia, Kirov. E-mail: stassmertin@rambler.ru

<sup>2</sup> PhD of Technical Sciences, associate professor of the Department of technology and design, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: zemcov\_txom@mail.ru

<sup>3</sup>student of the Department of technology and design, Vyatka State University. Russia, Kirov. E-mail: dashafomina281199@mail.ru

**Abstract.** Currently, in modern engineering there is the task of high-quality manufacture of thin-walled parts of complex shapes. To eliminate the disadvantages of existing methods, a new method of manufacturing such parts, consisting of three stages, is proposed.

The purpose of this article is to present the results of the study of the second stage of the proposed technology – preliminary static deformation of workpieces in half-matrices.

The empirical method of research – experiment with the subsequent analysis of results including the description, comparison, studying of dependences is applied in work.

The study confirmed the choice of the method of the first stage of a technology – flexible thin-walled tubular blanks; the character of thickness deformation in the second phase of the technology – operations of pre-static deformation – is specified; a stock strain capacity of a material of preparations for the final stage of the proposed technology – final shaping using the method of electrohydropulse stamping is established.

The results of this study can be applied in mechanical engineering and chemical industry.

**Keywords:** run-in bending, preliminary static deformation, cross-section, thickness deformation.

### References

1. Pat. No. 2521167 of the Russian Federation, IPC51 B 21D 9/08, 22/02, 26/12, 41/02. A method of manufacturing steeply bent thin-walled pipes of a given profile / S. A. Smertin, M. I. Zemtsov; Applicant and patent holder of FSBEI HE "Vyatka State University". No. 2012155692; declared 12/21/12; publ. 06/27/14. Bull. No. 18. 10 p. (in Russ.)
2. Smertin S. A., Zemcov M. I., Fomina D. A. *Issledovanie metodov snizheniya tolshchinnoy deformacii stenki trubchatyh zagotovok v processe gibki obkatkoj* [Investigation of methods for reducing the thickness deformation of the wall of tubular billets during bending by rolling] // *Dnevnik nauki – Journal of Science*. 2018. No 8. 6 p. Available at: [http://dnevniknauki.ru/images/publications/2018/8/technics/Smertin\\_Zemtsov\\_Fomina.pdf](http://dnevniknauki.ru/images/publications/2018/8/technics/Smertin_Zemtsov_Fomina.pdf) (accessed 01/23/2019).

## Исследование состава продуктов термического разложения литьевых полиуретанов

**З. Г. Морозова**

кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной физики  
Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. E-mail: kaf\_if@vyatsu.ru

**Аннотация.** Исследована термическая деструкция литьевых полиуретановых каучуков 2,4-толуиленидиизоцианата (2,4-ТДИ) и простых и сложных полиэфиров при высоких температурах. Для исследований разработана комплексная установка на основе хроматографа «Цвет-100», позволяющая методом ОБГ и АВГ исследовать термическое разложение полимеров при высоких (500–1300К) температурах. Предложена методика, позволяющая проводить газохроматографическое исследование качественного и количественного состава летучих продуктов, возникающих при термическом разложении полимеров. Рассмотрен метод обработки хроматограмм с использованием внутреннего стандарта и введения поправочного коэффициента для детектора ДТП. Установлено наличие в продуктах разложения полиуретановых каучуков токсичных веществ: окиси углерода, аммиака, ТДИ, цианистого водорода. Показана зависимость появления этих веществ в пиролизате различных полиуретанов в зависимости от температуры разложения каучука.

**Ключевые слова:** полиуретаны, каучуки, газовая хроматография, токсичные вещества, термическое разложение.

*Введение.* Полиуретаны относятся к классу гетероцепных полимеров. За счет разноразветвленной структуры в макромолекулах полиуретанов присутствуют различные по характеру связи: уретановые, аллофанатные, биуретовые, изоциануратные и др. Гетероцепное строение полиуретановых полимеров является, с одной стороны, фактором, улучшающим физико-механические свойства полимеров, повышающим их теплостойкость, а с другой стороны, делает их опасными при термическом разложении. Изучение состава летучих продуктов термического разложения полимеров позволяет оценить токсикологические аспекты их применения.

*Цель исследования.* Исследование состава летучих продуктов термического разложения литьевых полиуретанов при высоких температурах (500–1300К).

*Задача исследования.* Количественная оценка содержания в пиролизате токсичных веществ.

*Ведущий подход.* При исследовании кинетики термического разложения полимерных материалов большое значение имеет исследование состава продуктов распада. Широкое применение для данного вида исследования имеет метод АВГ – анализ выделяющихся газов. Данный метод позволяет определять качественный и количественный состав летучих продуктов, образующихся при термическом распаде вещества. Состав выделяющихся газообразных продуктов термического разложения полимеров можно идентифицировать, используя возможности газовой хроматографии.

Методика проведения газохроматографического исследования разработана [2]. В литературе имеется большой справочный материал для подбора адсорбентов и режимов элюирования при проведении анализа состава газообразных продуктов терморазложения вещества [3], однако, учитывая широкое разнообразие химического состава полимеров, подбор методики исследования носит строго индивидуальный характер.

В данной работе исследовались особенности термического разложения литьевых полиуретанов различных модификаций на основе 2,4-толуиленидиизоцианата (2,4-ТДИ) и простых и сложных полиэфиров.

Состав газообразных продуктов термического разложения полиуретанов исследовался методом газовой хроматографии в инертной среде (гелий марки ВЧ).

Экспериментальная установка монтировалась на базе хроматографа «Цвет-100М». В качестве датчиков, регистрирующих выделение летучих продуктов термического разложения полимеров, использовался детектор по теплопроводности – катарометр (ДТП) и пламенно-ионизационный детектор (ДИП). Расход газа носителя выбирался, исходя из условий лучшего разделения компонентов в изучаемой газовой смеси. Экспериментально подобранный расход газа-носителя (гелия) – 55 мл/мин. Образец массой 4-6 мг размещался в специальной пиролитической ячейке и вводился в область высоких температур (2520-1100 К). Для измерения температуры использовалась хромель-алюмелевая термопара (диаметр проводов 0,06 мм), расположенная вблизи образца.

Сложность в определении состава продуктов термического разложения полиуретанов связана с необходимостью регистрации и идентификации большого числа веществ различных классов.

Для полиуретановых эластомеров, учитывая сложный состав их макромолекул, эксперименты по определению состава летучих продуктов термического разложения проводились в два этапа: разделение на легкие и тяжелые фракции.

Для разделения легких фракций использовалась стальная колонка длиной 3 м, диаметром 4 мм, пассивированная СКФТ-803, адсорбент – полисорб-1, разделение летучих продуктов проводилось при комнатной температуре в течение 4 мин элюирования с последующим программированием температуры колонки до 100 °С с темпом нагрева 9 град/мин.

Для разделения тяжелых фракций пиролизата использовалась стальная колонка длиной 1 м, диаметром 5 мм, температура колонки изменялась при программировании температуры с темпом нагрева 20 град/мин в интервале температур 50–250 °С.

*Результаты исследований, их обсуждение.* Состав летучих продуктов термического разложения зависит от температуры и сходен для всех рассмотренных полимеров.

Качественный состав продуктов термического разложения определяется с помощью реперных веществ. Обработка хроматограмм проводилась по методике [1].

При температурах разложения полимеров ниже 720 К в составе летучих продуктов термического разложения полиуретанов обнаружены: диоксид углерода, углеводороды, вода, спирты. При температурах выше 720 К в составе продуктов пиролизата найдены токсичные вещества: оксид углерода, аммиак, цианистый водород, ТДИ.

Количественный состав летучих продуктов терморазложения полиуретанов определялся в соответствии с методиками, изложенными в [4].

Количество толуилндиизоцианата 2,4-ТДИ определялось методом прямого стандарта:

$$m_{\text{ТДИ}} = \frac{S_{\text{ТДИ}} m_1}{S_1}, \quad (1)$$

где  $m_{\text{ТДИ}}$ ,  $S_{\text{ТДИ}}$  – масса и соответствующая ей площадь пика ТДИ на хроматограмме продуктов распада полиуретанов;  $m_1$ ,  $S_1$  – масса и соответствующая ей площадь пика пробы ТДИ, введенной для тарировки.

Для количественной оценки содержания высокотоксичных веществ (цианистого водорода) метод прямого стандарта невозможен. В этом случае применялась специальная методика введения внутреннего стандарта и поправочного коэффициента для детектора ДТП.

Для получения результатов содержания цианистого водорода в весовых единицах вводится поправочный коэффициент для детектора ДТП:

$$RM R_{ir} = \frac{2\pi L^2 \left( \frac{k_i}{A_{0i}} - k_0 A_{i0} \right) + V \left( \frac{C_{pi} - C_{p0}}{2} \right)}{2\pi L^2 \left( \frac{k_r}{A_{0r}} - k_0 A_{r0} \right) + V \left( \frac{C_{pr} - C_{p0}}{2} \right)}, \quad (2)$$

где  $L=15\text{мм}$  длина камеры детектора ДТП,  $V$  – скорость потока газа,  $C_{pi}$ ,  $C_{p0}$ ,  $C_{pr}$  – изобарные молярные теплоемкости для одного моля исследуемого вещества, стандарта, газа-носителя соответственно;  $k_i$ ,  $k_r$ ,  $k_0$  – коэффициенты теплопроводности для исследуемого вещества, стандарта, газа-носителя соответственно;  $A_{i0}$ ,  $A_{0i}$ ,  $A_{0r}$ ,  $A_{r0}$  – постоянные безразмерные величины, рассчитанные по формулам (2) и (3) соответственно:

$$A_{0i} = \left( \frac{\sigma_i + \sigma_0}{2\sigma_i} \right)^2 \left( \frac{\mu_i + \mu_0}{2\mu_0} \right)^{1/2}, \quad A_{i0} = \left( \frac{\sigma_i + \sigma_0}{2\sigma_0} \right)^2 \left( \frac{\mu_i + \mu_0}{2\mu_i} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$A_{0r} = \left( \frac{\sigma_r + \sigma_0}{2\sigma_r} \right)^2 \left( \frac{\mu_r + \mu_0}{2\mu_0} \right)^{1/2}, \quad A_{r0} = \left( \frac{\sigma_r + \sigma_0}{2\sigma_0} \right)^2 \left( \frac{\mu_r + \mu_0}{2\mu_r} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где  $\sigma_i$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_0$  – эффективные диаметры молекул исследуемого вещества стандарта и газа-носителя соответственно;  $\mu_i$ ,  $\mu_r$ ,  $\mu_0$  – молярные массы исследуемого вещества стандарта и газа-носителя соответственно.

Поправочный коэффициент  $RMR_{ir}$  определяет относительный мольный отклик детектора ДТП:

$$RMR_{ir} = \frac{S_i \nu_r}{S_r \nu_i}, \quad (5)$$

где  $S_i, S_r$  – площади пиков на хроматограмме искомого вещества и стандарта соответственно;  $\nu_i, \nu_r$  – число молей исследуемого вещества и стандарта соответственно.

Используя формулу (4), можно рассчитать массу исследуемого вещества в пиролизате:

$$m_i = \frac{S_i \mu_i m_r}{S_r \mu_r RMR_{ir}}, \quad (6)$$

где  $m_i, m_r$  – массы исследуемого вещества и стандарта соответственно. В качестве стандарта в данном исследовании взята вода.

Используемые коэффициенты для определения массы цианида водорода (HCN) по массе воды приведены в таблице 1.

Таблица 1

### Коэффициенты для определения массы цианида водорода (HCN) по массе воды

Величина	Значение величины	Источник
Эффективный диаметр, $\sigma_i$	$6 \cdot 10^{-10}$ м	[6]
Эффективный диаметр, $\sigma_r$	$4 \cdot 10^{-10}$ м	[6]
Эффективный диаметр, $\sigma_0$	$2 \cdot 10^{-10}$ м	[6]
Молярная масса, $\mu_i$	$27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	[6]
Молярная масса, $\mu_r$	$18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	[6]
Молярная масса, $\mu_0$	$4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	[6]
Молярная теплоемкость, $C_{pi}$	33,2 Дж/моль·К	[6]
Молярная теплоемкость, $C_{pr}$	33,2 Дж/моль·К	[6]
Молярная теплоемкость, $C_{p0}$	20,7 Дж/моль·К	[6]
Коэффициент теплопроводности, $k_i$	0,3 Вт/м·К	[6]
Коэффициент теплопроводности, $k_r$	0,6 Вт/м·К	[6]
Коэффициент теплопроводности, $k_0$	0,2 Вт/м·К	[6]

Результаты исследования состава токсичных продуктов термического разложения литьевого уретан-мочевидного каучука ПУМ-ПФ-ОП-15 в зависимости от температуры разложения полимера приведены на рис. 1.

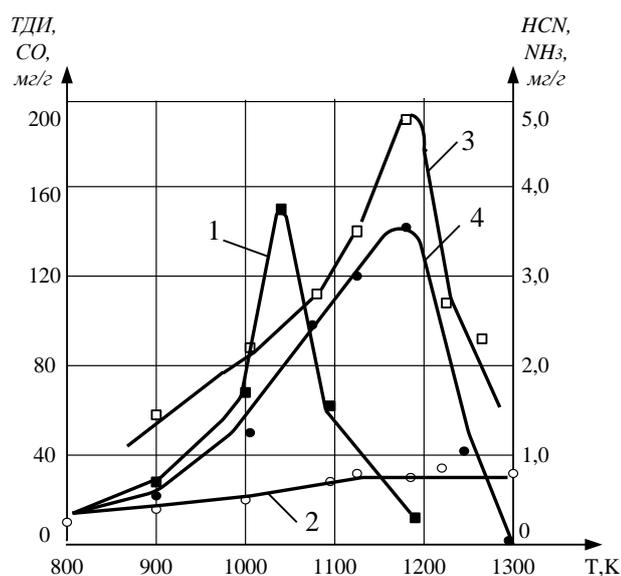


Рис. 1. Содержание токсичных продуктов термического разложения литьевого полиуретана ПУМ-ПФ-ОП-15 от температуры деструкции. Кривая 1 – для ТДИ, кривая 2 – для окиси углерода (CO), кривая 3 – для цианистого водорода (HCN), кривая 4 – для аммиака (NH<sub>3</sub>)

**Выводы.** Количество оксида углерода в продуктах разложения полиуретанов слабо зависит от температуры разложения. Кривые, определяющие выход ТДИ, аммиака и цианистого водорода в зависимости от температуры деструкции полимера имеют максимум. Из полученных зависимостей видно, что появление аммиака и цианистого водорода связано с разложением ТДИ.

### Список литературы

1. *Вигдергауз М. С., Семенов Л. В. и др.* Качественный газохроматографический анализ. М. : Наука, 1978. 243 с.
2. *Гольберт К. А., Вигдергауз М. С.* Курс газовой хроматографии. М. : Химия, 1974. 375 с.
3. *Коцев А.* Справочник по газовой хроматографии. М. : Мир, 1976. 202 с.
4. *Новак И.* Количественный анализ методом газовой хроматографии. М. : Мир, 1978. 179 с.
5. *Ступина В.* Насадочные колонки в газовой хроматографии. М. : Мир, 1977. 256 с.
6. *Яворский Б. М., Детлаф Д. А.* Справочник по общей физике. М. : Наука. 657 с.

## Investigation of the composition of products of thermal decomposition of injection polyurethanes

**Z. G. Morozova**

PhD of Technical Sciences, associate professor of the Department of engineering physics, Vyatka State University.  
Russia, Kirov. E-mail: kaf\_if@vyatsu.ru

**Abstract.** Thermal degradation of cast polyurethane rubbers of 2,4-toluene diisocyanate (2,4-TDI) and simple and complex polyesters at high temperatures is investigated. For research, a complex installation based on the chromatograph "Color-100" is designed, which allows the method of Detection of Evolved Gas and Analysis of Evolved Gas to study the thermal decomposition of polymers at high (500–1300K) temperatures. The technique allowing to carry out gas chromatographic research of qualitative and quantitative structure of the volatile products arising at thermal decomposition of polymers is offered. The method of chromatogram processing with the use of internal standard and introduction of correction factor for the accident detector is considered. The presence of toxic substances in the decomposition products of polyurethane rubbers: carbon monoxide, ammonia, TDI, hydrogen cyanide – is detected. The dependence of the appearance of these substances in the pyrolyzate of different polyurethanes depending on the decomposition temperature of rubber is shown.

**Keywords:** polyurethanes, rubbers, gas chromatography, toxic substances, thermal decomposition.

### References

1. *Vigdergauz M. S., Semenenko L. V. et al.* *Kachestvennyj gazohromatograficheskij analiz* [Qualitative gas chromatographic analysis]. M. Nauka. 1978. 243 p.
2. *Holbert K. A., Vigdergauz M. S.* *Kurs gazovoj hromatografii* [Course in gas chromatography]. M. Himiya. 1974. 375 p.
3. *Kocev A.* *Spravochnik po gazovoj hromatografii* [Handbook of gas chromatography]. M. Mir. 1976. 202 p.
4. *Novak I.* *Kolichestvennyj analiz metodom gazovoj hromatografii* [Quantitative analysis by gas chromatography]. M. Mir. 1978. 179 p.
5. *Stupina V.* *Nasadochnye kolonki v gazovoj hromatografii* [Packing column in gas chromatography]. M. Mir. 1977. 256 p.
6. *Yavorskij B. M., Detlaf D. A.* *Spravochnik po obshchej fizike* [Handbook of general physics]. M. Nauka. 657 p.

## Технология литья гипсовых скульптур с применением ротационного метода

**Р. А. Шалагинов**

преподаватель кафедры технологии и дизайна, Вятский государственный университет.  
Россия, г. Киров. E-mail: tackai@bk.ru

**Аннотация.** В статье представлен эксперимент по адаптации технологии традиционного гипсового пустотелого литья к современному ротационному литью пластмасс. Целью адаптации является уменьшение труда при производстве скульптурных гипсовых форм и уменьшение расхода гипсовой смеси. За счет увеличения или уменьшения объема заливаемой смеси достигается необходимая толщина модели. При малом объеме могут наблюдаться локальные утонения, что приводит к разрушению при дальнейшей эксплуатации. Для получения оптимальных прочностных качеств объем смеси увеличивается. Также при применении ротационного литья внутренняя поверхность модели получается гладкой, что тоже влияет на жесткость гипсовой скульптуры. Освоенную технологию планируется применять в образовательном процессе направления «Технология художественной обработки материалов» в рамках дисциплины «Мастерство» на 3 курсе.

**Ключевые слова:** ротационное литье, пустотелое литье, гипсовая скульптура.

**Введение.** Традиционно для копирования скульптур используют три вида гипсовой формовки: черновую, кусковую и клеевую. Полученную форму заполняют смесью: гипсом, цементом, полимерным или другим материалом. В результате получают точно воспроизводящую во всех деталях оригинал-копию.

Черновая формовка производится с моделей из воска, невысохшей глины или пластилина. Главная особенность данного метода заключается в том, что можно получить только одну реплику, а сама модель и форма в результате уничтожается. Кусковая и клеевая формовка позволяет получить с оригинала несколько репродукций [1, с. 125].

В настоящее время к традиционным методам добавилась формовка в эластичную форму. Эластичным материалом является быстро твердеющая резина или силикон. Главной особенностью данного метода является возможность копирования более сложных по рельефу скульптур и больший тираж за счет более высокой износостойкости материала. Также данная форма обладает меньшей массой по сравнению с традиционными методами. В итоге можно получить цельнолитую или пустотелую скульптуру. Пустотелую скульптуру получают методом обкатки: быстротвердеющую смесь заливают и выливают из формы, пока она не начнет схватываться на поверхности полости формы, образуя слой необходимой толщины. Из этого следует, что цельнолитые скульптуры имеют большую массу, что дает им больший запас прочности. Тогда как пустотелые изделия получаются более легкими и менее прочными и с более трудоемким процессом изготовления.

В современной промышленности широко применяется ротационное формование термопластов. Принцип ротационного формования пластмасс довольно прост. В основном процесс начинается с дозирования определенного, заранее заданного количества пластмассы в виде порошка, гранул или вязкой жидкости в полую, подобную оболочке форму. После этого форма начинает с относительно низкой скоростью вращаться или качаться относительно двух основных осей и нагреваться, в результате чего на внутренней поверхности образуется монолитный слой проплавленного полимерного материала. По истечении определенного времени охлаждения пластмассовое изделие приобретает достаточную жесткость. После этого охлаждение и вращение формы прекращается и готовое пластмассовое изделие извлекается из формирующего инструмента [2, с. 15]. Данным методом производят игрушки, контейнеры, баки, резервуары, изделия для садов и дворов, компоненты детских игровых площадок и др.

**Постановка цели и задач.** В результате ротационного формования получают тонкостенные изделия, что схоже с технологией традиционного литья в обкатку. Данные методы уменьшают количество расходуемого материала. Причем процесс ротационного литья значительно легче и позволяет производить серию изделий в более короткий срок. Совмещение технологий позволит значительно упростить процесс и уменьшить затраты материала на отливку. При этом можно получать легкие замкнутые полые отливки объемных скульптур.

**Метод исследования.** Скульптура формируется в эластичный разъемный кожух при помощи двухкомпонентного силиконового компаунда марки «Формосил Б». В результате получается бесшовная

эластичная форма, позволяющая в дальнейшем произвести необходимую поверхность отливки без доработок. Далее для фиксации эластичного кожуха вокруг него формируется «жесткий скелет», также состоящий из двух частей, стягивающихся винтами. Жесткий скелет состоит из композита, армирующим элементом которого служит стекловолокно, а связующим элементом является эпоксидная смола (рис. 1). Данная форма имеет меньшую массу и более продолжительный срок службы.



Рис. 1. Этапы изготовления эластичной формы

Форма закрепляется в ротационном станке, состоящем из двух квадратных рамок с разными осями вращения (рис. 2). В полость формы по литниковой системе заливается жидкий гипсовый раствор, и литник плотно закупоривается. Далее форма медленно вращается в двух осях для заполнения жидким раствором всех сложных полостей без образования пузырей. Среднее время затвердевания жидкого гипсового раствора составляет 20 мин, а полное схватывание происходит через 50 минут. Затем форма снимается, отливка извлекается до окончательного высыхания. Таким образом производится несколько заливок с целью определения необходимого количества заливаемого гипсового раствора для получения необходимой толщины изделия. От толщины изделия напрямую зависят его прочностные свойства.

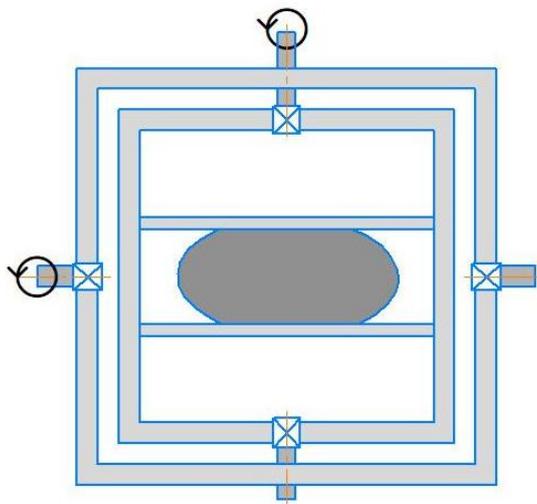


Рис. 2. Схема ротационного станка

**Результаты исследования.** В результате проведенных испытаний было выявлено необходимое количество раствора для оптимальной прочности и легкости скульптуры. При малом объеме смеси в изделии присутствовали тонкие участки, которые разрушались (см. рис. 3) при извлечении отливки из формы или при дальнейшей эксплуатации. Были проведены эксперименты с использованием более густого раствора, но при этом наблюдалось быстрое схватывание и большие недоливы в полости формы. При изменении скорости вращения лучший результат наблюдался при медленном вращении с дальнейшим увеличением скорости.



Рис. 3. Брак при малом объеме заливаемой смеси

**Заключение.** Применение ротационного метода значительно упрощает технологию изготовления пустотелых скульптур и уменьшает их вес, следовательно, и объем используемого материала.

#### Список литературы

1. Школа изобразительного искусства : в 10 вып. Вып. 4 / под ред. М. Г. Манизер, В. А. Серова, М. П. Сысоева, М. Н. Алексич, Х. А. Ушенина. М. : Искусство, 1965. 236 с.
2. Crawford R. J., Throne J. L. Rotational Molding Technology. Andrew Publishing, 2002. 288 с.

## Technology of casting gypsum sculptures using the rotational method

**R. A. Shalaginov**

lecturer at the Department of technology and design, Vyatka State University.  
Russia, Kirov. E-mail: tackai@bk.ru

**Abstract.** The article presents an experiment on the adaptation of traditional gypsum hollow casting technology to modern rotational molding of plastics. The purpose of adaptation is to reduce labor in the production of sculptural gypsum molds and reduce the consumption of gypsum mixture. By increasing or decreasing the volume of the poured mixture, the required thickness of the model is achieved. With a small volume, local sinking can be observed, which leads to destruction during further operation. To obtain optimal strength properties, the volume of the mixture increases. Also, when using rotary casting, the inner surface of the model is smooth, which also affects the rigidity of the plaster sculpture. The mastered technology is planned to be applied in the educational process of the direction "Technology of artistic processing of materials" within the discipline "Skill" in the 3rd year.

**Keywords:** rotary casting, hollow casting, gypsum sculpture.

#### References

1. *Shkola izobrazitel'nogo iskusstva: v 10 vyp. Vyp. 4* – School of Fine Arts: in 10 vol. Vol. 4 / ed. M. G. Manizer, V. A. Serov, M. P. Sysoev, M. N. Aleksich, H. A. Ushenin. M. Iskusstvo. 1965. 236 p.
2. Crawford R. J., Throne J. L. Rotational Molding Technology. Andrew Publishing. 2002. 288 p.

**Advanced science**

**Научный журнал № 3 (14) (2019)**

16+

Научное издательство Вятского государственного университета,  
610000, г. Киров, ул. Московская, 36  
(8332) 208-964