УДК 37.01:51 DOI 10.25730/VSU.0536.22.023

Моделирование структуры математических учебных текстов

М. В. Воронов
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики,
Московский государственный психолого-педагогический университет.
Россия, г. Москва. ORCID: 0000-0002-0691-7245. E-mail: mivoronov@yandex.ru

Аннотация. Разработка программно-технических средств процессов обучения становится все более актуальной задачей. Для их создания объекты моделирования предварительно должны быть представлены в формальном виде. Поскольку наиболее важными образовательными средствами являются учебные тексты, возникает задача разработки моделей, в формализованном виде отображающих учебные тексты. Особенности построения учебных текстов способствуют решению вопросов формализованного построения структуры представленных в них знаний. В статье анализируется структура построения учебных текстов, вводятся понятия учебный элемент и квант знаний. Предложена конструктивная модель формирования структуры знаний, представленных в рассматриваемом учебном тексте. Обсуждаются возможности приложения математических моделей структуры знаний для решения вопросов оценки качества учебных текстов и образовательных программ в целом, а также вопросы создания компьютеризированной среды поддержки самоподготовки обучающихся.

Ключевые слова: учебный текст, содержание, структура знаний, модель.

1. Постановка задачи

В самом общем случае структуру любого текста можно рассматривать как совокупность связанных между собой его частей. Причем в связях аккумулируется весьма существенная часть содержания текста. Не составляют исключения и учебные тексты в целом и математические тексты в особенности.

Обладание сведениями о структуре учебного материала обеспечивает возможность более эффективного решения целого ряда педагогических задач, что обуславливает актуальность создания средств работы с этими материалами всех участников образовательного процесса в автоматизированном режиме. Центральным на этом пути шагом является разработка модели структуры учебных материалов, представленных в виде текста.

Именно учебный текст представляет собой определенным образом организованную и представленную в виде текста информацию (учебный материал), как средство обучения он ориентирован на усвоение обучаемым соответствующих знаний, умений, навыков (здесь будем использовать термин «знание» как обобщенное имя всех трех этих понятий).

Структурно учебный текст чаще всего есть последовательность отдельных вложенных друг в друга частей (рубрик). Например, разделы состоят из глав, которые состоят из параграфов, а последние из пунктов и так далее. Фрагмент текста в каждой из этих рубрик посвящен изложению определенной и относительно самостоятельной части осваиваемого материала [5]. Тем самым учебные тексты отображают упорядоченный набор фрагментов знаний, которые содержательно в той или иной мере связаны между собой. Обычно процесс обучения и реализуется в соответствии с порядком следования рубрик.

В свою очередь даже самая небольшая из рубрицированных частей текста представляет собой последовательность еще более мелких фрагментов. Самый мелкомасштабный с образовательной точки зрения представленный в данном тексте фрагмент будем называть учебным элементом. Учебный элемент – это подлежащая усвоению логически законченная информация, как правило, получившая при введении свое имя и воспринимаемая в дальнейшем как неделимый фрагмент знаний. К учебным элементам обычно относят: определения понятий и их свойства, а также отдельные факты, формулы, правила, принципы, процедуры и тому подобное. Важно отметить, что каждый учебный элемент является носителем уникальной в рамках данного текста информации [4].

После своего усвоения учебный элемент должен восприниматься обучаемым как носящая атомарный характер целостность. При упоминании его имени у него в сознании должна актуализироваться информация, усвоенная при знакомстве с соответствующим учебным элементом.

Для удобства последующего изложения рассмотренные и обработанные (представленные в формализованном виде и включенные в модель) учебные элементы будем называть квантами знаний. При таком понимании квантов знаний они могут служить «строительным материалом» для построения новых подлежащих усвоению учебных элементов. В этом случае при формировании

© Воронов М. В., 2022

новых учебных элементов между несколькими определенными квантами знаний устанавливаются соответствующие связи. Тем самым вся совокупность представленных в учебном тексте квантов знаний и множество связей между ними образуют определенную знаниевую структуру, которая является предметом нашего рассмотрения.

Поставлена задача: для рассматриваемого учебного текста сформировать представленную в формальном виде его знаниевую структуру.

2. Построение модели структуры знаний учебного текста

Присутствующие в учебном тексте элементы знаний по способу своего введения могут быть двух видов. К первым, назовем их исходными, отнесем те, относительно которых сделано предположение, что обучаемый знаком с ними до начала изучения данного материала (это первичные для данного текста учебные элементы). Предполагается, например, что студент имеет знания, включенные в программу полной средней школы. Другие учебные элементы, назовем их осваиваемыми, формируются в ходе изложения учебного материала из учебных элементов, введенных в данном тексте выше и/или относящихся к исходным.

В этой связи с позиций педагогических технологий учебный текст представляет собой упорядоченную последовательность описания процедур введения все новых и новых взаимосвязанных и взаимообусловленных учебных элементов, а логика усвоения знаний построена на синтезе двух основных процессов: освоении обучаемым конкретных учебных элементов и формировании из них новых, обычно более сложных компонентов своих знаний.

Обратим внимание на последнее утверждение, суть которого в том, что в зависимости от ситуации осваиваемые учебные элементы формируются и используются по-разному. Так, формируются они из ранее освоенных элементов путем установления между ними отношений, образуя определенную, порой не тривиальную структуру. Однако в дальнейшем они же воспринимаются и используются чаще всего как носящие атомарный характер элементы знаний и идентифицируются по присвоенным им именам.

Например, учебный элемент, сообщающий об определении обратной матрицы, обычно сопровождается формулой:

$$A \cdot A^{-1} = \mathrm{E}$$

и текстом: обратной относительно некоторой исходной квадратной матрицы A называется такая матрица A^{-1}, произведение которой на матрицу A образует единичную матрицу E. Здесь для введения нового учебного элемента используются учебные элементы «квадратная матрица», «единичная матрица» и «умножение матриц». Понятно, что все эти три элемента знаний должны были быть введены на предыдущих этапах учебного процесса. Заметим, это непростые конструкты, но на данном этапе они уже выступают в качестве соответствующих квантов знаний. Эту двойственность и предполагается положить в основу идеи решения поставленной задачи.

Процедура обучения может ассоциироваться с процессом наращивания ориентированного графа – графа структуры усвоенных знаний. В этой связи решение поставленной задачи предлагается осуществлять в ходе реализации соответствующего конструктивного процесса, который представляет собой осуществление последовательности стандартных шагов: выявление из текста очередного учебного элемента, фиксация участвующих в его описании акторов (квантов знаний), формализация рассматриваемого учебного элемента в качестве нового кванта знаний и соответствующее наращивание формируемого графа.

Более строго схема реализации этих действий предполагает осуществление следующего алгоритма:

1. Рассматривается очередной фрагмент текста T_k. Если такового не обнаружено, переходят к п. 5. В противном случае субъект формирования модели устанавливает факт введения в этом фрагменте текста учебного элемента u_k (в противном случае переходит к рассмотрению следующего фрагмента текста) и начинается процедура формирования фрейма Φ_k, в котором будет фиксироваться информация о данном учебном элементе u_k.

<u>Примечание.</u> Множество исходных учебных элементов может быть сформировано заранее или решение о том, считать ли данный элемент знаний исходным, решает субъект (эксперт) в процессе построения модели.

2. Выявляется множество квантов знаний $KV_{\text{к}} = \{kv_{ik}\}$, $(i = 1, 2, \ldots, i_k)$, которые использованы при описании учебного элемента u_k в ролях акторов.

3. Вводимый учебный элемент фиксируется в качестве элемента формируемой структуры под номером k $(u_k \to s_k)$, получая статус кванта знаний s_k. Эта операция представляет собой формирование k – го фрейма (как новой вершины формируемого графа), в котором зафиксированы все кванты знаний, участвующие в формировании кванта s_k (все элементы множества $KV_{\text{к}}$), что соответствует введению входящих в k – ю вершину дуг.

4. Осуществляется проверка вхождения всех элементов $KV_к$ в сформированную часть структуры рассматриваемого учебного текста, то есть проверяется условие:

$$\forall i: kv_{lk} \subseteq ST_k.$$

Если это условие нарушается (то есть $\exists j: u_j \nsubseteq \{s_1, s_2, \dots, s_{k-1}\}$, то это означает: учебный элемент, соответствующий кванту знаний kv_{jk}, не был введен в рассматриваемый учебный текст ранее, что свидетельствует о том, что нарушена последовательность изложения учебного материала или в нем соответствующий учебный элемент отсутствует (учебный текст изложен не с должной полнотой). Такого рода факты фиксируются. Переходят к п. 1.

5. Получена модель структуры рассматриваемого учебного текста

$$M = \{s_k, \{i, k\}, \{k, j\}\}, \ \forall i, j, k \in \overline{1, n},$$

которую можно интерпретировать как ориентированный граф, каждой вершине которого отвечает формализованная запись (фрейм) об отдельном учебном элементе текста с фиксацией очередности его введения в тексте и связях с другими учебными элементами.

Примечание. Поскольку учебные элементы вводятся в тексте последовательно, оправдано введение на множестве квантов знаний сквозной нумерации. Тем самым между вводимыми в тексте учебными элементами и квантами знаний построенной формальной структуры устанавливается взаимно-однозначное соответствие. Кроме того, для каждого кванта знаний s_k обеспечена возможность однозначного нахождения всех квантов знаний $\{kv_{ik}\}$, освоение которых предшествует введению s_k.

Примечание. В различных местах учебных текстов могут использоваться омонимические и синонимичные термины, также встречаться дубликаты введения той или иной единицы знаний, содержательно представляющие собой повторы. Все такого рода факты должны фиксироваться [2]. Для этого, например, в описывающем данный квант знаний фрейм вводится слот, куда заносятся сведения о встретившихся в учебном тексте его синонимах. В дальнейшем это позволит строить процедуры выявления такого рода фактов, что может использоваться при построении приложений.

3. Приложения модели структуры знаний

Модель структуры представленных в исходном учебном тексте знаний позволит более эффективно решать ряд прикладных задач. В данной статье рассмотрим лишь две из них.

3.1. Анализ качества учебных текстов и образовательных программ

Учебные тексты не свободны от наличия разного рода недостатков системного и технического характера, в том числе противоречий и пробелов, нарушения последовательности изложения материала и др. [3].

Традиционно выявление такого рода недостатков проводится «вручную»: эксперт читает текст, находит и фиксирует найденные замечания, а затем, оценив множество последних, может сформулировать оценку анализируемого текста. Описанная выше модель позволяет создать средства, в существенной мере облегчающие решение такого рода задач.

Как отмечено выше, с помощью построенной для данного учебного текста модели могут быть выявлены логические разрывы двух типов: разрывы вследствие невведения всех необходимых для формирования данного учебного элемента «предшествующих» элементов знаний (конечно, исключая исходные) и вследствие нарушения порядка очередности их введения (данная учебная единица все же введена далее по тексту, но позднее, чем она была уже использована).

Поскольку имеется возможность точно указать, в каком месте текста обнаружены нарушения логики изложения и каких учебных единиц они касаются, появляется возможность оперативно устранять выявленные недостатки.

На основе полученной таким образом информации могут быть рассчитаны и другие показатели качества учебного текста. Это, например, количество введенных учебных элементов, уровень интенсивности использования каждого из них и др.

Подобного рода характеристики можно вводить для оценки качества не только отдельного учебного текста, но и всей совокупности учебных дисциплин учебного плана, ибо потребность структурирования содержания учебных программ в целом – весьма актуальная задача [6]. Для решения возникающих задач целесообразно применить предложенную модель к упорядоченной согласно учебному плану последовательности текстов, входящих в его состав учебных дисциплин. В результате будет получена оценка уровня непрерывности и непротиворечивости изложения учебного материала, что позволит оценить уровень полноты и согласованности подлежащих освоению знаний в ходе обучения по данной учебной программе в целом.

3.2. Создание среды поддержки самоподготовки

Использование представленной модели открывает новые возможности по созданию более эффективных средств поддержки учебного процесса. В частности, может быть построена система активной поддержки процесса обучения (САППО) [1].

Эта система помимо традиционных опций собственно информационной поддержки учебного процесса обеспечивает возможность осуществлять процедуры выявления «узких» мест в знаниях

обучаемого и предлагать ему в этой связи обоснованный ряд конкретных действий. Говоря об активности САППО, мы имеем в виду ее способности направлять и в некоторой мере заставлять обучаемого совершать целесообразные действия, причем эти действия относятся к конкретной учебной ситуации, в которой он оказался, то есть действовать по принципу «здесь и сейчас».

Рассмотрим одну из часто встречающихся ситуаций. Пусть обучаемый затрудняется ответить на определенный вопрос учебной программы. Как правило, это связано с невладением некоторыми элементами знаний. Пусть обучаемый не владеет учебным элементом u_k, что, например, обнаружено в результате проведения соответствующего теста. В этой ситуации САППО на основе рассмотренной выше модели формирует и поддерживает осуществление последовательности шагов, направленных на выявление корней этого незнания. Вначале определяется множество квантов $\{kv_{ik}\}$, непосредственное знание которых необходимо для ответа на поставленный вопрос, и обеспечивается проверка уровня усвоенности обучаемым каждого из них. Если при этом обнаруживается, что всеми kv_{ik} он владеет, то трудности обусловлены освоением непосредственно данной учебной единицы как таковой (обычно это связано с непониманием данного ее описания).

Если же среди элементов $\{kv_{ik}\}$ оказываются в недостаточной мере освоенные учебные элементы, то благодаря модели структуры знаний данного учебного текста определяются компоненты, знание которых необходимо для непосредственного понимания последних. Для каждого из них вновь производится проверка освоения соответствующих учебных элементов. Такого рода процесс продолжается до тех пор, пока обучаемый не дойдет до тех элементов, которые он освоил. В результате будет сформирована актуальная относительно сложившейся ситуации (для неосвоенного конкретного учебного элемента u_k) «структура незнания», на базе которой строится рекомендуемая траектория устранения выявленных пробелов знаний.

Тем самым система поддержки процессов самоподготовки на базе модели структуры знаний учебного материала показывая, разъясняя, одновременно контролируя и анализируя каждый шаг обучаемого, обладает возможностью в режиме реального времени выстраивать рациональную для него траекторию обучения и целенаправленно вести по ней обучаемого.

4. Заключение

Учебные тексты в целом и математические в первую очередь представляют собой множество связанных друг с другом и находящихся в отношении следования фрагментов знаний, что открывает возможности формализованного отображения формируемой ими знаниевой структуры. Таким отображением может выступать модель знаниевой структуры учебного текста, представляющая собой ориентированный граф, элементы которого отображают содержащиеся в тексте элементы знаний и взаимосвязи между ними.

Построение модели знаниевой структуры учебного текста осуществляется в ходе реализации конструктивного процесса, что позволяет отразить в этой модели композиционно-смысловой аспект учебного текста.

В модели использована фреймовая форма представления знаний. Это обеспечивает фиксацию в ней не только связей между элементами знаний, но и их описание, которое может быть представлено в любом виде (текст, формула, рисунок, график и тому подобное).

Процедура построения модели производится в автоматизированном режиме в соответствующей программно-технической среде, что обеспечивает удобство ее осуществления.

Наличие модели знаниевой структуры учебного текста расширяет возможности для разработки средств, обеспечивающих автоматизированный анализ учебных текстов, и реализацию новых более эффективных технологий поддержки процессов обучения.

Список литературы

1. *Воронов М. В., Герасименко П. В., Письменский Г. И.* Разработка виртуальной среды самостоятельной подготовки студентов // Инновации в образовании. 2017. № 9. С. 31–44.

2. *Воронов М. В., Сафонов М. А.* Оценка качества учебных курсов на основе математического моделирования // Моделирование и анализ данных. 2015. № 1. С. 20–26.

3. *Долматов А. В., Долматова Л. А.* Качество учебников: вызовы, новые требования, оценка, перспективы : сб. статей XXI Международной научно-практической конференции «Личность, общество, образование» / под ред. О. В. Ковальчук, А. Е. Марон, В. И. Реброва, Санкт-Петербург, 30 марта 2018 г. СПб. : Ленинградский областной институт развития образования, 2018. С. 71–85.

4. *Лаврентьев Г. В., Лаврентьева Н. Б., Неудахина Н. А.* Инновационные обучающие технологии в профессиональной подготовке специалистов : учеб. пособие. Ч. 2. Барнаул : Изд-во Алтайского гос. ун-та, 2002. Т. 2. 323 с.

5. *Сабинина А. А.* Учебный текст: структура и прагматика // Известия РГПУ им. А. И. Герцена. 2009. № 97. С. 222–225.

6. *Шихнабиева Т. Ш.* Методы структуризации знаний в интеллектуальных обучающих системах // Казанский педагогический журнал. 2014. № 6 (107). С. 14–21.

Modeling of the structure of mathematical educational texts

M. V. Voronov
Doctor of Technical Sciences, professor, head of the Department of applied mathematics,
Moscow State Psychological and Pedagogical University.
Russia, Moscow. ORCID: 0000-0002-0691-7245. E-mail: mivoronov@yandex.ru

Abstract. The development of software and hardware tools for learning processes is becoming an increasingly urgent task. To create them, modeling objects must first be presented in a formal form. Since the most important educational tools are educational texts, the task arises of developing models that display educational texts in a formalized form. The features of the construction of educational texts contribute to solving the issues of formalized construction of the structure of the knowledge presented in them. The article analyzes the structure of the construction of educational texts, introduces the concepts of educational element and quantum of knowledge. A constructive model of the formation of the structure of knowledge presented in the considered educational text is proposed. The possibilities of applying mathematical models of the knowledge structure to solve issues of assessing the quality of educational texts and educational programs in general, as well as issues of creating a computerized environment to support self-training of students are discussed.

Keywords: educational text, content, knowledge structure, model.

References

1. *Voronov M. V., Gerasimenko P. V., Pis'menskij G. I. Razrabotka virtual'noj sredy samostoyatel'noj podgotovki studentov* [Development of a virtual environment for independent training of students] // *Innovacii v obrazovanii* – Innovations in education. 2017. No. 9. Pp. 31–44.

2. *Voronov M. V., Safonov M. A. Ocenka kachestva uchebnyh kursov na osnove matematicheskogo modelirovaniya* [Assessment of the quality of training courses based on mathematical modeling] // *Modelirovanie i analiz dannyh* – Modeling and data analysis. 2015. No. 1. Pp. 20–26.

3. *Dolmatov A. V., Dolmatova L. A. Kachestvo uchebnikov: vyzovy, novye trebovaniya, ocenka, perspektivy : sb. statej XXI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii "Lichnost', obshchestvo, obrazovanie"* [Textbook quality: challenges, new requirements, assessment, prospects : collection of articles of the XXI International Scientific and Practical Conference "Personality, Society, education"] / ed. by O. V. Kovalchuk, A. E. Maron, V. I. Rebrova. St. Petersburg, March 30, 2018, SPb. Leningrad Regional Institute of Education Development. 2018. Pp. 71–85.

4. *Lavrent'ev G. V., Lavrent'eva N. B., Neudahina N. A. Innovacionnye obuchayushchie tekhnologii v professional'noj podgotovke specialistov : ucheb. posobie. Ch. 2* [Innovative teaching technologies in professional training of specialists : textbook. Part 2]. Barnaul. Publishing house of the Altai State University. 2002. Vol. 2. 323 p.

5. *Sabinina A. A. Uchebnyj tekst: struktura i pragmatika* [Educational text: structure and pragmatics] // *Izvestiya RGPU im. A. I. Gercena* – News of RSPU n. a. A. I. Herzen. 2009. No. 97. Pp. 222–225.

6. *Shihnabieva T. Sh. Metody strukturizacii znanij v intellektual'nyh obuchayushchih sistemah* [Methods of structuring knowledge in intellectual learning systems] // *Kazanskij pedagogicheskij zhurnal* – Kazan Pedagogical Journal. 2014. No. 6 (107). Pp. 14–21.