УДК 621.397

Е. П. Петров, Н. Л. Харина,
О. А. Петрова, И. О. Кремлев

АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ДИСКРЕТНОГО ПАРАМЕТРА П ОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ БИНАРНЫХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

При отсутствии априорных данных о статистических характеристиках принимаемых по радиоканалу последовательностей бинарных импульсных сигналах, например при передаче цифровых изображений или телеметрических данных необходимо осуществлять адаптивный прием с извлечением статистических характеристик из принятых сигналов. Если принимаемые сигналы являются нестационарными случайными процессами, то вычисление статистических характеристик должно быть быстрым, совпадающем по времени с артефактами, вызвавших нестационарность в принимаемой последовательности бинарных сигналов. В данной работе предлагается простой, но быстрый алгоритм вычисления оценок статистических характеристик принимаемого процесса без операций вычислений, позволяющий получать оценки статистических характеристик в реальном масштабе времени.

Ключевые слова: статистические характеристики последовательности бинарных сигналов, нелинейная фильтрация дискретного параметра последовательности бинарных сигналов, оценка матрицы вероятностей перехода, простая цепь Маркова

В реальных системах связи сведения о степени корреляционной зависимости дискретных состояний процесса могут быть неизвестными либо изменяться с течением времени. В этих условиях целесообразно осуществлять прием бинарных импульсных коррелированных сигналов устройствами, синтезированными на основе адаптивных алгоритмов [1].

Возьмем за основу построения адаптивного алгоритма нелинейной фильтрации алгоритм нелинейной фильтрации дискретного параметра случайной

© Петров Е. П., Харина Н. Л., Петрова О. А., Кремлев И. О., 2017

стационарной последовательности бинарных импульсных коррелированных сигналов, аппроксимируемых простой цепью Маркова с двумя равновероятными $(p_1 = p_2)$ состояниями и неизвестными значениями элементов матрицы вероятностей перехода (МВП) вида:

$$\Pi = \begin{Vmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{Vmatrix}. \quad (1)$$

Для цепи Маркова с двумя состояниями уравнение нелинейной фильтрации бинарных сигналов имеет вид [1]:

$$u_{1(k+1)} = \left[f_{k+1}(M_1) - f_{k+1}(M_2) \right] + u_{1k} + \ln \frac{\pi_{11} + \pi_{21} \exp(-u_{1k})}{\pi_{22} + \pi_{12} \exp(u_{1k})}. \quad (2)$$

Значение оценки дискретного параметра, вычисляемой по уравнению (2), может быть определено сравнением $u_{1(k+1)}$ с порогом H, выбранным в соответствии с некоторым критерием различения двоичных сигналов. Для рассматриваемой задачи фильтрации дискретного параметра двоичных коррелированных сигналов наиболее приемлемым является критерий идеального наблюдателя, по которому решение о наличии в принятой реализации $x(t)$ сигнала с параметром M_1 или M_2 производится в приемнике на основе сравнения логарифма отношения апостериорных вероятностей с порогом H:

$$u_{1(k+1)} \geq H. \quad (3)$$

Для двоичной системы правило (2) означает, что состояние M_1 фиксируется в тех случаях, когда $u_{1(k+1)} \geq H$, а состояние M_2 - когда $u_{1(k+1)} < H$. При этом могут возникнуть два вида ошибок: ошибки первого рода, когда принимается решение о наличии в принятом сигнале состояния параметра M_1, в то время как передан сигнал с состоянием параметра M_2, а ошибки второго рода возникают при наличии противоположной ситуации.

Обозначим вероятность появления ошибок первого $p'_{\text{ош}}$, а второго – через $p''_{\text{ош}}$. Согласно критерию идеального наблюдателя, порог H устанавливается таким образом, чтобы минимизировалась средняя вероятность ошибки $p_{\text{ош.ср}}$.

$$p_{\text{ош.ср}} = \frac{1}{2}\left[p'_{\text{ош}} + p''_{\text{ош}}\right] = \min . \qquad (4)$$

В частном случае двоичной симметричной системы связи $H=0$ и $p_{\text{ош.ср}} = p'_{\text{ош}} = p''_{\text{ош}}$.

Оптимальное приемное устройство (ПУ), моделирующее уравнение (2) и решающее правило (3), изображено на рис. 1. Оно состоит из дискриминатора, осуществляющего формирование разности логарифмов функций правдоподобия состояний M_1 и M_2, нелинейного фильтра и порогового устройства.

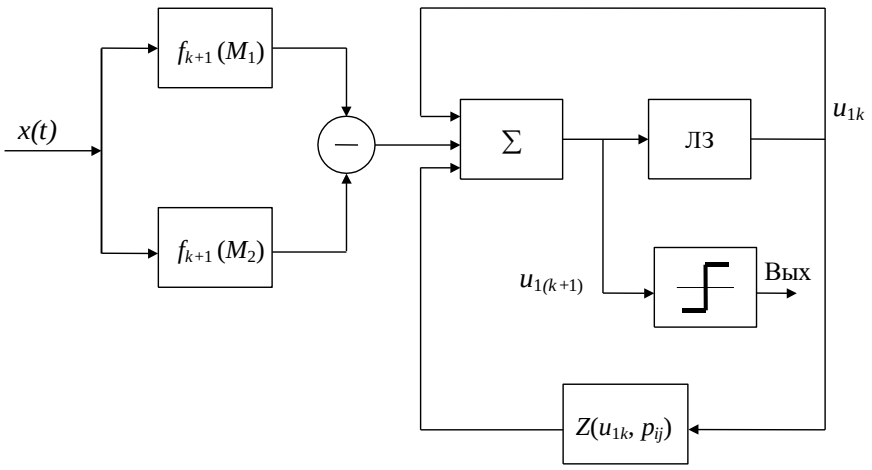

Рис. 1. Структура ПУ двоичных коррелированных сигналов

Нелинейный фильтр сглаживает единичные замеры, поступающие с дискриминатора. Он включает в себя идеальный сумматор (Σ), линию задержки на один такт (ЛЗ) и преобразователь, выполняющий нелинейное преобразование в цепи обратной связи:

$$z\left(u_{1k}, \pi_{ij}\right) = \ln \frac{\pi_{11} + \pi_{21}\exp\left(-u_{1k}\right)}{\pi_{22} + \pi_{12}\exp\left(u_{1k}\right)}, i, j = 1,2 . \qquad (5)$$

В соответствии с уравнением (2), при формировании логарифма отношения апостериорных вероятностей в (k +1)-м такте $u_{1(k+1)}$, входные данные, определяемые первым слагаемым, складываются в сумматоре со значением логарифма отношения апостериорных вероятностей предыдущего такта u_{1k} и вычисленным значением $z(u_{1k},\pi_{ij})$, которое содержит в себе априорные данные о фильтруемом процессе. При этом наши знания об истинном значении параметра μ в принятом сигнале за счет априорных сведений увеличиваются, а средняя вероятность ошибочных решений $p_{\text{ош.ср}}$ на выходе приемного устройства уменьшается. Уменьшение средней вероятности ошибки характеризует выигрыш данного способа обработки коррелированных сигналов по сравнению с теми, в которых значения дискретного процесса предполагаются независимыми от такта к такту работы системы.

В связи с тем, что преобразование $z(u_{1k},\pi_{ij})$ зависит от априорной статистики, оно имеет существенное значение для формирования $u_{1(k+1)}$. В случае статистической независимости значений параметра μ от такта к такту вероятности переходов принимают значение

$$\pi_{ij} = 1/2, \;\; i, j = \overline{1,2}.$$

Тогда

$$z(u_{1k},\pi_{ij}) = -u_{1k}, \tag{6}$$

и логарифм отношения апостериорных вероятностей $u_{1(k+1)}$ формируется только в зависимости от разности логарифмов функций правдоподобия в (k +1)-м такте

$$u_{1(k+1)} = f_{k+1}(M_1) - f_{k+1}(M_2). \tag{7}$$

При этом обратная связь в устройстве (рис. 1) разрывается, а решение о наличии в принятом сигнале того или иного значения параметра μ принимается в каждом такте на основе единичного замера.

Для сильно зависимых состояний, когда

$$\pi_{ij} << 1/2, i \neq j \tag{8}$$

и малых отношениях сигнал/шум, когда

$$\pi_{ij} \exp(-u_{1k}) << 1,\ \pi_{ij} \exp(u_{1k}) << 1,$$

преобразование (4) становится линейным

$$\begin{aligned} z(u_{1k}, \pi_{ij}) &\cong \ln(1 + \pi_{ij} \exp(-u_{1k})) - \ln(1 + \pi_{ij} \exp(u_{1k})) \cong \\ &\cong -\pi_{ij}(\exp(u_{1k}) - \exp(-u_{1k})) \cong -2\pi_{ij} \mathrm{sh}(u_{1k}) \cong -2\pi_{ij} u_{1k}. \end{aligned} \tag{9}$$

Предельный случай сильно коррелированной цепи Маркова достигается при $\pi_{ii} = 1$ (вырожденная цепь Маркова), когда передается либо только состояние M_1, либо состояние M_2. При этом

$$z(u_{1k}, \pi_{ij}) = 0, \tag{10}$$

а в сумматоре устройства (рис. 1) осуществляется "чистое" накопление поступающих на вход устройства данных

$$u_{1(k+1)} = f_{k+1}(M_1) - f_{k+1}(M_2) + u_{1k}. \tag{11}$$

Матрица вероятностей переходов $\|\pi_{ij}\|$ связана с коэффициентом корреляции $r_{\text{ц}}$ между соседними состояниями цепи Маркова следующим соотношением:

$$r_{\text{ц}} = \frac{\langle \mu_i \mu_{i+1} \rangle - \langle \mu_i \rangle^2}{\langle \mu_i^2 \rangle - \langle \mu_i \rangle^2}, \tag{12}$$

где $\langle \cdot \rangle$ - усреднение по времени.

Если известен коэффициент корреляции $r_{\text{ц}}$, то время корреляции цепи Маркова $\tau_{\text{ц}}$ можно найти как

$$\tau_{\text{ц}} = \frac{1}{(1 - r_{\text{ц}})}. \tag{13}$$

Связь между элементами матрицы вероятностей перехода $\|\pi_{ij}\|$ и коэффициентом корреляции $r_{\text{ц}}$ стационарной цепи Маркова устанавливается равенством

$$\|\pi_{ij}\| = \begin{Vmatrix} 1-\alpha p & \alpha p \\ \alpha(1-p) & 1-\alpha(1-p) \end{Vmatrix}, \tag{14}$$

где $\alpha = 1 - r_{\text{ц}}$; $0 \le r_{\text{ц}} \le 1$; $p = p_1 = p_2$.

Тогда с учетом матрицы (14) коэффициент корреляции $r_{\text{ц}}$, выраженный через элементы матрицы $\|\pi_{ij}\|$ определится как

$$r_{\text{ц}} = 2\pi_{ii} - 1, \;\; i = \overline{1,2}. \tag{15}$$

На рис. 2 представлено семейство кривых преобразования $z(u_{1k}, \pi_{ij})$ для различных значений $\pi_{ij}(i = j)$.

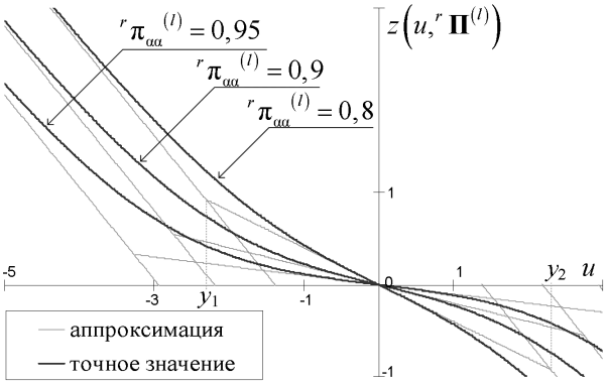

Рис.2. Семейство кривых преобразования $z(u_{1k}, \pi_{ij})$ для различных значений $\pi_{ij}(i = j)$

Из анализа характера семейства кривых $z(u_{1k}, \pi_{ij})$ следует, что при большом отношении сигнал/шум и вероятностей π_{ii}, не очень близких к единице, кривые $z(u_{1k}, \pi_{ij})$ могут быть аппроксимированы отрезками прямых. При этом вычисление функции $z(u_{1k}, \pi_{ij})$ упрощается, что позволяет перейти от оптимальной структуры ПУ к квазиоптимальной.

В большинстве работ, посвященных адаптивной фильтрации случайных дискретных процессов с частично или полностью неизвестными априорными

данными о статистике фильтруемого процесса, недостающие априорные знания заменяются апостериорными в процессе обучения с “учителем”. При этом полагается наличие связи с источником информации, что не всегда приемлемо на практике [2-4].

Будем полагать, что процесс адаптации осуществляется без обратного канала, связывающего источник информации с адаптивным ПУ. В этом случае процесс адаптации может быть сведен к измерению на основе принятых реализаций сигналов коэффициента корреляции между бинарными импульсными сигналами и введения этой информации в вычислительный алгоритм адаптивной системы.

Все априорные статистические данные о фильтруемом процессе содержатся в вероятностях переходов $\pi_{ij}(i, j = 1,2)$ функции $z(u_{1k}, \pi_{ij})$, входящей в выражение (2). Истинные значения элементов матрицы вероятностей $\|\pi_{ij}\|_{2\times 2}$ на приемной стороне не известны. Поэтому для построения адаптивного алгоритма фильтрации необходимо выбрать способ вычисления оценок вероятностей переходов $\hat{\pi}_{ij}(i, j = 1,2)$. Подобная задача ранее уже решалась [1], однако алгоритм вычисления оценок элементов матрицы вероятностей перехода $\pi_{ij}(i, j = 1,2)$, предложенный в решении, сложен, работает в жестких условиях ограничений на отношения сигнал/шум и не подтвержден количественными оценками точности вычислений.

Если имеется оценка коэффициента корреляции $\hat{r}_{\text{ц}}$ между соседними значениями дискретного процесса, то оценку элементов матрицы $\|\pi_{ij}\|_{2\times 2}$ можно вычислить из равенства (14). Оценку коэффициента корреляции можно найти по формуле (12), осуществляя операции усреднения за k_1 тактов, равных длительности одной итерации процесса адаптации, на протяжении которой предыдущая оценка $\hat{r}_{\text{ц}}$ остается постоянной. Так как по условию задачи фильтруемый дискретный процесс стационарный, то, увеличивая k_1, можно

получить оценку $\hat{r}_{ц}$ с любой точностью. Повышение точности оценки $\hat{r}_{ц}$ за счет увеличения k_1 не всегда оправдано с точки зрения скорости сходимости процесса адаптации. В случае сильной корреляционной зависимости соседних состояний фильтруемого процесса значение k_1 приходится выбирать достаточно большим. Кроме того, получение коэффициента корреляции $\hat{r}_{ц}$ по формуле (12) сопряжено с большим количеством вычислений, что не позволяет использовать оценку $\hat{r}_{ц}$ в реальном масштабе времени. Поэтому рассмотрим более простой способ вычисления оценок $\hat{\pi}_{ij}(i, j = 1,2)$, основанный на непрерывном приближении измеренной оценки вероятности переходов $\hat{\pi}_{ii}$ к истинной $\pi_{ij}(i, j = 1,2)$ на каждом шаге адаптивной фильтрации бинарных сигналов.

Вычисление оценки $\hat{\pi}_{ii}$ осуществляется в процессе приема бинарных импульсов последовательности по следующему алгоритму. Если длина пачки импульсов одного знака $n(l) \geq 3$ ($l = \overline{1,m}$; m – число пачек импульсов), то оценка вероятности $\hat{\pi}_{ii} = \pi_{ii} + \Delta\pi_{ii}$ и записывается в МВП блока адаптации (БА), если пачка принятых импульсов одной полярности $n(l) < 3$, то оценка $\hat{\pi}_{ii} = \pi_{ii} - \Delta\pi_{ii}$ и вносится в МВП блока БА. Размер пачки из 2 импульсов одной полярности определяется дисперсией белого гауссовского шума (БГШ). Оценки $\hat{\pi}_{ii}$ не должны превосходить граничные значения $\hat{\pi}_{ii} = 0{,}5$ и $\hat{\pi}_{ii} = 1{,}0$. Размер $\Delta\pi_{ii}$ выбирается на основе максимальной длины последовательности бинарных импульсов одного знака в реальном фильтруемом процессе.

Обозначим $\varepsilon^{(l)} = \hat{\pi}_{ii}^{(l)} - \hat{\pi}_{ii}^{(l-1)}$. Тогда, если $\varepsilon^{(l)} \leq \varepsilon_0$, где ε_0 – заданная величина, определяющая точность вычисления оценки $\hat{\pi}_{ii}$, то принимается $\pi_{ii} = \hat{\pi}_{ii}$ и процесс адаптации завершается.

Адаптивный алгоритм фильтрации дискретного параметра бинарных сигналов, аппроксимируемого простой цепью Маркова, принимает вид:

$$u_{1(k+1)} = \left[f_{k+1}(M_1) - f_{k+1}(M_2) \right] + u_{1k} + z^{(l)}(u_{1k}, \hat{\pi}_{ii}^{(l)}) \geq H \qquad (16)$$

где

$$z^{(l)} = \ln \frac{\hat{\pi}_{11}^{(l)} + \hat{\pi}_{21}^{(l)} \cdot \exp\{-u_{1k}\}}{\hat{\pi}_{22}^{(l)} + \hat{\pi}_{12}^{(l)} \cdot \exp\{u_{1k}\}}, \tag{17}$$

$$\hat{\pi}_{ii} = \begin{cases} \hat{\pi}_{ii} + \Delta\pi_{ii}, & \text{если } n(l) \geq 3, \\ \hat{\pi}_{ii} - \Delta\pi_{ii}, & \text{если } n(l) < 3. \end{cases} \tag{18}$$

На рис. 3 представлена структурная схема адаптивного устройства фильтрации дискретного параметра сигнала, которая отличается от схемы рис. 1 наличием блока адаптации, вычисляющего оценку $\hat{\pi}_{ii}^{(l)}$ на каждом шаге адаптации.

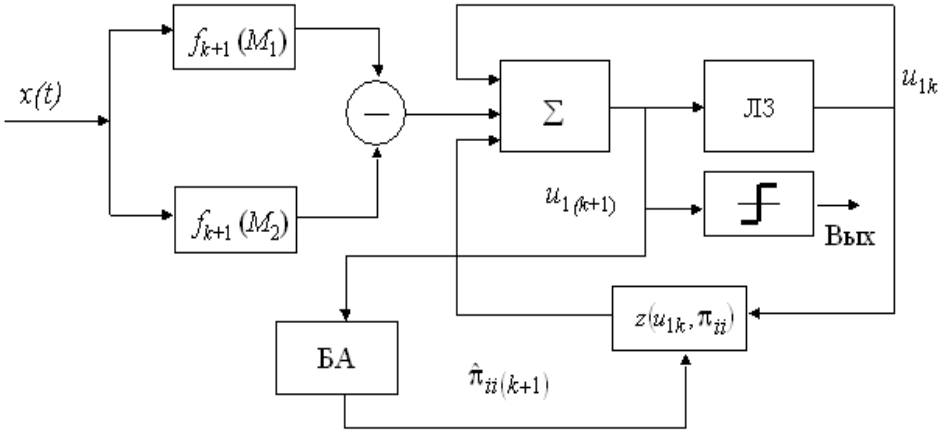

Рис. 3. Структура адаптивного ПУ двоичных коррелированных сигналов

На рис. 4 представлены графики зависимости оценки от истинного значения вероятности перехода π_{ii} и коэффициента корреляции $r_{ц}$ для различных отношений сигнал/шум по мощности $\rho_э^2 = -9,...,6$ дБ.

Из анализа графиков рис. 4 следует, что оценка $\hat{\pi}_{ii}$ линейно зависит от π_{ii}, причем с увеличением отношения сигнал/шум оценка $\hat{\pi}_{ii}$ стремится к истинному значению π_{ii}. Угол наклона θ графиков на рис. 4 зависит от отношения сигнал/шум $\rho_э^2$ и с увеличением $\rho_э^2$ стремится к $\theta = 45°$.

На рис. 5 представлен график зависимости поправочного коэффициента $g = ctg\theta$ от отношений сигнал/шум $\rho_э^2$ при $\varepsilon_0 = 0{,}001$. Коэффициент g может быть использован для коррекции оценки $\hat{\pi}_{ii}$ при заданных значениях $\rho_э^2$, точности адаптации ε_0 и размера шага адаптации $k_a^{(l)}$.Скорректированная оценка $\tilde{\pi}_{ii}$ может быть вычислена с учетом коэффициента g по формуле

$$\hat{\pi}_{ii} = 0{,}5 + g(\hat{\pi}_{ii} - 0{,}5). \tag{19}$$

Например, при $\rho_э^2$ = -3 дБ и π_{ii}= 0,9 оценка $\hat{\pi}_{ii}$= 0,697, а скорректированная оценка, в соответствии с формулой (19), $\tilde{\pi}_{ii}$ = 0,5 +1,98(0,697-0,5) = 0,89, что не превышает 2% от истинного значения π_{ii}. Так как предполагается, что отношение сигнал/шум $\rho_э^2$ на входе ПУ известно, то формулу коррекции можно записать в виде

$$\tilde{\pi}_{ii}^{(l)} = \pi_{ii}^{(l)} - 2p_{ош}\frac{(1-p_{ош})}{(1-p_{ош})^2}. \tag{20}$$

где $p_{ош}$– средняя ошибка в бинарном канале связи.

Точность коррекции по (19) и (20) совпадает.

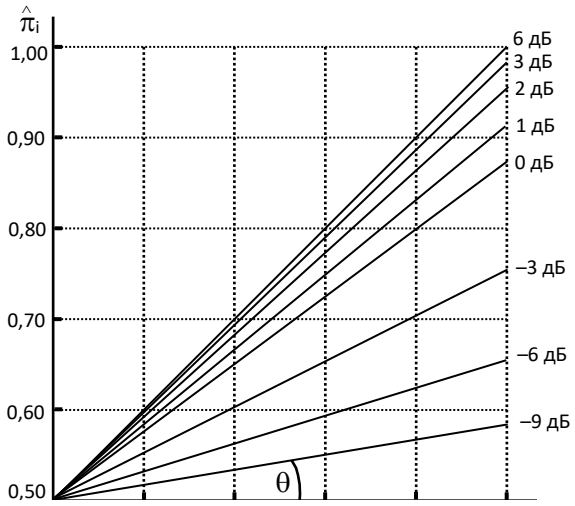

Рис. 4. Зависимости оценки $\hat{\pi}_{ii}$ от истинного значения вероятности перехода π_{ii}

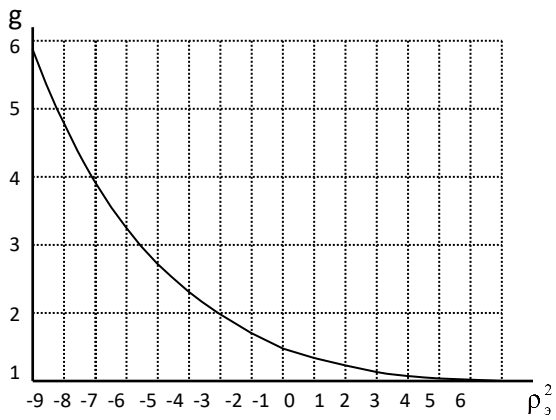

Рис. 5. Зависимости поправочного коэффициента g от отношения сигнал/шум $\rho_э^2$

Если известно отношение сигнал/шум на входе ПУ $\rho_э^2$, то скорректированная оценка позволяет улучшить работу адаптивного устройства, приблизив его эффективность к эффективности оптимального алгоритма фильтрации дискретного параметра двоичных коррелированных сигналов (рис. 5) при известной матрице вероятностей переходов (рис. 4).

Список литературы

1. *Петров Е. П., Частиков А. В.* Теория линейной и нелинейной статистической обработки сигналов. Киров : Изд-во ВятГУ, 2008. 240 с.

2. *Уидроу Б., Стирнз С.* Адаптивная обработка сигналов / пер с англ. ; под ред. В. В. Шахгильдяна. М. : Радио и связь, 1988. 440 с.

3. Стационарные и нестационарные характеристики обучения адаптивных фильтров, использующих критерий минимума СКО / Б. Уидроу, Дж. М. Маккул, М. Г. Ларимор, С. Р. Джонсон // ТИИЭР. 1976. Т. 64. № 8. С. 37–51.

4. *Шварц С. К., Дэвиссон Л. Д.* Анализ адаптивного приемного устройства для марковской последовательности с неизвестными переходными вероятностями // Проблемы передачи информации. 1970. Т.VI. Вып. 2. С. 82–86.

ПЕТРОВ Евгений Петрович – доктор технических наук, заведующий кафедрой радиоэлектронных средств, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: petrov@vyatsu.ru

ХАРИНА Наталья Леонидовна – кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных средств, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: harina@vyatsu.ru.

ПЕТРОВА Ольга Алексеевна – старший преподаватель кафедры радиоэлектронных средств, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: petrova@vyatsu.ru

КРЕМЛЕВ Игорь Олегович – магистрант кафедры радиоэлектронных средств, Вятский государственный университет. 610000, г. Киров, ул. Московская, 36.

E-mail: petrov@vyatsu.ru