

## Численное моделирование ударно-волнового течения в нейтральной и электрически заряженной газозвесах\*

Д. А. Тукмаков

кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института механики и машиностроения, Казанский научный центр Российской академии наук.  
Россия, г. Казань. E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

**Аннотация.** Данная работа посвящена численному моделированию ударно-волновых течений многофазных сред. В статье на основе численного решения уравнений динамики газозвеси проводится моделирование процесса ударно-волнового истечения неоднородной среды в однородный газ с учетом сил электрической природы, воздействующих на дисперсную составляющую, а также силового и теплового взаимодействия компонент смеси. Несущая среда описывается как вязкий сжимаемый теплопроводный газ. При учете межкомпонентного взаимодействия несущей и дисперсной компонент смеси в моделируемой многофазной среде учитывались сила Стокса, динамическая сила Архимеда и сила присоединенных масс. Уравнения математической модели дополняются замыкающими соотношениями и граничными условиями. Система уравнений динамики газозвеси решалась с помощью явного конечно-разностного метода Мак-Кормака. Для получения монотонного численного решения применялась схема нелинейной коррекции сеточной функции.

**Ключевые слова:** численное моделирование, многофазные среды, ударные волны, уравнение Навье-Стокса, электрогидродинамика.

Многие природные явления и процессы связаны с движением сплошных сред, неоднородных по своим механическим и физико-химическим свойствам [7; 10; 16; 18]. В ряде случаев экспериментальное исследование динамических процессов в неоднородных средах затруднено, в связи с чем требуется создание математических моделей таких течений [7]. В частности, интерес к математическому моделированию динамики газозвесей вызван задачами, связанными с оптимизацией установок транспортировки дисперсных сред, оптимизацией технологий экранирования промышленных взрывов запыленными средами и исследованием ударно-волновых течений многофазных сред в реактивных двигателях детонационного типа, оптимизацией технологий нанесения порошковых покрытий в электрическом поле [1-5]. Течения гетерогенных смесей, в которых массовые доли компонент имеют сопоставимые величины, во многом определяются эффектами, вызванными межфазным взаимодействием [10], что существенно отличает такого рода течения от динамики однородных сред [11]. Совершенствование технологий напыления порошковых покрытий в электрическом поле требует создания математических моделей, учитывающих воздействие на гетерогенную смесь сил, имеющих как аэродинамическую, так и электромагнитную природу [1; 4; 5; 14]. В процессе такого напыления происходит истечение запыленной среды в высокоскоростном потоке из распыляющего канала с последующим столкновением потока заряженной запыленной среды с твердой поверхностью [1].

В данной работе моделируется течение среды, представляющей собой электрически заряженную газозвесь монодисперсного состава. Предполагается, что все включения дисперсной фазы имеют одинаковый размер и состав, при этом со стороны несущей среды частицы находятся под действием силы аэродинамического сопротивления, силы Архимеда, силы присоединенных масс. Учитывается также сила тяжести и сила Кулона, действующая со стороны электрического поля, которое создано распределенным зарядом газозвеси. Для описания ее движения применяется система уравнений динамики многоскоростной и многотемпературной газозвеси со скоростным и температурным скольжением фаз. Математическая модель включает в себя уравнения движения несущей среды и дисперсной фазы. Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты неоднородной смеси является средняя плотность, представляющая собой произведение объемного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения многофазной среды не изменяется. При этом объемное содержание является функцией временной и пространственных переменных.

Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье-Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [7; 10; 13; 14; 15]:

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №19-01-00442.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau) &= -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e_1 + p - \tau] u_1 + \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) &= Q - |F|(u_1 - u_2) + \alpha \frac{\partial(pu)}{\partial x}, \\ \tau &= \frac{4}{3} \mu \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned} \quad (1)$$

Динамика дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности, уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения тепловой энергии, записанными с учетом теплообмена, обмена импульсом с несущей фазой и с учетом силы Кулона, действующей на частицы дисперсной фазы [12]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) &= F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(e_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) &= -Q, \\ \rho_2 &= \alpha_2 \rho_{20}, \\ \frac{d\varphi}{dx^2} &= \rho_2 q, \\ F &= \frac{3\alpha}{(8r)} C_d \rho_1 |u_1 - u_2| (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \\ &+ 0.5\alpha \rho_2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) - q_0 \rho_2 d\varphi/dx, \\ C_d &= \frac{24}{Re_{21}} + \frac{4}{Re_{21}^{0.5}} + 0.4, \end{aligned} \quad (2)$$

$$M_{21} = |\bar{V}_1 - \bar{V}_2| / c, \quad Re_{21} = \rho_1 |\bar{V}_1 - \bar{V}_2| 2r / \mu, \quad Pr = \gamma C_p \mu / \lambda$$

Здесь  $p, \rho, u_1$  – давление, плотность, декартовы составляющие скорость несущей среды;  $T_1, e_1$  – температура и полная энергия газа;  $\rho_2, T_2, e_2, u_2$  – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, скорость дисперсной фазы. Температура несущей среды находится из уравнения  $T_1 = (\gamma - 1)(e_1/\rho_1 - 0.5(u_1^2))/R$ , где  $R$  – газовая постоянная несущей фазы. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как  $e_2 = \rho_2 C_p T_2$ , где  $C_p$  – удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена  $\alpha^T$  на поверхности частица – несущая среда и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей:

$$Q_2 = \alpha^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) n \quad (3)$$

здесь  $n$  – концентрация частиц.

На границах расчетной области задавались граничные условия Дирихле для составляющих скорости несущей и дисперсной фазы и граничные условия Неймана для остальных функций [7; 17].

Составляющие силы Кулона на единицу объема газозвеси определяются через ее удельный заряд, объемную плотность твердой фазы и напряженность электрического поля. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона с граничными

условиями Дирихле [12; 15]. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газозвеси, отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [12]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho_{эл}}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \mathbf{E} = -\bar{\nabla} \varphi, \quad \Delta^2 \varphi = -\frac{\rho_{эл}}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \rho_{эл} = \rho_1 \cdot q, \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \Phi / \text{м}. \quad (4)$$

где  $q_0$  – удельный заряд единицы массы твердой фракции,  $\varphi$  – потенциал электрического поля. Система уравнений движения двухфазной смеси (1)-(2) в матричном виде выглядит как:

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{E}_x = \mathbf{H}; \quad (5)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ \rho_1 u_1^2 + p - \tau \\ \rho_2 u_2^2 \\ (e_1 + p_1 - \tau) u_1 + \lambda \partial T_1 / \partial x \\ e_2 u_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F + \alpha \partial p / \partial x \\ F - \alpha \partial p_1 / \partial x \\ -Q_2 - |F|(u_1 - u_2) + \alpha \partial (p_1 u_1) / \partial x \\ Q_2 \end{bmatrix}.$$

Явная схема Мак-Кормака [17] для системы уравнений (5) включает в себя последовательно выполняемые шаги предиктор (6) и корректор (7):

$$\mathbf{q}_j^* = \mathbf{q}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{E}_{j+1}^n - \mathbf{E}_j^n) + \Delta t \mathbf{H}_j^n, \quad (6)$$

$$\mathbf{q}_j^{n+1} = 0,5(\mathbf{q}_j^n + \mathbf{q}_j^*) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{E}_j^n - \mathbf{E}_{j-1}^n) + 0,5 \Delta t \mathbf{H}_j^n. \quad (7)$$

Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы коррекции [8] после перехода на новый временной слой при  $t = t^{n+1}$ . Алгоритм коррекции выполнялся последовательно вдоль координаты  $x$ , а затем вдоль координаты  $y$  в расчетной области для функции  $Z$  – одной из координат вектора  $\mathbf{q} = (\rho_1, u_1, e_1, \rho_2, u_2, e_2)^T$ .

В случае если выполняются условия  $(\delta Z_{j-1/2} \cdot \delta Z_{j+1/2}) < 0$  или  $(\delta Z_{j+1/2} \cdot \delta Z_{j+3/2}) < 0$ , то к функции  $Z$  в  $j$ -ом узле применяется алгоритм схемы коррекции:

$$\tilde{Z}_j = Z_j + k(\delta Z_{j+1/2} - \delta Z_{j-1/2}), \quad (8)$$

Нижний индекс обозначает номер узла сетки соответственно вдоль  $x$  или  $y$ . Здесь использованы обозначения:

$$\delta Z_{j-1/2} = Z_j - Z_{j-1}, \quad \delta Z_{j+1/2} = Z_{j+1} - Z_j, \quad \delta Z_{j+3/2} = Z_{j+2} - Z_{j+1}, \quad (9)$$

$\tilde{Z}_j$  – значение функции после перехода на  $(n+1)$ -ый временной слой по схеме Мак-Кормака,  $k$  – коэффициент коррекции.

Уравнение Пуассона для потенциала электрического поля (4) решалось методом конечных разностей с помощью итерационной схемы метода установления [6] на газодинамической расчетной сетке.

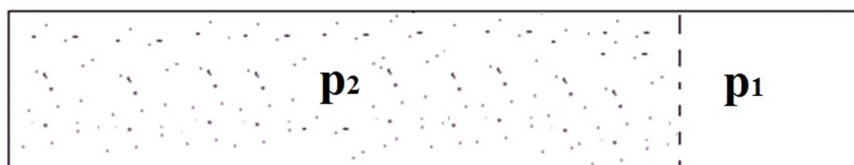
Численная модель неравновесной динамики газозвеси, основанная на решении системы уравнений движения гетерогенной смеси явным конечно-разностным методом Мак-Кормака [17] с применением схемы коррекции численного решения [8], была протестирована сопоставлением результатов расчетов движения ударных волн по запыленным средам с известным из литературы численным решением, полученным методом крупных частиц [7; 3].

В статье [10] проведено сопоставление численных расчетов, полученных на основе программного кода, реализующего численный алгоритм решения системы уравнений динамики монодисперсной газозвеси с результатами физического эксперимента по разлету сжатого объема газозвеси в чистый газ [2], которое показало приемлемое соответствие экспериментальных данных и численных расчетов.

В приведенных ниже расчетах объемное содержание дисперсной фазы газозвеси составляло  $\alpha = 0.0005$ . Физическая плотность и теплоемкость вещества твердых включений:  $\rho_{20} = 1848 \text{ кг/м}^3$  и  $C_{v2} = 1824 \text{ Дж/(кг*К)}$  соответственно, что аналогично плотности и теплоемкости бериллия. Удельный массовый заряд дисперсной фазы  $q = -0.001 \text{ Кл/кг}$  [1].

На рис. 1 приведено изображение расчетной области, состоящей из камеры высокого давления, заполненной сжатой газозвесью и камеры низкого давления, содержащей чистый газ. На рис. 2а, 2б изображены распределения давления и температуры газа при распаде разрыва в однородной среде и при разлете сжатого объема газозвеси в чистый газ. Из рисунка следует, что в процессе разлета сжатого объема газозвеси давление и температура в волне сжатия меньше, чем в чистом газе. Таким образом, присутствие межфазного силового взаимодействия и теплообмена между дисперсной и газовой фазами снижают скорость движения возмущения и температуру на переднем крае волны сжатия по сравнению с распадом разрыва в чистом газе.

На рис. 3 представлены пространственные распределения «средней плотности» дисперсной фазы и давления газа в различные моменты времени. Процесс переноса дисперсной фазы в камеру низкого давления является более длительным по сравнению с движением возмущения давления в газовой компоненте смеси. Массоперенос твердых частиц спутным потоком газа в камеру низкого давления находится на начальной стадии, в то время как ударная волна, отразившись от твердой поверхности, движется в обратном направлении – рис. 3б.



$p_2 > p_1$       $q = -0.001 \text{ Кл/кг}$

Рис. 1. Схематичное изображение ударной трубы

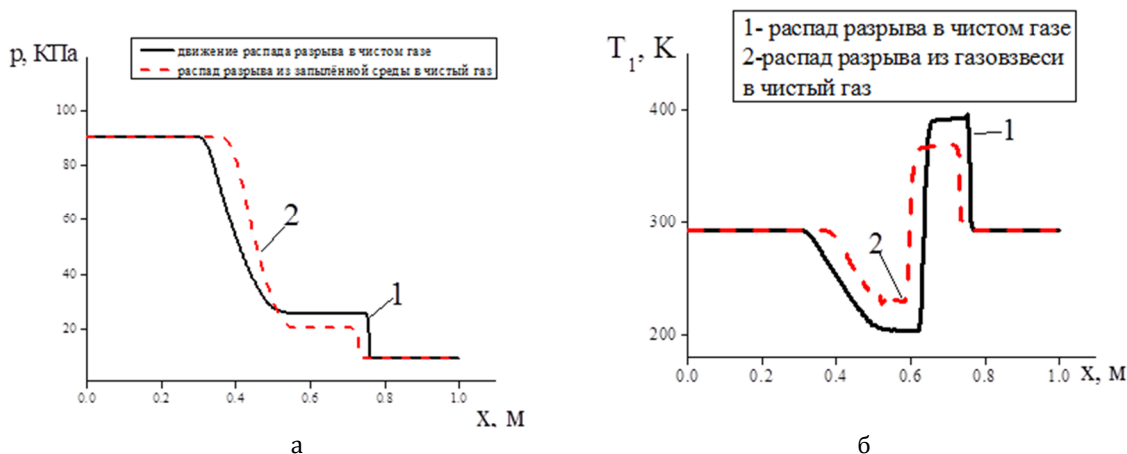


Рис. 2. Распределение давления – рис. 2а и температуры газа – рис. 2б при распаде разрыва в чистом газе и при разлете сжатого объема газозвеси в чистый газ

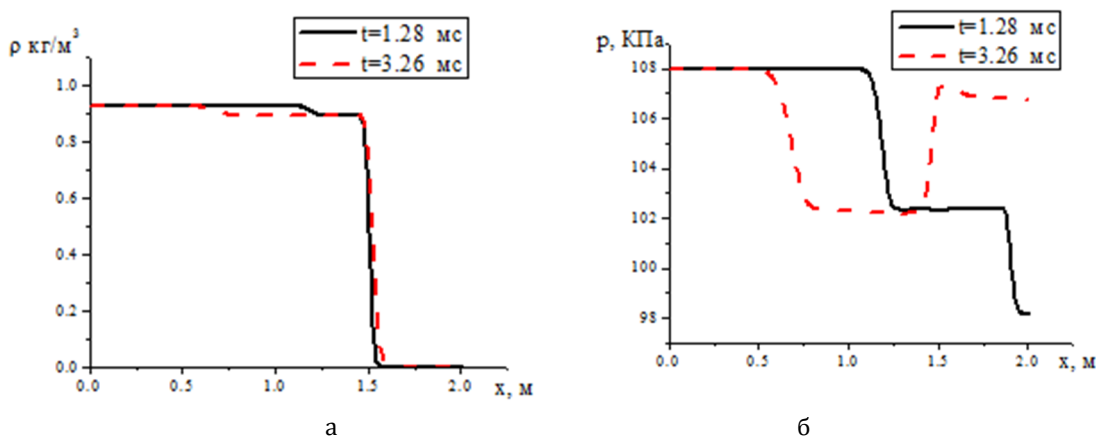


Рис. 3. Пространственное распределение «средней плотности» дисперсной фазы и давления газа в различные моменты времени

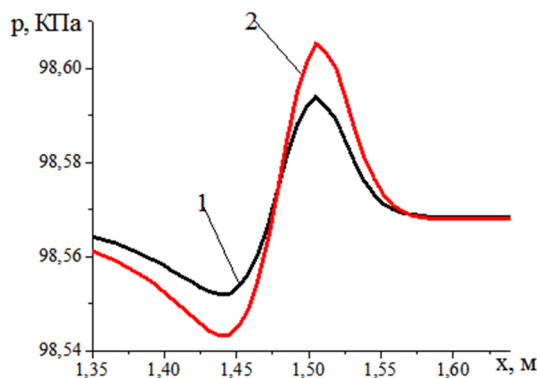


Рис. 4. Возмущение давления формируемое электрически заряженной дисперсной фазой с размерами дисперсных включений  $d = 2$  мкм (кривая 1) и  $d = 4$  мкм (кривая 2). Момент времени  $t = 1.4$  мс. Начальная интенсивность разрыва  $p_2/p_1 = 1.01$

При заполнении емкости электрически заряженными частицами пыли, имеющими заряд одинакового знака, частицы под действием силы Кулона приходят в движение и за счет межкомпонентного взаимодействия формируют акустическое возмущение в газе [13].

На рис. 4 приложено распределение давления при формировании акустического возмущения движением дисперсной фазы частицы, которой имеют заряд одинакового знака, расчеты проведены для двух размеров частиц.

Из рисунка следует, что в процессе формирования возмущения давления образуется как волна сжатия, так и волна разряжения газа. Численное исследование процесса формирования акустического возмущения заряженными частицами показывает, что интенсивность возмущения давления уменьшается с ростом размера частиц дисперсной фазы (рис. 4). Закономерность можно объяснить тем, что уменьшение размера частиц приводит к увеличению площади соприкосновения несущей среды и дисперсной фазы и, как следствие, интенсификацией межфазного взаимодействия. Так как в данной математической модели частицы имеют сферическую форму, то при уменьшении размера частиц на один порядок площадь одной частицы уменьшается на два порядка, а количество частиц возрастает на три порядка, таким образом, при уменьшении размера частиц площадь межфазного взаимодействия возрастает на порядок.

Рассмотрим влияние эклектического заряда дисперсных частиц на движение ударной волны из запыленной среды в чистый газ. Рис. 5 отображает результаты численных расчетов скорости газа при распространении ударной волны из запыленной среды в чистый газ. В электрически заряженной запыленной среде наблюдается большая скорость спутного потока газа в волне разряжения (рис. 5), что является следствием более низкого давления в волне разряжения.

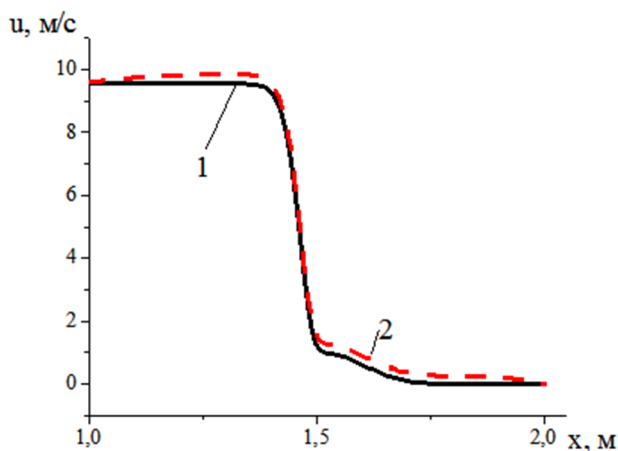


Рис. 5. Пространственное распределение скорости несущей среды газозвеси при ударно-волновом истечении нейтральной газозвеси – кривая 1 и электрически заряженной газозвеси – кривая 2. Для интенсивности разрыва  $p_2/p_1 = 1.1$

В расчетах распространения ударной волны из чистого газа и из запыленной среды было выявлено, что наличие дисперсной фазы приводит к уменьшению скорости, температуры и давления в ударной волне.

Также в результате численного моделирования выявлены отличия процессов распространения ударной волны из запыленной среды в чистый газ в случаях электрически нейтральной и заряженной газозвесей.

### Список литературы

1. Гаврилова В. А., Кашапов Н. Ф., Фазльяхматов М. Г. Нанесение защитного полимерно-порошкового покрытия на многоэлементный медицинский пьезоэлектрический датчик в поле коронного разряда // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 3-3. С. 114–118.
2. Ударные волны при разлете сжатого объема газозвеси твердых частиц / Б. Е. Гельфанд [и др.] // ДАН СССР. 1985. Т. 281. № 5. С. 1113–1116.
3. Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Численное исследование эволюции ударной волны в газозвеси с учетом неравномерного распределения частиц // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. № 10. С. 109–119.
4. Дикалюк А. С., Суржиков С. Т. Численное моделирование разреженной пылевой плазмы в нормальном тлеющем разряде // Теплофизика высоких температур, 2012. Т. 50. № 5. С. 611–619.
5. Зинченко С. П., Толмачев Г. Н. О накоплении продуктов распыления сегнетоэлектрической мишени в плазме тлеющего высокочастотного разряда // Прикладная физика. 2012. № 5. С. 53–56.
6. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. Вычислительные методы. Т. 2. М. : Наука, 1977. 401 с.
7. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб. : Недра, 2003, 284 с.
8. Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование, 1993. Т. 5. № 3. С. 74–83.
9. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. Наука, 1987. 464 с.
10. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады академии наук. 2016. Т. 466. № 4. С. 418–421.
11. Овсянников Л. В. Лекции по основам газовой динамики. Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. 336 с.
12. Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М. : Наука, 1997. 240 с.
13. Тукмаков А. Л., Тукмаков Д. А. Генерация акустического возмущения движущейся заряженной газозвесью // Инженерно-физический журнал. 2018. № 5. С. 1–7.
14. Тукмаков А. Л., Кашапов Н. Ф., Тукмаков Д. А., Фазльяхматов М. Г. Процесс осаждения заряженной полидисперсной газозвеси на поверхность пластины в электрическом поле // Теплофизика высоких температур. 2018. Т. 56. Вып. 4. С. 498–502.
15. Тукмаков Д. А. Математическая модель массопереноса и волновых процессов в плазме // Сборник тезисов, материалы 23-й Всероссийской науч. конф. студентов-физиков и молодых ученых (ВНКФ-23, Екатеринбург). Екатеринбург : Изд-во АСФ России, 2017. С. 195–196.
16. Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газозвесях частиц металлов. Новосибирск, 2015.
17. Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics, Springer-Verlang, Berlin et al., 1988. 502 p.
18. Mamun A. A., Shukla P. K., Bingham R. Plasma voids (holes) in a dusty plasma // Physics Letters A. 2002. Т. 298. № 2-3. Pp. 179–184.

## Numerical simulation of shock-wave flow in neutral and electrically charged gas suspensions

**D. A. Tukmakov**

PhD of Physical and Mathematical Sciences, researcher, Institute of mechanics and engineering – a structural subdivision of Federal Research Center KazSC RAS. Russia, Kazan. E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

**Abstract.** This work is devoted to numerical modeling of shock-wave flows of multiphase media. In article on the basis of numerical solution of the dynamics equations over a cylinder is the simulation of shock-wave expiration of a heterogeneous medium in a homogeneous gas with the force of electric nature acting on the dispersed component, and power and thermal interaction of mixture components. The carrier medium is described as a viscous compressible heat-conducting gas. When taking into account the inter-component interaction of the carrier and dispersed components of the mixture in the simulated multiphase medium, the Stokes force, the dynamic force of Archimedes and the force of the attached masses were taken into account. The equations of the mathematical model were supplemented by closing relations and boundary conditions. The system of equations of gas suspension dynamics was solved using the explicit finite-difference method of McCormack. The scheme of nonlinear correction of the grid function was used to obtain a monotone numerical solution.

**Keywords:** numerical simulation, multiphase media, shock waves, Navier-Stokes equation, electrohydrodynamics.

### References

1. Gavrilova V. A., Kashapov N. F., Fazlyjyahmatov M. G. Nanesenie zashchitnogo polimerno-poroshkovogo pokrytiya na mnogoelementnyj medicinskij p'ezoelektricheskij datchik v pole koronnogo razryada [Application of a protective polymer-powder coating to a multi-element medical piezoelectric sensor in the field of corona discharge] // *Izvestiya vysshevykh uchebnykh zavedenii. Physics.* – News of higher educational institutions. Physics. 2014. Vol. 57. No. 3-3. Pp. 114–118.
2. Gelfand B. E. Udarnye volny pri razlete szhatogo ob"ema gazovzvesi tverdyh chastic – Shock waves during the expansion of a compressed volume of gas suspension of solid particles // *DAN USSR.* 1985. Vol. 281. No. 5. Pp. 1113–1116.
3. Gubajdullin D. A., Tukmakov D. A. Chislennoe issledovanie evolyucii udarnoj volny v gazovzvesi s uchetom neravnomernogo raspredeleniya chastic [Numerical study of the evolution of a shock wave in a gas suspension taking into account the uneven distribution of particles] // *Matematicheskoe modelirovanie – Mathematical modeling.* 2014. Vol. 26. No. 10. Pp. 109–119.
4. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Chislennoe modelirovanie razrezhennoj pylevoj plazmy v normal'nom tleyushchem razryade [Numerical simulation of rarefied dust plasma in a normal glow discharge] // *Teplofizika vysokih temperature – High temperature thermophysics.* 2012. Vol. 50. No. 5. Pp. 611–619.
5. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. O nakoplenii produktov raspyleniya segnetoelektricheskoy misheni v plazme tleyushchego vysokochastotnogo razryada [On accumulation of sputtering products of a ferroelectric target in a plasma of a smoldering high-frequency discharge] // *Prikladnaya fizika – Applied physics.* 2012. No. 5. Pp. 53–56.
6. Nigmatulin R. I. Dinamika mnogofaznyh sred [Dynamics of multiphase media. Part 1]. Nauka. 1987. 464 p.
7. Krylov V. I., Bobkov V. V., Monastyrynj P. I. Vychislitel'nye metody [Computational methods]. Vol. 2. M. Nauka. 1977. 401 p.
8. Kutushev A. G. Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v aerodispersnyh i poroshkoobraznyh sredah [Mathematical modeling of wave processes in aerodisperse and powdery media]. SPb. Nedra. 2003. 284 p.
9. Muzafarov I. F., Utyuzhnikov S. V. Primenenie kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniyu nestacionarnykh techenij szhimaemogo gaza [Application of compact difference schemes to the study of non-stationary flows of compressible gas] // *Matematicheskoe modelirovanie – Mathematical modeling.* 1993. Vol. 5. No. 3. Pp. 74–83.
10. Nigmatulin R. I., Gubajdullin D. A., Tukmakov D. A. Udarno-volnovoj razlet gazovzvesej [Shock-wave dispersion of gas suspensions] // *Doklady akademii nauk – Reports of the Academy of Sciences.* 2016. Vol. 466. No. 4. Pp. 418–421.
11. Ovsyannikov L. V. Lekcii po osnovam gazovoj dinamiki [Lectures on the basics of gas dynamics]. Moscow ; Izhevsk. Institute of computer research. 2003. 336 p.
12. Sal'yanov F. A. Osnovy fiziki nizkotemperaturnoj plazmy, plazmennyyh apparatov i tekhnologij [Fundamentals of low-temperature plasma physics, plasma devices and technologies]. M. Nauka. 1997. 240 p.
13. Tukmakov A. L., Kashapov N. F., Tukmakov D. A., Fazlyjyahmatov M. G. Process osazhdeniya zaryazhennoj polidispersnoj gazovzvesi na poverhnost' plastiny v elektricheskom pole [Process of sedimentation of a polydisperse suspension of a charged surface in an electric field] // *Teplofizika vysokih temperatur – Thermal physics of high temperatures.* 2018. Vol. 56. Is. 4. Pp. 498–502.
14. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generaciya akusticheskogo vozmushcheniya dvizhushchejsya zaryazhennoj gazovzves'yu [Generation of acoustic perturbation of a moving charged gas suspension] // *Inzhenerno-fizicheskij zhurnal – Engineering and physics journal.* 2018. No. 5. Pp. 1–7.
15. Tukmakov D. A. Matematicheskaya model' massoperenosa i volnovykh processov v plazme [Mathematical model of mass transfer and wave processes in plasma] // *Sbornik tezisov, materialy 23-j Vserossijskoj nauch. konf. studentov-fizikov i molodyh uchenykh (VNKSF-23, Ekaterinburg)* – Collection of theses, materials of the 23rd all-Russian scientific conference of students in physics and young scientists (VNKSF-23, Yekaterinburg). Yekaterinburg. ASF of Russia. 2017. Pp. 195–196.
16. Fedorov A. V., Fomin V. M., Hmel' T. A. Volnovye processy v gazovzvesyah chastic metallov [Wave processes in gas suspensions of metal particles]. Novosibirsk. 2015.
17. Mamun A. A., Shukla P. K., Bingham R. Plasma voids (holes) in a dusty plasma // *Physics Letters A.* 2002. T. 298. No. 2-3. Pp. 179–184.
18. Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics, Springer-Verlang, Berlin et al., 1988. 502 p.