

Математическое моделирование магнитных потоков в электромеханических системах с постоянным потокосцеплением

С. Н. Запольских

кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной физики, Вятский государственный университет. Россия, г. Киров. ORCID: 0000-0001-5042-6403. E-mail: zapose8@yandex.ru

Аннотация. Известно, что электромеханические системы, работающие в режиме с постоянным потокосцеплением, имеют более высокие энергетические показатели, и поэтому необходимо проводить изучение и исследование таких систем. Рассматривается преобразование накопленной магнитной энергии в работу электромагнитной силы на модели катушки в виде тора с магнитным сердечником и не магнитным зазором при постоянном потокосцеплении. Такая система взята в качестве «исходной», и полученные результаты могут быть распространены и на другие электромеханические системы, которые могут иметь практическое применение. Кроме того, она конструктивно выполнима и математические соотношения могут быть экспериментально проверены. Выделен контур с основным магнитным потоком, проходящим по магнитному сердечнику и рабочему зазору. И выделен контур с неосновным магнитным потоком, проходящим за пределами основного контура и имеющего постоянное магнитное сопротивление. Было показано, что при постоянном потокосцеплении магнитная энергия может передаваться из неосновного магнитного контура в основной магнитный контур и преобразовываться в работу электромагнитной силы. За счет этого снижается вредное влияние неосновных магнитных потоков на уменьшение энергетических показателей.

Ключевые слова: математическое и физическое моделирование, накопители магнитной энергии, преобразование магнитной энергии, системы с постоянным потокосцеплением, энергетические характеристики.

Электромеханические системы электромагнитного типа имеют большие магнитные потоки рассеяния. Эти неосновные магнитные потоки проходят за пределами основного, рабочего магнитного потока, что приводит к снижению энергетических характеристик в традиционных электромагнитных системах. Известно, что электромеханические системы, работающие в режиме с постоянным потокосцеплением, имеют более высокие энергетические показатели [4]. Исследования электромагнитных двигателей на математических и численных моделях показывают, что при постоянном потокосцеплении магнитная энергия неосновных магнитных потоков в конце такта работы уменьшается почти до нуля. Это дает основание предположить, что при постоянном потокосцеплении энергия неосновных магнитных потоков преобразуется тоже в работу электромагнитной

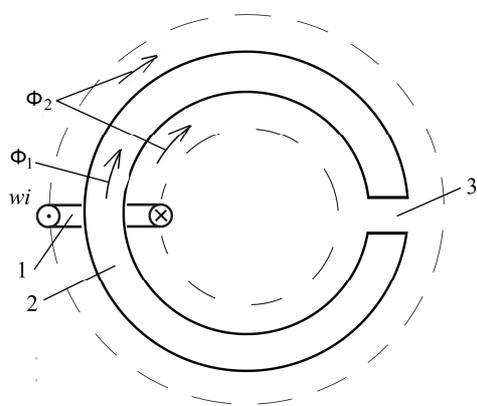


Рис. Электромагнитная система: 1 – катушка; 2 – сердечник; 3 – немагнитный зазор.

силы. Это может являться одной из причин повышения энергетических показателей. Целью работы является разработка физической и математической модели магнитных потоков для электромеханических систем с постоянным потокосцеплением и исследование влияние неосновных магнитных потоков на энергетические характеристики.

Рассматривается преобразование накопленной магнитной энергии в работу электромагнитной силы при постоянном потокосцеплении на модели катушки с магнитодвижущей силой $w_i(t)$, выполненной в виде тора с сердечником из магнитного материала с немагнитным зазором (см. Рис.). Магнитный поток Φ_1 , проходящий по сердечнику и немагнитному зазору, основному магнитному контуру, является основным. Магнитный поток, проходящий за пределами магнитного материала

и немагнитного зазора, по неосновному магнитному контуру, является неосновным магнитным потоком Φ_2 . Магнитное сопротивление основного магнитного потока изменяется длиной немагнитного зазора, магнитное сопротивление неосновного магнитного потока остается постоянным.

Электрическими и магнитными потерями пренебрегается, а относительная магнитная проницаемость сердечника считается достаточно большой. Рассматривается электромеханическая система, работающая в режиме двигателя, в которой накопление магнитной энергии уже осуществилось, источник питания отключен и происходит преобразование накопленной магнитной энергии в работу электромагнитной силы. Процессы, происходящие в такой системе, могут быть описаны уравнениями:

$$\frac{d(\Phi_1(t) + \Phi_2(t))}{dt} = 0, \quad (1)$$

$$R_{M1}(t)\Phi_1(t) = wi(t), \quad (2)$$

$$R_{M2}\Phi_2(t) = wi(t), \quad (3)$$

где $R_{M1}(t)$ и R_{M2} – магнитные сопротивления основного и неосновного магнитного потока.

Такие допущения и использование модели тора позволяют получить результаты в аналитическом виде и показать главные физические закономерности. Потери энергии, как электрические, так и магнитные, и другие интересующие характеристики могут быть получены с помощью компьютерных математических пакетов программ, которые могут решать дифференциальные уравнения в численном виде и с помощью которых можно разрабатывать численные модели [3].

Из уравнения (1) следует, что

$$\Phi_1(t) + \Phi_2(t) = \Phi_0 = const, \quad (4)$$

$$d\Phi_2(t) = -d\Phi_1(t). \quad (5)$$

Из (2) и (3) следует:

$$R_{M1}(t)\Phi_1(t) = R_{M2}\Phi_2(t). \quad (6)$$

Подставляя из (4) $\Phi_2(t)$ в (6), получим:

$$(R_{M1}(t) + R_{M2})\Phi_1(t) = R_{M2}\Phi_0 = const. \quad (7)$$

Из этого уравнения следует, что когда $R_{M1}(t) \rightarrow 0$, то $\Phi_1(t) \rightarrow \Phi_0$, а согласно (6) $\Phi_2(t) \rightarrow 0$.

То есть, при уменьшении магнитного сопротивления основного магнитного контура, основной магнитный поток возрастает, а неосновной магнитный поток убывает и стремится к нулю. Происходит, таким образом, увеличение магнитного потока в основном магнитном контуре за счет уменьшения магнитного потока в неосновном магнитном контуре.

Из (3) и (4) следует, что

$$\Phi_2(t) = \frac{w}{R_{M2}}i(t) = \frac{1}{w}L_2i(t), \quad (8)$$

$$\Phi_1(t) = \Phi_0 - \frac{w}{R_{M2}}i(t), \quad (9)$$

где $L_2 = \frac{w^2}{R_{M2}}$ – индуктивность обмотки для неосновного магнитного потока. Оказалось более удобным вместо индуктивностей использовать магнитные сопротивления.

Умножив (1) на $i(t)dt$, получим уравнение баланса энергии:

$$wi(t)d\Phi_1(t) + wi(t)d\Phi_2(t) = 0. \quad (10)$$

Подставив (2) и (3) в уравнение (10), получим уравнение баланса энергии в виде:

$$R_{M1}(t)\Phi_1(t)d\Phi_1(t) + R_{M2}\Phi_2(t)d\Phi_2(t) = 0. \quad (11)$$

Первое слагаемое является накопленной магнитной энергией основного магнитного потока и работой электромагнитной силы в основном магнитном контуре. Второе слагаемое является магнитной энергией неосновного магнитного потока. Так как магнитное сопротивление неосновного магнитного контура не меняется, то работа электромагнитной силы в этом контуре не производится. При уменьшении магнитного сопротивления основного магнитного контура магнитный поток в неосновном магнитном контуре уменьшается, и как было показано в (7) стремится к нулю, при этом, магнитная энергия в этом контуре тоже уменьшается и стремится тоже к нулю (11). Это указывает на то, что магнитная энергия неосновного магнитного потока передается в основной магнитный контур. Рассмотрим это более подробно. Выражение (10) можно записать:

$$wi(t)d\Phi_1(t) + wi(t)d\Phi_2(t) = dW_{M1}(t) + \delta A_1(t) + dW_{M2}(t) + \delta A_2(t) = 0. \quad (12)$$

В этом выражении, с учетом известных формул для магнитных энергий и работы электромагнитной силы, например [3]:

$$dW_{M1}(t) = \frac{1}{2} wi(t)d\Phi_1(t) + \frac{1}{2} w\Phi_1(t)di(t) \quad (13)$$

– магнитная энергия основного магнитного потока;

$$\delta A_1(t) = \frac{1}{2} wi(t)d\Phi_1(t) - \frac{1}{2} w\Phi_1(t)di(t) \quad (14)$$

– работа электромагнитной силы в основном магнитном контуре;

$$dW_{M2}(t) = \frac{1}{2} wi(t)d\Phi_2(t) + \frac{1}{2} w\Phi_2(t)di(t) \quad (15)$$

– магнитная энергия неосновного магнитного потока;

$$\delta A_2(t) = \frac{1}{2} wi(t)d\Phi_2(t) - \frac{1}{2} w\Phi_2(t)di(t) \quad (16)$$

– работа электромагнитной силы в неосновном магнитном контуре.

Подставляя (8) в (16), получим, как и следовало ожидать, что работа электромагнитной силы в неосновном магнитном контуре равна нулю:

$$\delta A_2(t) = 0. \quad (17)$$

Вычислим работу электромагнитной силы в основном магнитном контуре. Для этого подставляя

$$\Phi_1(t) = \Phi_0 - \frac{w}{R_{M2}}i(t) \text{ и } d\Phi_1(t) = -\frac{w}{R_{M2}}di(t)$$

в (14), получим:

$$\delta A_1 = -\frac{1}{2} w\Phi_0 di(t). \quad (18)$$

Израсходованная магнитная энергия основного и неосновного магнитного контура равна:

$$\begin{aligned} dW_1(t) + dW_2(t) &= \\ &= \frac{1}{2} wi(t)d\Phi_1(t) + \frac{1}{2} w\Phi_1(t)di(t) + \frac{1}{2} wi(t)d\Phi_2(t) + \frac{1}{2} w\Phi_2(t)di(t). \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя в это выражение $d\Phi_2(t) = -d\Phi_1(t)$ и $\Phi_1(t) + \Phi_2(t) = \Phi_0$, получим

$$dW_1(t) + dW_2(t) = \frac{1}{2} w\Phi_0 di(t). \quad (20)$$

Таким образом, в работу электромагнитной силы преобразуется накопленная магнитная энергия, как основного магнитного потока, так и накопленная магнитная энергия неосновного магнитного потока.

Сравним магнитную энергию основного и неосновного магнитного потока. Для этого выражения для магнитных энергий (13) и (15) с учетом (2) и (3) представим в виде:

$$dW_{M1}(t) = \frac{1}{2} d(R_{M1}(t)\Phi_1^2(t)) \text{ и } dW_{M2}(t) = \frac{1}{2} d(R_{M2}\Phi_2^2(t)). \quad (21)$$

В процессе накопления магнитной энергии, например, с помощью прямоугольного импульса напряжения, в момент времени $t = 0$, магнитная энергия которого равна $W_{M1} = W_{M2} = 0$. Если импульс напряжения достаточно короткий, то вторичная часть не успевает сильно сместиться, и можно считать, что во время накопления магнитной энергии магнитные сопротивления остаются постоянными. Интегрируя выражения (21) с учетом этого получим известные формулы для накопленных магнитных энергий в конце импульса напряжения:

$$W_{M1} = \frac{1}{2} R_{M1} \Phi_1^2 \text{ и } W_{M2} = \frac{1}{2} R_{M2} \Phi_2^2, \quad (22)$$

где R_{M1} – магнитное сопротивление основного магнитного контура во время подачи импульса напряжения.

Из этих формул с учетом (2) и (3) следует, что отношение накопленных энергий можно записать:

$$\frac{W_{M2}}{W_{M1}} = \frac{R_{M1}}{R_{M2}} = \frac{l_1 S_2}{l_2 S_1}, \quad (23)$$

где l_1 и l_2 – длина немагнитного рабочего зазора и средняя длина катушки; S_1 и S_2 – площадь магнитного сердечника и средняя площадь витков обмотки. В этом выражении также использовались известные формулы для магнитных сопротивлений:

$$R_{M1} = \frac{l_1}{\mu_0 S_1}, R_{M2} = \frac{l_2}{\mu_0 S_2}, \quad (24)$$

Для размеров $l_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $l_2 = 400 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $S_1 = 15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ и $S_2 = 60 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ отношение магнитной энергии не основного магнитного потока к магнитной энергии основного магнитного потока рассматриваемой системы, составляет 5 %.

Исследования на численной модели почти таких же размеров, представляющую собой систему из зубчатой первичной части с обмоткой и вторичной зубчатой части без обмотки с коэффициентом модуляции магнитного сопротивления 20, показали, что это отношение получается более 25 % [1–2]. Как показывают предварительные исследования для численной модели с коэффициентом модуляции магнитного сопротивления 4, обычные электромагниты, отношение магнитных энергий доходит до 50 %. В численных моделях в неосновной магнитный поток также входили боковые магнитные потоки. В первом приближении магнитные сопротивления этих потоков при перемещении вторичной части остаются тоже неизменными [3]. Существуют электромагнитные системы, в которых неосновные магнитные потоки получаются значительно больше.

Процесс передачи магнитной энергии из одного магнитного контура в другой похож на передачу энергии в обычном электрическом трансформаторе от источника электрического тока, расположенном в одном электрическом контуре, нагрузке расположенной в другом электрическом контуре. В рассматриваемой работе два магнитных контура связаны одним электрическим контуром, а в обычном трансформаторе два электрических контура связаны одним магнитным контуром. Эти два типа передачи энергии происходят и в обычной электромагнитной волне.

Рассматривался режим работы электрического двигателя. Электрические машины обратимы, поэтому аналогичные результаты должны получиться и для генератора. Уравнения, описывающие преобразование накопленной магнитной энергии в механическую энергию для электрического двигателя и уравнения, описывающие накопление магнитной энергии с помощью механической энергии для генератора, совпадают (1–3).

Таким образом, разработана физическая и математическая модель, с помощью которой было показано, что магнитная энергия в электромеханических системах с постоянным потокосцеплением накапливается также и в неосновных магнитных контурах и передается в основной магнитный контур, в котором происходит ее преобразование в работу электромагнитной силы. Это позволяет получить более высокие энергетические показатели электромеханических преобразователей энергии с постоянным потокосцеплением.

Список литературы

1. Запольских С. Н., Борисов А. А., Бобров А. С. Физические принципы преобразования энергий в электромагнитных системах с предварительным накоплением магнитной энергии // *Advanced science*, 2017. № 1. Физико-математические науки.
2. Запольских С. Н., Борисов А. А., Хлебов А. Г. Исследование энергетических характеристик электромагнитных систем с предварительным накоплением магнитной энергии на численных моделях // *Advanced science*, 2017. № 2. Физико-математические науки.
3. Запольских С. Н. Импульсные системы с индуктивными накопителями энергии. Киров : ПРИП ФГБОУ ВПО «ВятГУ», 2012, 121 с.
4. Ряшенцев Н. П., Ряшенцев А. Н. Электромагнитный привод линейных машин. Новосибирск : Наука, 1985. 153 с.

Mathematical modeling of magnetic fluxes in electromechanical systems with constant flow coupling

S. N. Zapolskikh

PhD in Technical Sciences, associate professor of the Department of Engineering Physics, Vyatka State University.
Russia, Kirov. ORCID: 0000-0001-5042-6403. E-mail: zapose8@yandex.ru

Abstract. It is known that electromechanical systems operating in the mode with constant flow coupling have higher energy indicators, and therefore it is necessary to study and study such systems. The transformation of the accumulated magnetic energy into the work of the electromagnetic force on the model of a coil in the form of a torus with a magnetic core and a non-magnetic gap with constant flux coupling is considered. Such a system is taken as a "starting point", and the results obtained can be extended to other electromechanical systems that may have practical applications. In addition, it is structurally feasible and mathematical relations can be experimentally verified. A contour with the main magnetic flux passing through the magnetic core and the working gap is highlighted. And a contour with a

non-main magnetic flux passing outside the main contour and having a constant magnetic resistance is highlighted. It has been shown that with constant flux coupling, magnetic energy can be transferred from the non-main magnetic circuit to the main magnetic circuit and converted into the work of electromagnetic force. Due to this, the harmful effect of non-basic magnetic fluxes on the reduction of energy indicators is reduced.

Keywords: mathematical and physical modeling, magnetic energy storage, magnetic energy conversion, systems with constant flow coupling, energy characteristics.

References

1. Zapol'skih S. N., Borisov A. A., Bobrov A. S. *Fizicheskie principy preobrazovaniya energij v elektromagnitnyh sistemah s predvaritel'nym nakopleniem magnitnoj energii* [Physical principles of energy conversion in electromagnetic systems with preliminary accumulation of magnetic energy] // Advanced science. 2017. No. 1. Physics and mathematical sciences.
2. Zapol'skih S. N., Borisov A. A., Hlebov A. G. *Issledovanie energeticheskikh karakteristik elektromagnitnyh sistem s predvaritel'nym nakopleniem magnitnoj energii na chislennyh modelyah* [Investigation of energy characteristics of electromagnetic systems with preliminary accumulation of magnetic energy on numerical models] // Advanced science. 2017. No. 2. Physical and mathematical sciences.
3. Zapol'skih S. N. *Impul'snye sistemy s induktivnymi nakopitelyami energii* [Pulse systems with inductive energy storage]. Kirov. Federal state budgetary educational institution of higher professional education. "VyatSU". 2012. 121 p.
4. Ryashencev N. P., Ryashencev A. N. *Elektromagnitnyj privod linejnyh mashin* [Electromagnetic drive of linear machines]. Novosibirsk. Nauka (Science). 1985. 153 p.